

计算斜齿轮弯曲应力的应力影响矩阵法

西北工业大学 赵 宁 方宗德
西安工业学院 孙雪梅

【摘要】 提出了计算齿轮弯曲应力分布过程的应力影响矩阵法。通过建立齿面柔度矩阵和齿根弯曲应力矩阵, 该方法只需经过一次有限元计算便可获得斜齿轮在整个啮合过程中轮齿弯曲应力三维分布的变化规律。通过对计算结果和斜齿轮弯曲应力测量结果进行比较, 证明本文提出的计算方法不仅具有较高的精度, 而且极大地节省了计算机内存和计算时间。

主题词: 斜齿轮 弯曲应力 矩阵 有限元
分类号: V232.8 O313.3

1 前 言

按照国际标准^[1]和据此制定的国标, 齿轮弯曲强度计算以单齿啮合区上界点作用载荷时的齿根弯曲应力为危险应力。对于斜齿轮来说, 此结论仅能作为一种粗略的估算。因为斜齿轮的齿间载荷分配关系受许多因素影响^[2], 很难确定危险载荷点。另外, 在齿轮啮合过程中, 载荷是作用在齿面接触线上的, 由于接触线的移动而使齿面载荷位置和分布发生变化, 进而引起齿根弯曲应力发生变化。对于高速齿轮来说, 由此而产生的动载荷是不容忽视的^[3]。载荷的波动也使得最大应力载荷点在事先无法确定。因此, 对于高速重载齿轮, 必须计算出整个啮合过程中轮齿齿根弯曲应力分布过程, 找出其中的应力最大值, 从而满足动强度与可靠性计算要求。

若需要计算斜齿轮在啮合过程中, 当载荷在齿面移动时齿根弯曲应力的变化过程, 则需要反复用有限元计算, 这为工程应用造成了困难。作者提出一种应力影响矩阵方法, 该方法只需经过一次有限元计算便能得到齿面载荷分布和齿根弯曲应力三维分布的变化过程。该方法既具有有限元计算的精度, 又极大地节省计算时间。

2 齿根应力影响矩阵的概念与计算

轮齿的有限元模型。以一对斜齿轮为例, 推导斜齿轮齿根弯曲应力过程的计算方法。这对斜齿轮的参数为: 齿数 $Z_1=16$, $Z_2=32$; 齿宽 $B=35\text{ mm}$; 模数 $M_n=6\text{ mm}$; 螺旋角 $\beta=16^\circ 15'$; 压力角 $\alpha=20^\circ$; 变位系数 $X_{n1}=X_{n2}=0$; 旋向: 小轮右旋; 输入载荷 $383\text{ N}\cdot\text{m}$ 。

轮齿有限元网格的生成与啮合无关, 单元沿齿长方向和齿高方向都可以尽量等距划分, 因此生成的单元形状比较规则, 计算精度高, 并且容易在计算机上实现网格自动生成^[4]。图 1 所示就是采用由作者编制的程序生成的前述所列大齿轮轮齿的有限元网格, 单元类型为 20 结点等参元, 模型包括 96 个单元 661 个结点, 沿轮体部分左、右及下侧均取作固定结点。

齿面网格结点的齿根应力矩阵。在弹性范围内, 齿面载荷与齿根弯曲应力值之间具有正比

关系,并且这一关系已广泛应用于 ISO 和各国的齿轮标准中。因此,向齿面各结点依次施加单位法向载荷,计算出相应的齿根弯曲应力分布情况即相应的弯曲应力影响矩阵,则两轮齿啮合时沿齿面各接触线施加分布载荷时的齿根弯曲应力即可根据上述正比关系很方便地应用叠加法求得。这就是应力影响矩阵的应用基础。

计算齿根工作应力必须首先知道载荷在齿面的分布,而载荷分布可通过齿面柔度矩阵用数学规划方法解出^[4]。因此,齿根弯曲应力计算的关键是齿面柔度矩阵和弯曲应力影响矩阵。本文定义齿面网格结点的齿根弯曲应力影响矩阵为 $[S_0]_{k \times m}$, k 为工作齿面网格结点数, m 为两侧齿根面结点数,元素 S_{0ij} 表示当齿面网格结点 i 作用一单位法向力时,齿根结点 j 的弯曲应力值。齿面网格结点柔度矩阵与齿根弯曲应力矩阵可由图 1 所示的模型经过一次有限元计算一起解出。具体步骤为: (1) 依次向工作齿面网格结点施加单位法向力; (2) 应用有限元程序计算各结点位移; (3) 取出工作齿面网格结点的位移值,计算齿面柔度矩阵; (4) 用数学规划法求解齿面载荷分布; (5) 取出两侧齿根单元结点位移,计算齿根面结点的弯曲应力,形成齿根弯曲应力矩阵; (6) 计算齿根弯曲应力过程。齿根面结点弯曲应力采用最小二乘法在两侧齿根过渡区域分别进行应力匀匀。

3 齿根弯曲应力过程的计算

齿面接触线结点应力矩阵。齿面接触线及接触线上结点的生成,须按啮合理论先在啮合面上形成,并分别对应到主、从动齿轮的工作齿面上^[4]。定义齿面接触线结点应力矩阵为 $[S]_{n \times m}$, n 为被计算齿轮工作齿面接触线结点数,元素 S_{ij} 表示当齿面接触线上结点 i 作用一单位法向力时齿根结点 j 的应力值。 S_{ij} 可由有限元计算得到的 S_{0ij} 在啮合面上经二元插值获得。

齿面载荷分布。在齿轮啮合过程中,载荷是作用在齿面接触线上的,由啮合理论可确定每一瞬时的同时啮合齿的对数及每对齿上的接触线位置;再以齿面柔度矩阵为基础,通过数学规划法可获得齿面载荷分布^[4]。对于图 1 所示的被计算齿轮,齿面共生成 11 条接触线(包括进入啮合时,此时接触线长度为一个点)。图 2 中: $\cdot$ 为啮合面上的网格结点(插值结点),其值为 S_{0ij} ; $\times$ 为接触线结点(插值点),由二元插值计算得到被插值 S_{ij} 。

齿根弯曲应力过程。定义: $[L]_{l \times n} = \text{diag}([L_1]_{1 \times n_1}, [L_2]_{1 \times n_2}, \dots, [L_l]_{1 \times n_l})$ 为载荷分布矩阵; l 为齿面接触线条数,在本文例中为 11; $[L_j]_{1 \times n_j}$ 为第 j 条接触线上每个结

点的载荷; n_j 为第 j 条接触线上的结点数, n_j 应满足关系式: $\sum_{j=1}^l n_j = n$ 。齿根弯曲应力过程由 $[\sigma]_{l \times m} = [L]_{l \times n} \cdot [S]_{n \times m}$ 计算。 $[\sigma]_{l \times m}$ 为弯曲应力过程矩阵;第 j 行表示当齿面第 j 条接触线具有 $[L_j]$ 的载荷分布时,齿根面 m 个结点上的弯曲应力分布;第 i 列表示当接触线在齿面移动时,齿根面第 i 个结点的弯曲应力过程;则 l 个行向量表示当齿面 l 条接触线分别加载时,齿根

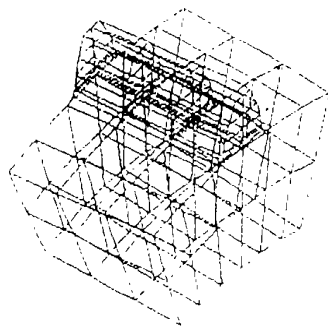


图 1 轮齿有限元模型

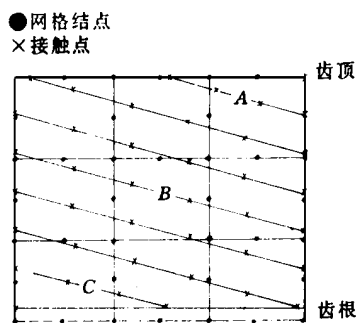


图 2 啮合面上的接触线与网格

面 m 个结点的弯曲应力过程。

齿根面各结点的 6 个应力分量分别由上述方法计算得到, 然后按强度理论合成, 得到强度计算所需的最终结果。

4 齿根弯曲应力过程的计算结果与测量结果

改变齿根弯曲应力测量装置中楔块的角度, 能够得到不同的啮合位置, 相对应于在不同的接触线上加载。应变片尺寸为: $1.6 \text{ mm} \times 1.2 \text{ mm}$ (基长 $\times$ 基宽), 粘贴在轮齿两侧齿根 30 切线部位, 沿齿宽等距各贴 5 片。

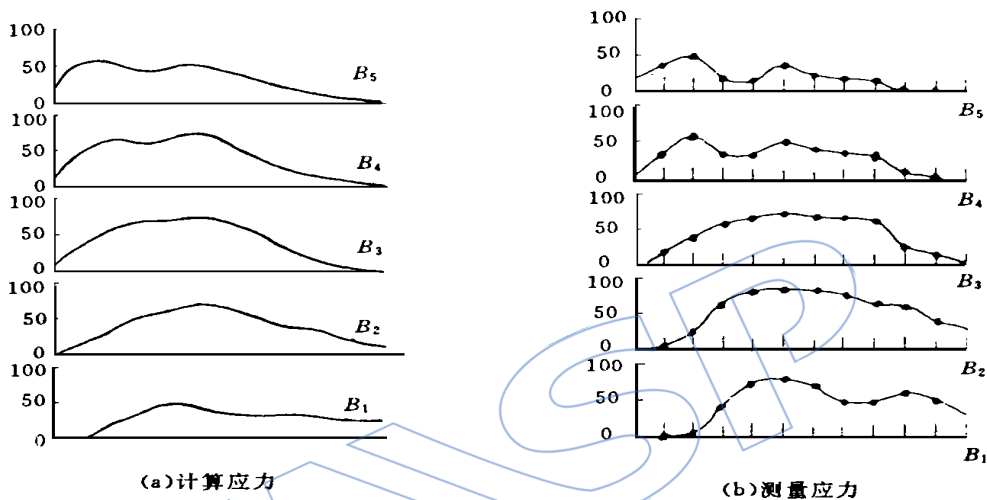


图 3 齿根应力计算值和测量值

图 3 中 (a)、(b) 分别为轮齿受拉侧的计算应力波形和测量应力波形, $B_1 \sim B_5$ 为应变片粘贴位置, 横坐标 l 为齿面加载接触线位置。图中所示最大弯曲拉应力的计算值为 86.3 MPa , 实验测量值为 90.6 MPa , 相对误差为 4.7% 。比较波形可见, 计算结果与测量结果是吻合的, 证明本文提出的计算方法具有较高的精度。当载荷过程为动载荷时, 计算得到的应力就是动应力过程, 该方法可用于高可靠性要求的高速齿轮计算, 也可推广到任何类型的齿轮强度计算。

5 结 论

(1) 根据齿面载荷量与齿根弯曲应力值之间的正比关系, 提出了弯曲应力影响矩阵的概念及其应用。(2) 应力影响矩阵法通过载荷分布矩阵与弯曲应力矩阵的乘积, 获得齿根弯曲应力分布的变化过程, 极大地节省了计算工作量, 并且保持了有限元法的计算精度。(3) 齿根弯曲应力的测量结果与计算结果相符, 证明了该方法的精确性和有效性。

参 考 文 献

- 1 ISO DIS 6336: Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gears. proposal 1986
- 2 Umezawa K. The Meshing Test on Helical Gears under Load. Transmission Bull. JSME, 1974, 17(112): 1348~1355
- 3 方宗德, 沈允文, 高向群. 斜齿轮传动的动态特性分析. 航空学报, 1992, 13(2): B32~ B39
- 4 方宗德, 马均辉. 斜齿轮轮齿有限元网格的自动生成与接触计算. 机械科学与技术, 1993, 3: 25~ 29

(责任编辑 王震华)

RELIABILITY DESIGN OF TURBINE PART VIBRATION

Shi Jinyuan, Lin Zhenkun, Gong Hansheng

(*Shanghai Power Equipment Research Institute, Shanghai 200240*)

ABSTRACT

This paper presents a reliability design method of turbine part vibration, based on conventional vibration design method for turbine parts. The method considers excitation force frequencies, natural frequencies and vibration responses of turbine parts as random variables according to actual conditions. The reliability for the vibration design of parts is estimated by means of probabilistic design. Methods for determining the distribution parameters of design magnitudes are given together with reliability calculation models for distancing from resonance and limiting vibration response. Reliability design methods of rotors and bearings as well as blades are elucidated with some practical examples.

Key words Turbomachines Reliability design Parts Vibration

A STRESS INFLUENCING MATRIX METHOD FOR CALCULATING BENDING ROOT STRESSES OF HELICAL GEARS

Zhao Ning and Fang Zongde

(*10th Dept. Northwestern Polytechnical University 710072*)

Sun Xuemei

(*Xi'an Polytechnical College*)

ABSTRACT

A method of the stress influencing matrix is proposed for calculating bending stress courses on teeth root of the helical gears. The stress influencing matrix of mesh nodes on the surface of the gear teeth and on nodes of its contact lines is established by using 2-D interpolation and then is multiplied by the load distributing matrix on the nodes. Therefore, the bending stress courses on the gear teeth root are obtained. By means of generating the flexibility matrix on the gear teeth root the finite element calculation of this method is only needed once to obtain the distributing conditions of loads on the working surface of the gear teeth and distributing conditions of the bending stresses on root surface of the gear teeth for whole meshing period. The calculated results are compared with the experimental data. It is proved that the method of the stress influencing matrix is as accurate as the finite element method, but can save computer memory and calculating time to a great extent.

Key words Helical gears Bending stress Finite elements Matrices

TECHNICAL NOTES

DERIVATION OF MISSION DUTY CYCLES FOR A TRAINER ENGINE

Song Yingdong and Shang Weijun

(*3th Dept. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016*)

ABSTRACT

The main objective of this study is to establish a method for deriving engine mission duty cycles. Seven typical training profiles of a trainer engine are recorded. The flight mission mix is obtained from statistics of the trainer engine operations on fields. Based on the typical flight mission profiles and the mission mix, the mission duty cycles of the trainer engine are derived which can be used as a design load requirements for a