

固体火箭发动机性能预估及可靠性分析

航天工业总公司第四院第 41 研究所 余贞勇**

【摘要】 通过对影响发动机性能变化的几个主要参数的统计分析,建立了固体火箭发动机性能的概率统计模型。应用 Monte-Carlo 方法计算出一定温度范围内固体火箭发动机的性能与偏差,并用实际结果进行了验证。从而获得了发动机的可靠性估计,为导弹的弹道与精度设计提供重要的依据。

主题词: 固体推进剂火箭发动机 性能预测 可靠性设计

分类号: V448.153

由于诸多影响因素,固体火箭发动机性能偏差是随机性的。导弹总体极为重视固体火箭发动机在工作过程中的推力 F 、压强 P 、流量 q_m 和比冲 I_s 随时间变化的性能与偏差量。发展预示与计算上述性能与偏差的方法,不仅对精确计算导弹的射程及精度有重要的意义,而且还可为性能可靠性的分析奠定基础。这里所论述的方法是利用已知的试验数据,在数理统计概念的基础上,从为数不多的几次试验得出的数据出发,用 Monte-Carlo 方法计算出性能和偏差预估值。在此基础上,对发动机的性能可靠性进行了分析,并用仿真结果进行了验证。计算结果表明,性能的预估计算是准确的,在此基础上的可靠性分析是可信的。

1 发动机性能预估模型

1.1 性能与偏差计算模型

固体火箭发动机的主要性能参数是燃烧室压强 P 。它是由 7 个参数决定的:

$$P = (\rho a e^{\pi(T-20)} C^* A_b / A_t)^{1/(1-n)} \quad (1)$$

$$F = C_f \cdot P \cdot A_t \quad (2)$$

$$C_f = C_{fth} \cdot \xi_N \quad (3)$$

$$q_m = P \cdot A_t / C^* \quad (4)$$

$$I_s = C_f \cdot C^* \quad (5)$$

式中 C_f 为实际推力系数, C_{fth} 为理论推力系数, ξ_N 为喷管效率因子。由于 $I_s = C_f / q_m$, 故性能计算主要为 (1)、(2) 和 (4) 式。在计算模型中,除推力系数和燃面 A_b 为理论计算求得外,其余推进剂密度 ρ 、燃速系数 a 、压强指数 n 、喷管喉部面积 A_t 、特征速度 C^* 和环境温度 T 均处理为随机变量。

以 SRM 1 发动机为例,根据这 6 个参数的一组观测数据,可以建立概率统计模型,然后用 Monte-Carlo 方法进行计算机模拟,计算出该发动机的性能与偏差量。

1.2 参数概率统计模型的建立

在大型固体火箭发动机的性能计算和预示中, 喷管喉径烧蚀的计算是一个重要内容。对 SRM 1 发动机, 根据地面静止试车后得到的压力—时间曲线和推力—时间曲线, 考虑到喷管的性能损失, 使用推力公式及喷管面积比和压强比的关系式, 迭代计算出喷管喉径随时间的变化曲线^[1]; 然后用数字时间序列法对喷管喉部烧蚀规律建立了概率统计模型^[2], 可以得到

$$\begin{aligned} r(t)/r_0 = & 0.94365634 + 0.08545692 \cdot t - 0.024422\cos(2\pi t/195) \\ & - 0.025088\sin(2\pi t/195) - 0.014055\cos(2\pi t/48.75) \\ & + 0.023677\sin(2\pi t/48.75) - 0.005434\cos(2\pi t/97.5) \\ & + 0.020374\sin(2\pi t/97.5) - 0.015691\cos(2\pi t/24.375) \\ & - 0.007633\sin(2\pi t/24.375) + 0.006659\cos(2\pi t/39) \\ & + 0.014666\sin(2\pi t/39) + \epsilon \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\epsilon \sim N(2.4833 \times 10^{-5}, 0.00093879^2)$, $t = i/N$ ($i = 1, \dots, N$), r_0 为喷管初始曲率半径。

目前, 在固体火箭发动机内弹道参数计算中, 燃速公式广泛采用维也里压强指数公式 $r = ae^{\tau(T-20)}P^n$ 。在实测压强、燃面和喉径已知的情况下, 通过对发动机瞬时燃速的计算, 运用参数辨识技术, 可计算出维也里燃速公式中的燃速系数 a 和压强指数 n ^[3]。对 7 台试过车的 SRM 1 发动机进行上述计算, 可得到 7 个 a 值和 7 个 n 值。用概率图检验、拟合性检验和小样本统计推断等检验方法对 a, n 进行检验^[4,5], 可以认为它们服从正态分布, 有

$$a(\text{cm/s}(\text{kPa})^n) \sim N(0.03732714, 0.00014155^2) \quad (7)$$

$$n \sim N(0.3847714, 0.01190^2) \quad (8)$$

另外, 假定温度服从均匀分布, 有

$$T \sim u(15, 25) \quad (9)$$

ρ 为推进剂密度, 可以从每一台发动机的实测数据中得出。根据 SRM 1 发动机 12 台的实测值, 运用概率图、拟合性检验等检验方法, 可以得出:

$$\rho \sim N(1795.475, 3.111553^2) \quad (10)$$

如果发动机的瞬时喉径已知的话, 可准确地计算出来。根据 SRM 17 台发动机试车后的计算结果, 经过检验, 可以得出:

$$C^* \sim N(1561.9457, 9.54546^2) \quad (11)$$

2 Monte-Carlo 计算机模拟

产生随机数的递推公式为

$$X_{i+1} = (bX_i + c) \pmod{m}, \quad U_{i+1} = X_{i+1}/m, \quad i = 0, 1, 2 \quad (12)$$

设 $u \sim U(0, 1)$, $v \sim U(0, 1)$, u, v 相互独立, 得标准正态分布的抽样公式为

$$X = \sqrt{-2\ln u} \cos(2\pi v), \quad Y = \sqrt{-2\ln v} \cos(2\pi u) \quad (13)$$

若 z, w 为正态 $N(\mu, \sigma^2)$ 随机数, 其抽样公式为

$$z = \sigma X + \mu, \quad w = \sigma Y + \mu \quad (14)$$

已知 6 个参数的分布后, 根据 (12)~(14) 式, 就可以在计算上产生这 6 种分布的随机数。这样, 在某一温度范围内, 根据 6 个随机变量的许多组随机数据, 代入内弹道计算模型中, 进行 Monte-Carlo 模拟。

3 计算结果及分析

利用 *Monte- Carlo* 方法, 计算了 100 发固体火箭发动机的 P 、 F 、 q_m 和 I_s 等性能参数及偏差随时间的变化值, 以及上述性能参数平均值的均值和方差。本文只摘录部分计算结果。发动机瞬时模拟压强的均值和标准差列于表 1。

表 1 部分时间点的模拟压强的均值和标准差(MPa)

t/s	0.3	0.5	1.3	2.9	5.3	7.7	10.1	14.9
均 值	4.3778	4.4853	5.0298	6.0371	6.0964	6.1634	6.5453	6.8465
标准差	0.0523	0.0538	0.0663	0.0872	0.0642	0.0858	0.0908	0.0919
t/s	18.1	20.5	24.5	28.5	29.3	30.1	31.6	
均 值	6.5849	6.1473	5.0020	3.6848	3.4265	3.1692	0.8066	
标准差	0.0816	0.0753	0.0651	0.0725	0.0683	0.0873	0.5472	

压强模拟曲线示于图 1 中。图 1 中的实线表示由压强均值曲线及均值加减 3 倍标准差曲线组成的压强模拟曲线, 虚线表示 3 台发动机地面试验实测曲线。

发动机主要性能参数模拟平均值及其偏差与实测值的比较列于表 2。

表 2 各参数的均值与方差与实际值的比较

		平均压强	平均推力	平均流量	装药量	r_{it}/r_o
均 值		5.54596	43.7698	15.3992	493.81	1.0297
标准差		0.10159	0.69246	0.27818	3.7775	0.0156
三发	S1	5.6545	44.767	15.685	495.48	1.02696
试车	S2	5.5776	44.372	15.565	493.81	1.02508
结果	S3	5.5689	44.208	15.513	492.77	1.03358

计算结果分析如下: (1) 从表 1 和图 1 可看出在一定温度范围内, 压强在平衡段模拟计算结果的相对误差不超过 5.36%, 满足总体要求。(2) 由于点火瞬间点火压强不稳定的影响, 固体发动机内弹道本身的自加速特性, 以及燃烧结束时真空舱补气和绝热层继续燃烧等特点, 使得上升段及下降段性能偏差较大, 由表 1 和图 1 可看出这一点。以压强为例, 在上升段, 相对误差超过 10%; 在下降段, 相对误差超过 100%。(3) 由图 1 可发现, 压强在平衡段的实测值都包含在均值±3 倍标准差范围内; 同时根据表 2, 通过与试车数据的比较, 可发现, 内弹道性能的实际试车数据, 都包含在其均值±3 倍标准差范围内, 说明计算模

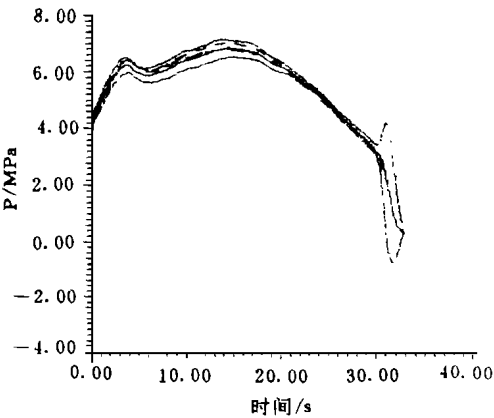


图 1 压强模拟曲线

型是准确的,模拟计算结果是可信的。(4)在计算中还发现,对偏差变化影响最大的是压强指数,其次是燃速系数,而特征速度和推进剂密度对其影响不大。由于发动机喉径与各性能参数密切相关,因而喉径的变化对偏差的大小也有一定的影响。这样,压强指数、燃速系数和喉径的准确与否,直接关系到计算的准确性和偏差量的大小。

4 性能可靠性分析

若记性能参数为 X ,性能参数额定值为 X_0 , ΔX 为性能参数允许偏差,对发动机来说,性能可靠性表示为双侧性能可靠性,即 $R_{TS} = P(X_0 - \Delta X \leq X \leq X_0 + \Delta X)$ 。

在通常情况下, X 服从正态分布,通过有限次仿真,可得参数 X 的均值估计 $\hat{\bar{X}}$ 和方差估计 $\hat{\sigma}$,由此可得可靠性估计 $R_{TS} = \Phi(X_0 + \Delta X - \hat{\bar{X}}/\hat{\sigma}) - \Phi(X_0 - \Delta X - \hat{\bar{X}}/\hat{\sigma})$

通过 10000 次仿真计算,对总体部关心的平均压强、平均推力和平均流量的可靠性进行了估计,计算结果见表 3。

表 3 性能可靠性估计结果

性能参数	平均压强(MPa)	平均推力(kN)	平均流量(kg/s)
均 值	5.558	43.9779	15.4789
标准差	0.1076	0.71356	0.2797
参数额定值	5.5 ± 0.44	44 ± 3.52	15.5 ± 1.24
可靠性估计	0.9998	0.999999	0.9999899

由表 3 可以看出,该发动机的性能可靠性很高,满足了总体对性能可靠性的要求。

结论 (1)用计算机模拟计算,可得到发动机试验的性能与偏差预测值。从计算结果可看出,模拟的结果与实际结果相吻合。这样,便可用模拟结果来代替实际静止结果,从而减少实际的试验次数,其经济效益是非常可观的。(2)知道了发动机性能及偏差的计算值,可对发动机的性能可靠性进行估计,这是发动机研制过程中的一个重要环节,也为导弹的制导系统设计提供了重要的依据。

参 考 文 献

- 1 余贞勇. 固体火箭发动机喷管喉径瞬变值的计算. 固体火箭技术, 1993; 4: 27
- 2 余贞勇. 固体火箭发动机喉部烧蚀的计算机模拟. 固体火箭技术, 1994; 2: 21
- 3 余贞勇. 固体火箭发动机实际燃速常数的计算. 推进技术, 1993(2): 48
- 4 方再根. 计算机模拟和蒙特卡洛方法. 北京: 北京工业学院出版社, 1988: 142
- 5 朱燕堂, 王命宇, 戎海武. 小样本统计推断. 中国运筹学会西北地区第三届运筹学术会议, 西安: 1991

(责任编辑 杨再荣)