

固体火箭发动机瞬变参数辨识

国防科技大学 方丁酉*

【摘要】 叙述了固体火箭发动机参数辨识的方法,以反喷管打开后瞬变过程中推进剂瞬变燃速、打开函数和喷喉收缩因子的辨识为例,说明了瞬变参数辨识的技术。辨识采用的数学模型是零维不定常内弹道计算方程组,这是一个非线性系统的参数辨识问题。优化方法采用阻尼最小二乘法。给出了算例,经参数辨识精度分析,辨识结果是合理的。

主题词: 固体推进剂火箭发动机 参数辨识 辨识技术

分类号: V448.153

1 引言

发动机参数辨识是利用发动机试验测得的输入—输出数据,根据反映发动机工作过程的数学模型(例如内弹道计算方程组),采用系统辨识技术,估计出数学模型中的待定参数(即发动机参数)。发动机参数辨识的具体步骤为:(1)选取反映发动机工作过程的实验数据。(2)选择合适的数学模型。(3)确定待辨识参数。例如燃速公式中的燃速系数 b 、压强指数 n 等。(4)猜测待辨识参数的初值。例如复合推进剂的燃速压强指数可取 $n=0.3$,燃速系数可根据燃速仪燃速估计。(5)对数学模型进行计算。(6)计算残差平方和 Q 。(7)不断地用优化技术(例如阻尼最小二乘法)寻找使 Q 值不断减小的待辨识参数,当 Q 值达到最小时的参数就是辨识结果。(8)分析和验证辨识结果的正确性。本文根据上述步骤,对反喷管打开后瞬变过程中推进剂在高、低压下的瞬变燃速、反喷管打开函数(描述反喷管通道变化规律的函数)和反喷管喷喉收缩因子等进行了辨识,为瞬变过程的内弹道计算提供了必要的参数。

2 反喷管打开瞬变过程中的发动机参数辨识

2.1 待辨识参数

推进剂燃速 r 。假设瞬变燃速公式 $^{[1]} r = r_0 \{1 + (k_1 n / r_0^2) [(1/p)(dp/dt)]^{k_2}\}$,取稳态燃速 $r_0 = b p^n$ 。瞬变过程中压强变化很大,把压强分为两段,在高压段和低压段分别采用不同的稳态燃速公式。这样燃速公式中待辨识的参数有 b_1, n_1, b_2, n_2 和常数 k_1, k_2 。

反喷管喷喉收缩因子 φ 。 $\varphi =$ 通过反喷管的流量/通过反喷管的一维等熵流动的流量。

反喷管打开函数。反喷管堵块打开有一个过程,其通道面积逐渐增大。计算表明,通道面积按下列规律变化较好: $A_n/A_{ro} = a_1(1 - \cos a_2 t), t < t_1; A_n/A_{ro} = 1, t \geq t_1$ 。式中 A_{ro} 是反喷管最大喷喉面积, A_n 是随时间变化的通道面积, a_1, a_2 是待辨识参数, t_1 是通道面积达到最大面积的时间。由反喷管打开函数可得 $t_1 = \{\cos^{-1}[(a_1 - 1)/a_1]\}/a_2$ 。

本文只选择 9 个参数: $b_1, n_1, b_2, n_2, k_1, k_2, \mathcal{Q}, a_1$ 和 a_2 为待辨识参数。

2.2 数学模型

由于反喷管打开时, 药柱已接近燃尽, 药柱通道面积已很大, 喉通比 J 值很小, 一维和多维流动效应已不很明显, 为使计算简单, 采用零维流动模型。由于瞬变过程时间很短, 假设瞬变过程中燃烧室自由容积、燃面和喷喉面积保持不变, 也不考虑各反喷管打开的不同步, 推进剂定压燃烧温度和燃气的热力参数根据压强的大小由热力计算确定。

零维不定常内弹道计算方程为^[1]:

$$V_c(\mathrm{d}p/\mathrm{d}t) = \rho_p A_{br} \gamma R T_b - \Gamma p \gamma \overline{RT} (\mathcal{Q} A_t + \mathcal{Q} A_{rt})$$

$$V_c(\mathrm{d}T/\mathrm{d}t) = (RT^2/p) \{ \rho_p A_{br} (\mathcal{X} T_b/T) - 1 \} - (\Gamma p / \overline{RT}) (\mathcal{Q} A_t + \mathcal{Q} A_{rt}) (\gamma - 1)$$

对于给定的待辨识参数, 数值解方程组可求得 p 和 T 随时间的变化。

2.3 参数估计

数学模型确定后, 根据试验数据求取模型中的待定参数。采用对初值猜测要求不很严格的阻尼最小二乘法。设实验数据曲线为 $p_{ex} - t$, 计算得到的数据曲线为 $p - t$, 这两类曲线不可能

完全重合。在曲线上取 N 个点, 每个点的残差为 $(p_{exi} - p_i)$, 则残差平方和为 $Q = \sum_{i=1}^N (p_{exi} - p_i)^2$ 。 $p_i = p_i(b_1, n_1, b_2, n_2, k_1, k_2, \mathcal{Q}, a_1, a_2)$ 。为叙述方便, 待辨识参数记为 $x_j (j = 1, 2, \cdots, m)$, m 为待辨识参数的个数。各待辨识参数应满足 $\partial Q / \partial x_j = 0 (j = 1, 2, \cdots, m)$ 。由于这是一个非线性模型的最小二乘法参数辨识问题, 要用迭代计算来得到待辨识参数。首先把 p_i 线性化。设第 k 次迭代得到的待辨识参数为 $x_j^{(k)} (j = 1, 2, \cdots, m)$, 在 $x_j^{(k)}$ 点附近展开成台劳级数, 并仅取一阶量项, 代入残差平方和计算式, 得

$$Q = \sum_{i=1}^N \left\{ p_{exi} - \left[p_i^{(k)} + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial p_i}{\partial x_j} \right)^{(k)} \Delta x_j \right] \right\}^2$$

由 $\partial Q / \partial x_j \approx \partial Q / \partial \Delta x_j = 0$, 得

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial p_i}{\partial x_1} \right)^{(k)} \left(\frac{\partial p_i}{\partial x_j} \right)^{(k)} \Delta x_1 + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial p_i}{\partial x_2} \right)^{(k)} \left(\frac{\partial p_i}{\partial x_j} \right)^{(k)} \Delta x_2 + \cdots + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial p_i}{\partial x_m} \right)^{(k)} \left(\frac{\partial p_i}{\partial x_j} \right)^{(k)} \Delta x_m \\ &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial p_i}{\partial x_j} \right)^{(k)} (p_{exi} - p_i^{(k)}) \quad (j = 1, 2, \cdots, m) \end{aligned}$$

由此得线性方程组:

$$a_{11} \Delta x_1 + a_{12} \Delta x_2 + \cdots + a_{1m} \Delta x_m = a_{1y}$$

$$a_{21} \Delta x_1 + a_{22} \Delta x_2 + \cdots + a_{2m} \Delta x_m = a_{2y}$$

.....

$$a_{m1} \Delta x_1 + a_{m2} \Delta x_2 + \cdots + a_{mm} \Delta x_m = a_{my}$$

式中 $a_{ij} = \sum_{q=1}^N \left(\frac{\partial p_q}{\partial x_i} \right)^{(k)} \left(\frac{\partial p_q}{\partial x_j} \right)^{(k)}$, $a_{iy} = \sum_{q=1}^N \left(\frac{\partial p_q}{\partial x_i} \right)^{(k)} (p_{exq} - p_g^{(k)})$, $(i = 1, 2, \cdots, m; j = 1, 2, \cdots, m)$ 。

该线性方程组用矩阵表示为: $A \Delta X = B$ 。式中 A 矩阵的元素为 a_{ij} , $\Delta X = \{ \Delta x_1, \Delta x_2, \cdots, \Delta x_m \}^T$, $B = [a_{1y}, a_{2y}, \cdots, a_{my}]^T$ 。

当给定一组待辨识参数的初值 $x_j^{(0)}$ 时, 迭代计算就可开始。方程组中的偏导数由差商来计算。偏导数的计算量是很大的, 9 个待辨识参数每迭代一次就要数值解数学模型 18 次。

采用对初值要求不很严格的阻尼最小二乘法,做法是在矩阵 $\mathbf{A}$ 的对角线元素上都加上一个阻尼因子 $d(d > 0)$,求解的代数方程组为^[2]: $(\mathbf{A} + \mathbf{I}d) \Delta \mathbf{X} = \mathbf{B}$ 。当 d 增大时,搜索方向转向负梯度方向,而且 $\Delta \mathbf{X}$ 减小;当 d 足够大时,总可找到使残差平方和减小的解,最后达到收敛。

3 瞬变参数辨识举例

本算例的 $p_{ex}-t$ 曲线为图 1 所示。辨识中取曲线上点数 $N = 120$;待辨识参数如前面所述, $m = 9$ 。根据半经验公式^[1]有 $k_2 = 1$, k_1 与推进剂热扩散系数有关,故取初值分别为 $k_1 = 3 \times 10^{-8}$, $k_2 = 0.99$ 。

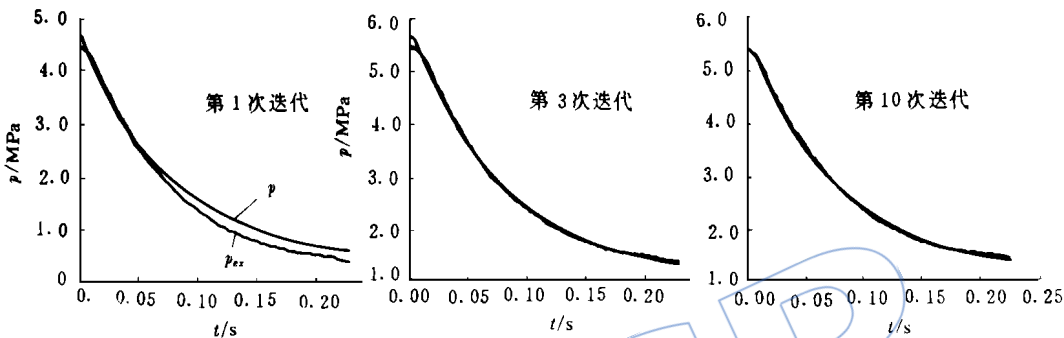


图 1 实验的 $p_{ex}-t$ 曲线和辨识过程中计算的 $p-t$ 曲线

辨识过程中第 1、3 和第 10 次迭代计算的 $p-t$ 曲线示于图 1 中。由图可见,随着迭代计算的进行,计算的 $p-t$ 曲线越来越接近 $p_{ex}-t$ 曲线。

图 2 示出了实验的推力—时间($F_{ex}-t$)曲线。由于反喷管打开,推力突然下降,致使实验台架振动,测量的推力曲线呈振荡状态,给数据处理带来困难。

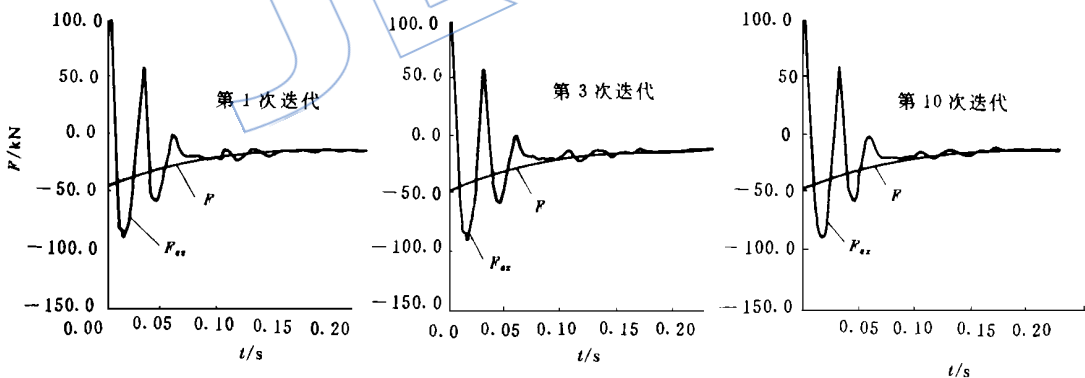


图 2 实验的 $F_{ex}-t$ 曲线和辨识过程中计算的 $F-t$ 曲线

发动机的推力(由主喷管和反喷管共同作用的推力)按下式计算:

$$F = (\eta_{cf1} A_t - \eta_{cf r} A_{rt}) p = kp$$

式中 η_1 、 η_r 和 c_{f1} 、 c_{fr} 分别是主喷管、反喷管的喷管效率和推力系数, A_t 和 A_{rt} 分别为主喷管和反喷管的喷喉面积。由于 η_1 、 η_r 和 c_{f1} 、 c_{fr} 、 A_t 和 A_{rt} 均难于精确确定,特别在地面试验中,当燃烧室压强较低时,主喷管内可能进入激波,使计算更困难。因此,式中 k 近似地按 $k = (\text{发动机在第 2 平衡状态时的推力} / \text{发动机在第 2 平衡状态时的燃烧室压强})$ 计算。

图 2 中示出了辨识过程中第 1、3 和第 10 次迭代计算的 $F-t$ 曲线。由图可见,该方法较好地确定了瞬变过程中的推力变化。

表 1 列出了待辨识参数的初值和辨识结果,并列出了残差平方和 Q 值。

表 1 待辨识参数的初值和结果

	b_1	n_1	b_2	n_2	k_1	k_2	φ_r	a_1	a_2	Q
初 值	5×10^{-5}	0.3	2×10^{-5}	0.3	3×10^{-8}	0.99	0.8	1000	10	11.06×10^{12}
辨识结果	4.2017×10^{-5}	0.291	2.731×10^{-5}	0.3259	3.0259×10^{-8}	1.0349	0.8768	728.62	3.4953	0.14×10^{12}

由辨识结果得到的各参数为:

瞬变燃速公式: $r = r_o \{ 1 + [(3.0259 \times 10^{-8} n) / r_o^2] [(1/p)(dp/dt)]^{1.0349} \}$

其中 $r_o = 4.2017 \times 10^{-5} p^{0.2910}$ $n = 0.2910$ $3 \times 10^6 \text{Pa} < p < 5 \times 10^6 \text{Pa}$
 $r_o = 2.7310 \times 10^{-5} p^{0.3259}$ $n = 0.3259$ $8 \times 10^6 \text{Pa} < p \leq 3 \times 10^6 \text{Pa}$

反喷管打开函数:

$$\begin{cases} A_{rt}/A_{ro} = 728.62(1 - \cos 3.4953t) & t < 0.015\text{s} \\ A_{rt}/A_{ro} = 1 & t \geq 0.015\text{s} \end{cases}$$

反喷管的喷喉收缩因子 φ 为 0.8768。

参数辨识准度分析。参数辨识的准度分析已有一些理论方法,但工程判断仍是很重要的手段。在工程判断中可从下面几方面着手: (1) 对多次实验数据进行参数估计,然后对估计值进行统计分析。(2) 对可直接或间接测量的参数进行实验检验。(3) 根据物理、化学、力学等方面的规律分析估计值量级的合理性。

从算例的辨识结果可以看出,推进剂稳态燃速压强指数 n 随压强升高而减小,这与推进剂燃烧规律一致;反喷管的喷喉收缩因子比常规发动机小得多,这与反喷管的喷喉不光滑效果一致;反喷管完全打开的时间 $t_1 = 0.015\text{s}$,这与试验数据的初始段相吻合。再从图 1 可见,计算曲线与试验曲线拟合很好。从这两方面的分析来看,算例的辨识结果是合理的。

结论 本文提出的反喷管打开后瞬变过程参数辨识技术对算例的应用是成功的,它还可用来估计瞬变过程中推力的变化规律,克服了因实验台架振动推力确定的困难。该技术也可推广用于发动机其它工作状态的参数估计。

参 考 文 献

1 狄连顺,方丁酉,马德义.火箭发动机原理.湖南长沙国防科技大学,1992
2 万跃青等.最优化计算方法常用程序程序汇编.工人出版社,1983

(责任编辑 杨再荣)