

航空行星减速器的振动特性分析*

西北工业大学 袁茹** 纪名刚

【摘要】 依据航空行星减速器的结构特征,考虑各构件沿三坐标方向的线振动和绕轴线的角振动,建立了行星减速器的多刚体多自由度的振动系统模型,推导了该振动系统的动力学微分方程,分析了齿轮副的啮合刚度及综合啮合误差的激励表达式。通过对振动方程的数值求解,研究了行星减速器在参数激励与传动激励下的振动特性,得出了航空行星减速器在工作过程中,容易发生支承共振和齿轮扭转共振的结论。

主题词: 行星齿轮传动 参数 激励 特性 振动分析

分类号: O 321 V 216 21

1 行星传动的振动模型

渐开线斜齿圆柱齿轮行星传动是航空减速器较常用的形式,由于内、外啮合及行星轮间的动力耦合,以及多种激励的并存,使其振动分析较为复杂。已做的关于行星传动振动研究工作,大都是在简化模型的基础上进行的^[1-5],因而所得结论也就具有很大的条件性。本文真实模拟了航空减速器的支承条件和工作条件,建立了行星减速器的多自由度空间振动模型,成功地分析了航空行星减速器的振动特性。

图1所示为行星传动的振动模型。其中坐标系 $\Sigma = \{o, x, y, z\}$ 为固定坐标系,而坐标系 $\Sigma'_{pj} = \{o_{pj}, x_{pj}, y_{pj}, z_{pj}\}$ 为固结于行星轮 p_j 轴心的平动坐标系。在坐标系 Σ 中,太阳轮 s 的振动自由度为 $[x_s, y_s, z_s, \theta]^T$,行星架 c 的振动自由度为 $[x_c, y_c, z_c, \theta]^T$,内齿圈 a 的振动自由度为 $[x_a, y_a, z_a, \theta]^T$,行星轮 p_j 的振动自由度为 $[x_{pj}, y_{pj}, z_{pj}, \theta_j]^T$ 。

行星轮 p_j 在坐标系 Σ'_{pj} 中的振动自由度为 $[x'_{pj}, y'_{pj}, z'_{pj}, \theta'_j]^T$ 。加上传动系统输入件和输出件的角振动自由度 θ_I 和 θ_{II} ,系统共有 $4(n_p + 3) + 2$ 个自由度(其中 n_p 为行星

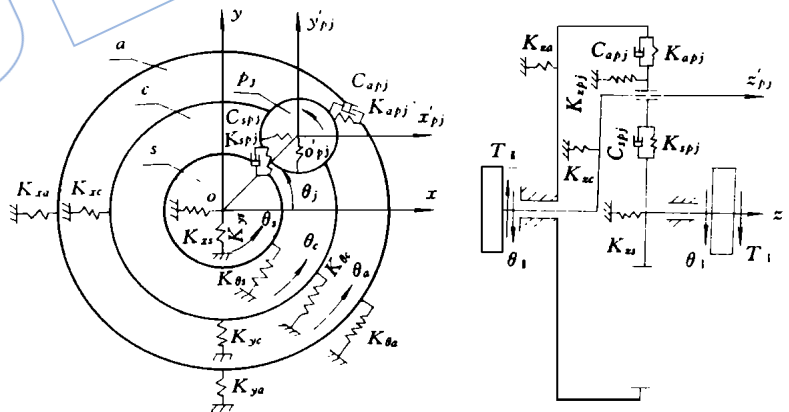


图1 行星减速器振动模型

轮个数)。

在航空行星减速器中,太阳轮和行星轮多为实体结构,而内齿圈往往固定在柔度较大的支架上。为了均载,太阳轮、行星轮或行星架采取浮动结构。故在振动分析中,应考虑支承弹性。在图 1 模型中,太阳轮 s 置于刚度为 K_{x_s} 、 K_{y_s} 、 K_{z_s} 的支承上,并以扭转刚度为 K_{θ_s} 的轴与输入件相联,与行星轮 p_j 的啮合刚度及阻尼分别为 K_{sp_j} 和 C_{sp_j} 。行星轮 p_j 与行星架 c 间以线刚度 K_{xp_j} 、 K_{yp_j} 、 K_{zp_j} 相联。内齿圈 a 以线刚度 K_{x_a} 、 K_{y_a} 、 K_{z_a} 及扭转刚度 K_{θ_a} 与机架相联,与行星轮 p_j 的啮合刚度及阻尼分别为 K_{ap_j} 和 C_{ap_j} 。行星架 c 置于刚度为 K_{x_c} 、 K_{y_c} 、 K_{z_c} 的支承上,并以扭转刚度为 K_{θ_c} 的轴与输出件相联。

2 行星传动的动力学方程

利用 Lagrange 定理,可得行星传动中各刚体在固定坐标系 Σ 中的动力学方程如下

$$m_s \ddot{x}_s - \sum_{j=1}^{n_p} F_{sp_j} \cdot cs + K_{x_s} x_s = 0, \quad m_s \ddot{y}_s - \sum_{j=1}^{n_p} F_{sp_j} \cdot cc + K_{y_s} y_s = 0 \quad (1)$$

$$m_s \ddot{z}_s - \sum_{j=1}^{n_p} F_{sp_j} \sin \beta_b + K_{z_s} z_s = 0, \quad J_s \ddot{\theta}_s + r_s \sum_{j=1}^{n_p} F_{sp_j} \cos \beta_b \cos \alpha_n + K_{\theta_s} \theta_s = 0 \quad (2)$$

$$m_{p_j} [\ddot{x}_{p_j} + r_c \omega_c^2 + F_{sp_j} \cdot cs + F_{ap_j} \cdot cs + K_{xp_j} (x_{p_j} - r_{cc} - x_c)] = 0 \quad (3)$$

$$m_{p_j} [\ddot{y}_{p_j} + r_c \omega_c^2 - F_{sp_j} \cdot cc + F_{ap_j} \cdot cc + K_{yp_j} (y_{p_j} - r_{cs} - y_c)] = 0 \quad (4)$$

$$m_{p_j} [\ddot{z}_{p_j} + F_{sp_j} \sin \beta_b - F_{ap_j} \sin \beta_b + K_{zp_j} (z_{p_j} - z_c)] = 0 \quad (5)$$

$$J_{p_j} [\ddot{\theta}_{p_j} - r'_{p_j} F_{ap_j} \cos \beta_b \cos \beta + r'_a F_{ap_j} \cos \alpha_n \cos \beta] = 0 \quad (6)$$

$$m_a \ddot{x}_a + \sum_{j=1}^{n_p} F_{ap_j} \cdot cs + K_{x_a} x_a = 0, \quad m_a \ddot{y}_a + \sum_{j=1}^{n_p} F_{ap_j} \cdot cc + K_{y_a} y_a = 0 \quad (7)$$

$$m_a \ddot{z}_a + \sum_{j=1}^{n_p} F_{ap_j} \sin \beta_b + K_{z_a} z_a = 0, \quad J_a \ddot{\theta}_a + r_a \sum_{j=1}^{n_p} F_{ap_j} \cos \alpha_n \cos \beta + K_{\theta_a} \theta_a = 0 \quad (8)$$

$$m_c \ddot{x}_c + \sum_{j=1}^{n_p} \{K_{xp_j} [x_c - x_{p_j} + r_{cc}] + K_{xc} x_c\} = 0 \quad (9)$$

$$m_c \ddot{y}_c + \sum_{j=1}^{n_p} \{K_{yp_j} [y_c - y_{p_j} + r_{cs}]\} + K_{yc} y_c = 0 \quad (10)$$

$$m_c \ddot{z}_c + \sum_{j=1}^{n_p} [K_{zp_j} (z_c - z_{p_j})] + K_{zc} z_c = 0 \quad (11)$$

$$J_c \ddot{\theta}_c + r_c \sum_{j=1}^{n_p} \{K_{xp_j} [x_{p_j} - r_{cc} - x_c]s + K_{yp_j} [y_c - y_{p_j} + r_{cs}]c\} + K_{\theta_c} (\theta_c - \theta_{II}) = 0 \quad (12)$$

$$J_I \ddot{\theta}_I + K_{\theta_s} (\theta_I - \theta_s) - T_I = 0, \quad J_{II} \ddot{\theta}_{II} + K_{\theta_c} (\theta_{II} - \theta_c) - T_{II} = 0 \quad (13)$$

式中 m_s 、 m_{p_j} 、 m_a 、 m_c 和 J_s 、 J_{p_j} 、 J_a 、 J_c 分别为太阳轮 s 、行星轮 p_j 、内齿圈 a 及行星架 c 的质量和转动惯量; J_I 、 J_{II} 和 T_I 、 T_{II} 分别为输入件及输出件的转动惯量和作用转矩; r_s 、 r'_{p_j} 、 r'_a 、 r_c 分别为太阳轮、行星轮、内齿圈的节圆半径及行星轮回转半径; $F_{sp_j} = K_{sp_j} (\delta_{sp_j} - \epsilon_{sp_j}) + C_{sp_j} \dot{\delta}_{sp_j}$, $F_{ap_j} = K_{ap_j} (\delta_{ap_j} - \epsilon_{ap_j}) + C_{ap_j} \dot{\delta}_{ap_j}$, $cc = \cos \beta_b \cos (\omega t + Q_j - \alpha)$, $cs = \cos \beta_b \sin (\omega t + Q_j - \alpha)$ 。 Q_j 为行星轮 p_j 的初始位置角; β_b 、 β 、 α_n 、 α' 分别为齿轮的基圆螺旋角、螺旋角、法面压力角及端面啮合角; δ_{sp_j} 、 δ_{ap_j} 分别为太阳轮 s 与行星轮 p_j 、内齿圈 a 与行星轮 p_j 的啮合点间的法向相对位移量, 其

值分别由下式确定

$$\begin{aligned} \delta_{sp_j} = & [r'_s \theta + r'_{p_j} \theta_{p_j} - (x_s - x_{p_j})s + (y_s - y_{p_j})c] \cos \alpha_n \cos \beta \\ & + [(x_s - x_{p_j})c + (y_s - y_{p_j})s + r_c] \sin \alpha_n + (-Z_s + Z_{p_j}) \cos \alpha_n \sin \beta \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \delta_{ap_j} = & [r'_a \theta + r'_{p_j} \theta_{p_j} - (x_a - x_{p_j})s + (y_a - y_{p_j})c] \cos \alpha_n \cos \beta \\ & - [(x_a - x_{p_j})c + (y_a - y_{p_j})s + r_c] \sin \alpha_n + (-Z_a + Z_{p_j}) \cos \alpha_n \sin \beta \end{aligned} \quad (15)$$

而 ϵ_{sp_j} 、 ϵ_{ap_j} 分别为太阳轮与行星轮、内齿圈与行星轮啮合点处沿啮合线的综合啮合误差。(3)、(4)、(9)、(10)、(14)、(15) 中的 $s = \sin(\omega t + Q_j)$, $c = \cos(\omega t + Q_j)$ 。

4 啮合刚度和综合啮合误差分析、行星传动系统的振动分析

在行星传动的动力学方程中, 各支承刚度 K_x 、 K_y 、 K_z 及扭转刚度 K_θ 可通过计算集中载荷作用下轴及轴承的变形获得。在输入及输出转矩为常数时, 啮合刚度的变化和综合啮合误差是产生行星传动振动的主要原因, 即行星传动属于参数激励与传动激励并存的自激振动系统, 因此应对轮齿的啮合刚度和齿轮综合啮合误差进行分析和处理。

由于同时参于啮合的轮齿对数的改变, 使啮合刚度呈周期性变化。若忽略单齿啮合刚度沿齿高方向的变化, 则轮齿综合刚度为周期性短波形, 在啮合周期内, 将其展成 Fourier 级数, 即

$$K = \bar{K} + \sum_{i=1}^N A_i \sin(\omega t + \varphi_i), \quad \bar{K} \text{ 为啮合刚度的平均值。}$$

轮齿综合啮合误差是制造误差、装配误差和轴承游隙等因素在沿啮合线方向上的综合反映。通过分析和数学处理, 得太阳轮 s 与行星轮 p_j 啮合轮齿间的综合误差 ϵ_{sp_j} 的计算公式如下:

$$\begin{aligned} \epsilon_{sp_j} = & (\Delta F_{rs} + \Delta F_{rp_j} + \Delta f_a + \Delta r_s + \Delta r_{p_j}) \sin \alpha_n \\ & + (\Delta F_{ws} + \Delta F_{wp_j} + \Delta F_{\beta s} + \Delta F_{\beta p_j}) \cos \alpha_n \cos \beta \\ & + (\Delta a_s + \Delta a_{p_j}) \cos \alpha_n \sin \beta + (\Delta f_{fs} + \Delta f_{fp_j}) \cos \beta \end{aligned} \quad (16)$$

ΔF_{rs} 、 ΔF_{ws} 、 $\Delta F_{\beta s}$ 、 ΔF_{fs} 、 Δr_s 、 Δa_s 分别为太阳轮 s 的齿圈径向跳动、公法线长度变动、齿向、齿形误差、轴承径向及轴向游隙; ΔF_{rp_j} 、 ΔF_{wp_j} 、 $\Delta F_{\beta p_j}$ 、 Δf_{fp_j} 、 Δr_{p_j} 、 Δa_{p_j} 分别为行星轮的齿圈径向跳动、公法线长度变动、齿向、齿形误差、轴承径向及轴向游隙; Δf_a 为齿轮副的中心距偏心。内齿圈 a 与行星轮 p_j 啮合轮齿间的综合啮合误差 ϵ_{ap_j} 的计算公式与式(16)类似。

将行星传动的动力学方程写成矩阵形式, 即

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{P\} \quad (17)$$

式中质量矩阵 $[M]$ 为常数对角矩阵, 而阻尼矩阵 $[C]$ 、刚度矩阵 $[K]$ 及激振力向量 $\{P\}$ 皆是机构位置的函数。求解时, 首先给定机构的初始位置和初始条件, 然后将内啮合与外啮合的公共周期进行若干等分, 求得机构的对应位置区间。在每个小区间内, 将 $[C]$ 、 $[K]$ 、 $\{P\}$ 视为常数矩阵, 依据该区间的起始值 $\{X^{(k)}\}$, 用数值差分法求解式(17), 得该区间的终值 $\{X^{(k+1)}\}$, 并将其作为下一小区间的初值, 依次对各小区间进行计算, 直到获得稳定响应。

依据上述方法, 分析计算了某航空行星减速器的动态响应。该减速器的参数为: 齿数 $Z_s = 37$, $Z_p = 14$, $Z_a = 65$, 模数 $m_n = 1.5 \text{ mm}$, 螺旋角 $\beta = 26.1183^\circ$, 变位系数 $x_s = -0.21621$, $x_p = 0.15$, $x_a = 0.08379$, 行星轮个数 $n_p = 3$, 齿轮材料皆为 20CrMnMo, 齿面硬度为 HRC56~62, 精度为 6 级。输入功率为 90 kW, 输入转速为 9000 r/min。求得稳定响应 $\{X\}$ 后, 为了便于结果分析, 引入行星架传动误差 $\Delta\theta$ 和齿轮动载系数 k_d 的概念, 其定义分别为

$$\Delta\theta = \omega t - \theta \quad (18)$$

$$k_d = \sum_{j=1}^{n_p} [K_{sp_j}(\delta_{sp_j} - \epsilon_{sp_j}) + C_{sp_j}\dot{\delta}_{sp_j}]r_s' \frac{\cos\alpha_k \cos\alpha\beta}{T_1} \quad (19)$$

式中 ω 是行星架的名义转速, 本例中 $\omega = 341.9 \text{ 1/s}$ 。式(19)是行星轮与太阳轮的动载系数表达式, 行星轮与内齿圈的动载系数表达式与此式类似。

图 2 给出了在一个啮合周期内传动误差及动载系数随啮合时间的变化情况。图 3 给出了不同转速下齿轮动载系数的最大值变化情况。图中点划线表示太阳轮与行星轮间的动载系数, 虚线表示行星轮与内齿圈的动载系数。

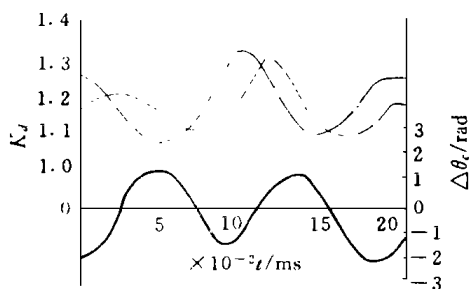


图 2 传动误差与动载系数曲线

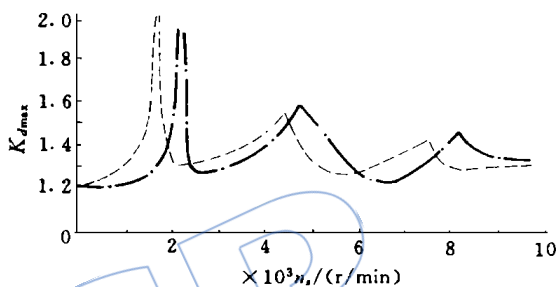


图 3 行星传动的振动特性

由图 2 可知, 由于啮合刚度和综合啮合误差的变化, 使行星传动的传动误差及动载荷在啮合周期内产生较大波动。在输入转速为 9000 r/min 时, 行星架转角的最大绝对误差约为 0.3% , 最大动载系数约为 1.34 。由图 3 可看出, 在转速 2000 r/min 附近, 行星减速器产生支承共振, 在 4500 r/min 附近, 发生齿轮的扭转共振, 而在 8000 r/min 附近存在 $1/2$ 次共振峰。

4 结 论

(1) 行星传动属于参数激励和传动激励并存的自激系统, 为了研究其振动特性, 应对啮合刚度和综合啮合误差进行分析和处理。(2) 行星传动的动力学方程是多自由度变系数微分方程组, 在用数值法求解时, 要合理选择差分步长和初始条件, 以保证快速收敛。(3) 在航空行星减速器的起动过程中, 要越过支承共振和扭转共振区, 故在结构设计时, 应考虑阻尼问题。(4) 行星轮与内齿圈间的动载荷小于行星轮与太阳轮间的动载荷。

参 考 文 献

- 1 王文亮 结构振动及动态子结构法 上海: 复旦大学出版社, 1986: 37
- 2 [英] J. D. 史密斯著, 吴佩江等译 齿轮振动与噪声 北京: 中国计量出版社, 1989: 121
- 3 Wojnarowski J, Lidwin A. The Application of Signal Flow Graphs- The Kinematic Analysis of Planetary Gear Trains Mechanism and Machine Theory, 1975, 10(1): 17
- 4 Allen R R. Multipoint Models for the Kinematic and Dynamic Analysis of Gear Power Transmissions ASME Journal of Mechanical Design, 1979, 101(2): 258
- 5 杨铁男, 崔洪斌 立车行星齿轮变速器的激振力研究 机械传动, 1994, 18(2): 47- 57

(责任编辑 王震华)