

热力系统中分布参数对象的数值 —解析混合仿真方法*

清华大学 倪维斗** 李 政 孙

【摘要】 以热力系统中常见的管式换热器为对象,建立了包括质量、动量和能量平衡方程的集中参数数学模型,通过一系列的数值简化和处理,获得了能量方程的解析解,并发现此解的精度对时间步长的大小不很敏感。利用这一特性,本文提出了数值—解析混合仿真方法,采用多段集中参数模型同时选用较大的时间步长进行仿真。与非线性分布参数模型计算结果的对比表明,本仿真方法不仅具有较高的精度,同时也大大提高了计算速度,实现了仿真精度和实时性的统一。本方法对热力系统中分布参数对象的仿真具有重要意义。

主题词: 分布参数系统 混合仿真 解析解 换热器

分类号: TK123

1 混合仿真方法的思想及公式推导

温度相对变化量的定义为:

$$X_{t_k} = (t_k - t_{KB}) / (t_{KB} - t_{K0B}), \quad X_{t_{K0}} = (t_{K0} - t_{K0B}) / (t_{KB} - t_{K0B})$$

式中: X_t 为温度相对变化量, t 为温度,下标 $K, 0, B$ 代表冷侧、入口及稳态值。

图 1 所示为一个双流换热器的简化物理模型,中间管内流动的是冷工质,管外为热工质。经适当简化后可推导出阻力集中在入口,以管段出口参数为集中参数的单相受热管的数学模型^[1]。

对冷侧工质,其质量平衡、能量平衡、动量平衡以及管壁的能量平衡方程分别为:

$$D_{K0} - D_K = V_K (d\rho_K / d\tau) \quad (1)$$

$$D_{K0}H_{K0} - D_KH_K + Q_K = V_K [d(\rho_K u_K) / d\tau] \quad (2)$$

$$P_{K0} - P_K = \zeta \Delta L (D_{K0}^2 / \rho_{K0}) \quad (3)$$

$$C_W \rho_W V_W (dt_W / d\tau) = Q_R - Q_K \quad (4)$$

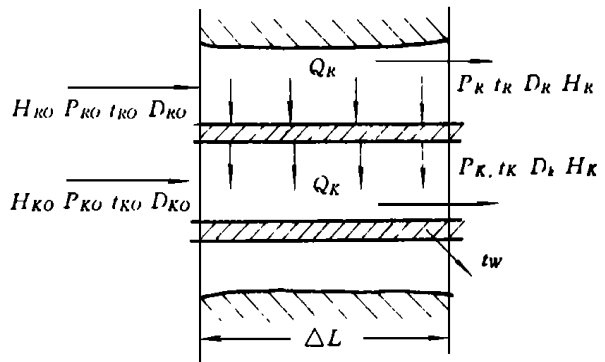


图 1 双流换热器的简化物理模型

上式中: D 为质量流量, V 为体积, ρ 为密度, τ 为时间, H 为焓, u 为内能, P 为压力, ζ 为阻力系数, ΔL 为管长, C_w 为管壁金属比热, 下标 K 、 R 、 W 分别代表冷侧、热侧及管壁。冷流体的吸热量 Q_K 及热流体的放热量 Q_R 可用下式表示(式中 U 为管段周长, α 为换热系数):

$$Q_K = \alpha_K U_K (t_w - t_K) \Delta L, \quad Q_R = \alpha_R U_R (t_R - t_w) \Delta L \quad (5)$$

能量方程经进一步化简整理成如下通用形式:

$$T_K (dt_K/d\tau) + t_K = B_K (t_w + X_K H_{K0} + C_K) \quad (6)$$

$$T_W (dt_w/d\tau) + t_w = (\alpha_R U_R t_R + \alpha_K U_K t_K) / (\alpha_R U_R + \alpha_K U_K) \quad (7)$$

同理可写出热侧工质的能量平衡方程如下:

$$T_R (dt_R/d\tau) + t_R = B_R (t_w + X_R H_{R0} + C_R) \quad (8)$$

式(6)- 式(8)中, 各系数的定义如下:

$$T = (\rho V c_p) / (\alpha U \Delta L + D_0 c_p), \quad T_W = (\rho_w A_w C_w) / (\alpha_K U_K + \alpha_R U_R)$$

$$B = (\alpha U \Delta L) / (\alpha U \Delta L + D_0 c_p), \quad X = D_0 / (\alpha U \Delta L)$$

$$C = \frac{D_0 [c_p t(\tau_0) - H(\tau_0)] + V (dP/d\tau)}{\alpha U \Delta L} \quad (9)$$

式中, c_p 为定压比热, A_w 为管壁金属截面积。

为了求解, 可对时变系数在小时间步长 $\Delta\tau$ 内, 进行台劳展开并只取第一项, 这样就将能量方程常系数化, 并且使其同动量方程及质量平衡方程之间的耦合解开了。

由于方程(6)和(8)仍然通过壁温相互耦合, 为此首先求解壁温方程(7)。在假设时间步长 $\Delta\tau$ 内式(7)右端近似为一常数 K 后, 可得其解为: $t_w(\tau) = K + [t_w(\tau_0) - K] e^{-(\tau - \tau_0)/T_W}$ 令 $\bar{K} = [t_w(\tau_0) - K]/T_W$, 则式(7)的解可进一步写为:

$$t_w(\tau) = t_w(\tau_0) + T_W \bar{K} (1 - e^{-(\tau - \tau_0)/T_W}) \quad (10)$$

将式(10)分别代入方程(6)和(8), 可看出原来通过壁温耦合在一起的冷、热侧能量方程变成了相互独立的方程。为了得到入口参数相对时间的变化关系, 采用了如下的近似处理方法: 在时间步长足够小时, 任意一个复杂的过程都可以足够精确地用折线近似表示(如图2)。因此能量方程中入口焓 $H_0(\tau)$ 可写为:

$$H_0(\tau) = H_0(\tau_0) + \left. \frac{dH_0}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_M} (\tau - \tau_0) \quad (11)$$

$$\left. \frac{dH_0}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_M} = \frac{H_0(\tau_0 + \Delta\tau) - H_0(\tau_0)}{\Delta\tau}$$

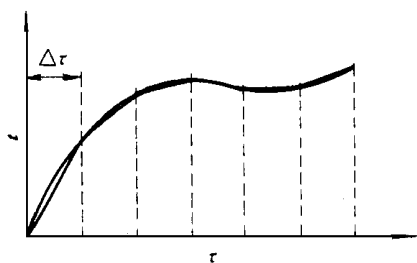


图2 输入随时间变化情况的简化处理^[2,3]

其中, 下标 M 代表 $\Delta\tau$ 内的平均值。经过简化后, 方程(6)和(8)变为常系数常微分方程, 可求出其解析解, 由于它们的形式完全相同, 故其解可写作如下的统一形式:

$$\begin{aligned} t(\tau) = & t(\tau_0) e^{-(\tau - \tau_0)/T} + B X (\tau - \tau_0) \left. \frac{dH_0}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_M} \\ & + B \left\{ t_w(\tau_0) + X \left[H_0(\tau_0) - T \left. \frac{dH_0}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_M} \right] + C \right\} (1 - e^{-(\tau - \tau_0)/T}) \\ & + \frac{B T_W \bar{K}}{T/T_W - 1} \left\{ \frac{T}{T_W} (1 - e^{-(\tau - \tau_0)/T}) - (1 - e^{-(\tau - \tau_0)/T_W}) \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_0 + \Delta\tau$ 显然, 此式是在一个时间段内, 通过对原方程进行常系数化并对输入条件进行简化等数值处理后得到的近似解析解, 它仅在当前时间段内成立; 到下一个时间段时, 又需重新计算新的解析解(形式相同, 系数更新)。因此, 这种求解方法兼有数值和解析解法的特征, 可称其为数值—解析复合求解方法。

可看出, 式(12)中 $T_w \bar{K}$ 还是未知的, 其值需从管壁的积分能量平衡方程:

$$\Delta Q_w = \Delta Q_R - \Delta Q_K \quad (13)$$

中求出。将式(12)代入上式并整理, 可求得显式形式的 $T_w \bar{K}$ 的表达式如下:

$$T_w \bar{K} = \frac{A U_R R_{TR} + (1 - A U_R) R_{TK} - t_w(\tau_0)}{1 - A U_R R_{TK} - (1 - A U_R) R_{TK}} \quad (14)$$

其中

$$R_T = t(\tau_0) \frac{1 - \exp(-\Delta\tau/T)}{\Delta\tau/T} + \frac{1}{2} \Delta\tau X \left. \frac{dH_0}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_M} + B \left\{ t_w(\tau_0) + X \left[H_0(\tau_0) - T \left. \frac{dH_0}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_M} \right] + C \right\} \left\{ 1 - \frac{1 - \exp(-\Delta\tau/T)}{\Delta\tau/T} \right\} \quad (15)$$

$$R_{TK} = B \left\{ \frac{T}{T_w} \frac{1 - \exp(-\Delta\tau/T)}{\Delta\tau/T} - \frac{1 - \exp(-\Delta\tau/T_w)}{\Delta\tau/T_w} \right\} \left\{ 1 - \frac{T/T_w - 1}{T/T_w - 1} \right\} \quad (16)$$

$$A U_R = (\alpha_R U_R) / (\alpha_R U_R + \alpha_K U_K) \quad (17)$$

2 仿真实例

仿真针对一个双流管式换热器进行, 换热器的主要输入参数如下: $P_{R0} = 0.1031 \text{ MPa}$, $T_{R0} = 935.85 \text{ }^\circ\text{C}$, $D_{R0} = 38.77 \text{ kg/s}$, $\alpha_K = 90 \text{ W/(m}^2\text{K)}$, $P_{K0} = 10.76 \text{ MPa}$, $T_{K0} = 406.08 \text{ }^\circ\text{C}$, $\alpha_R = 3000 \text{ W/(m}^2\text{K)}$, $\Delta L = 32.85 \text{ m}$ 。

图 3 所示为冷侧入口温度扰动时冷侧出口温度的动态响应情况。左起前两条线示出的是计算步长为 0.1 s 时分别采用复合求解方法和一阶显式欧拉算法得到的结果; 后两条线则是时间步长取 10 s 和 20 s 时, 用复合求解方法得到的结果。由结果及计算过程发现: (1) 步长为 0.1 s 时, 复合方法和欧拉法得到的结果重合而且计算速度基本相同; (2) 当步长大于 0.25 s 时, 欧拉法出现不收敛的现象。而复合方法则始终收敛; (3) 采用复合求解方法, 步长取 5 s 同取 0.1 s 的结果相差很小, 即使当步长增加到 10 s 甚至 20 s 时, 计算结果差别也不大。图 4 的结果也显示了同样的现象。这说明复合求解方法对计算步长敏感度较小。

既然复合求解方法对于步长不敏感, 即使采用较大的步长也能得到较精确的结果, 那么采用多段的集中参数模型代替分布参数模型并用较大步长的复合方法求解, 就可能收到既保证计算精度又提高计算速度的效果。为此, 对采用单段集中参数模型及等分四段的集中参数模型的情况进行了仿真, 并将结果同分布参数模型^[4]的计算结果进行了比较。图 5 和图 6 所示结果表明: 无论入口参数是小扰动还是较大的扰动, 四段模型的结果都已比较接近于分布参数的结果, 而计算时间仅为后者的四分之一。因此同分布参数方法比较, 新方法的精度和计算速度的确有较大的提高。

这种多段集中参数模型和使用大时间步长复合求解方法的结合, 就构成了本文提出的数值—解析混合仿真方法。

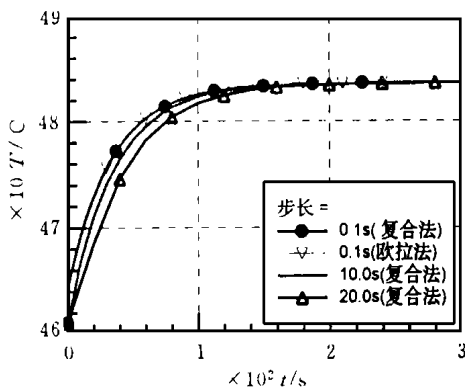


图3 冷侧入口温度阶跃5%时出口温度的变化

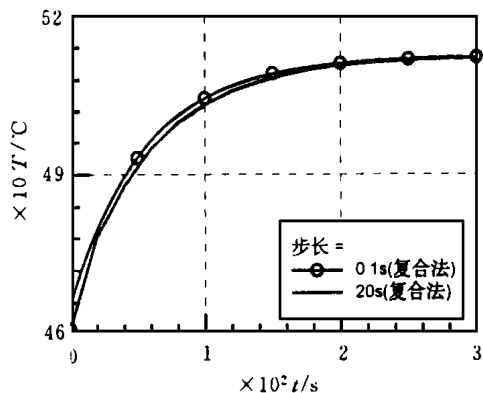


图4 冷侧入口流量阶跃减小50%时出口温度的变化

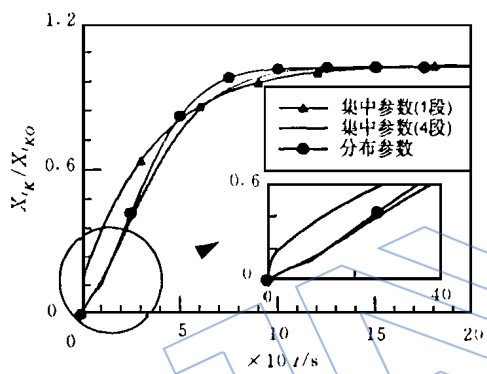


图5 冷侧入口温度阶跃增加10%时出口温度的变化

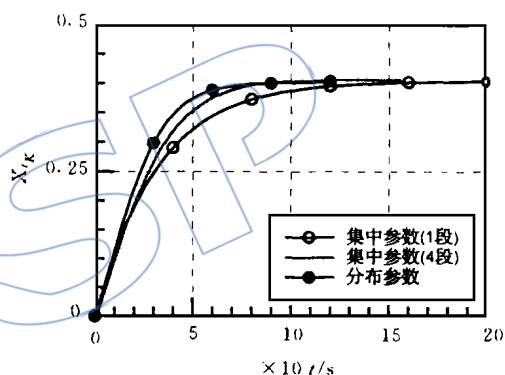


图6 热侧入口流量阶跃增加50%时冷侧出口温度的变化

3 小 结

提出了用于管式换热器仿真中的、兼有数值解和解析解特征的混合仿真方法。这种方法计算速度快、精度高,同时克服了单纯数值解法对计算步长较为敏感的缺点。此方法对热力系统中分布参数对象的实时及精细仿真具有重要意义。目前,此方法已成功地应用在清华大学的图形化建模及预测控制的研究中。

参 考 文 献

- 1 章臣樾 锅炉动态特性及其数学模型 北京: 水利电力出版社, 1987
- 2 Dolezal R. Simulation of Large State Variations in Steam Power Plants Lecture Notes in Engineering Edited by C. A. Brebbia and S. A. Orszag Springer- Verlag Berlin Heidelberg, New York, London Paris, Tokyo
- 3 Rolf A. Simulation des Nichtlinearen, Dynamischen Verhaltens Von Wärmetauschern Sowie Ihrer Komplexen Schaltungen in Kraftwerksbau Mit Einem Semianalytischen Berechnungsverfahren Fortschritt- Berichte VDI Zeitschriften Reihe 6 Nr. 141 VDI- Verlag GmbH Dusseldorf
- 4 李政 循环流化床锅炉精细数学模型、仿真与性能预测: [学位论文] 北京: 清华大学热能工程系, 1994

(责任编辑 杨再荣)