

# 航空齿轮可靠度计算方法\*

西北工业大学      吴立言\*\*      王步瀛  
黎明发动机公司      宋乐民      张英俊

【摘要】 基于航空齿轮强度计算标准及现行的可靠度计算方法,建立了航空齿轮可靠度计算方法。该方法涉及了齿轮的齿根弯曲疲劳强度、齿面接触疲劳强度及齿面抗胶合能力的可靠度计算。文中给出了全部计算公式,以及某航空发动机附件传动系统可靠度计算的结果。

主题词: 可靠性理论 齿轮传动 疲劳强度

分类号: V233.751

## 1 关于可靠度、强度计算方法

若考虑影响齿轮可靠性的随机变量均服从正态分布,则可靠度计算可采用下式:

$$R = \Phi(\beta) \quad (1)$$

式中  $R$  为齿轮可靠度;  $\Phi(\cdot)$  为标准正态累积分布函数;  $\beta$  为齿轮可靠度指标

$$\beta = E(g(x)) / \sqrt{V(g(x))} \quad (2)$$

式中  $E(g(x))$  和  $V(g(x))$  分别为函数  $g(x)$  的均值和方差;  $g(x)$  为所研究问题的临界状态函数

$$g(x_1, x_2, \dots, x_m) = r - s \quad (3)$$

式中  $r$  和  $s$  分别为广义的强度和应力;  $x_1, x_2, \dots, x_m$  为影响  $r$  和  $s$  的  $m$  个基本随机变量。

按可靠度计算的一次二阶矩原理,有:

$$\left. \begin{aligned} E(g(x)) &= g(x^*) + \sum_{i=1}^m \left[ \frac{\partial g}{\partial x_i} \right]_* (E(x_i) - x_i^*) \\ V(g(x)) &= \sum_{i=1}^m \left[ \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_*^2 V(x_i) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $E(x_i)$  和  $V(x_i)$  分别为随机变量  $x_i$  的均值和方差;  $x_i^*$  为  $x_i$  的临界点;  $(\partial g / \partial x_i)_*$  表示  $\partial g / \partial x_i$  在  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_m^*)$  点的值。临界点  $x_i^*$  可按下式迭代计算,角标  $k$  表示第  $k$  次迭代计算。

$$x_{ik}^* = E(x_i) - (\partial g / \partial x_i)_k V(x_i) \beta_k / V(g)_k \quad (5)$$

在齿轮可靠度计算中,一般可取功率  $P$ 、转速  $n$  和许用应力  $[\sigma]$  为随机变量,且均服从正态分布。若设  $x_1 = P, x_2 = n, x_3 = [\sigma]$ , 应力用  $\sigma$  表示,强度  $r$  为  $[\sigma]$ , 则有:

1994 年 4 月收到;1994 年 6 月收到修改稿。 \* 本文系国家自然科学基金和航空科学基金资助

\*\* 西北工业大学 178 信箱 710072

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= [\sigma] - \sigma \\ \partial g / \partial \alpha_1 &= (\partial g / \partial \sigma)(\partial \sigma / \partial P) = - (\partial \sigma / \partial P) \\ \partial g / \partial \alpha_2 &= (\partial g / \partial \sigma)(\partial \sigma / \partial n) = - (\partial \sigma / \partial n) \\ \partial g / \partial \alpha_3 &= \partial g / \partial [\sigma] = 1 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中  $\partial \sigma / \partial P$  和  $\partial \sigma / \partial n$  应由  $\sigma$  与  $P$  和  $n$  的函数式确定。

按上述方法计算可靠度的步骤如下: (1) 由原始资料确定  $E(P)$ 、 $E(n)$  和  $E([\sigma])$  及  $V(P)$ 、 $V(n)$  和  $V([\sigma])$ ; (2) 取迭代初值, 一般可取  $\beta_0 = 1$ ,  $P_0 = E(P)$ ,  $n_0 = E(n)$ ,  $[\sigma]_0 = E([\sigma])$ ; (3) 由式(6)计算  $\partial g / \partial P$ 、 $\partial g / \partial n$  和  $\partial g / \partial [\sigma]$ ; (4) 由式(4)计算  $E(g(x))$  和  $V(g(x))$ ; (5) 计算  $\beta = E(g(x)) / \sqrt{V(g(x))}$ ; (6) 判断  $|\beta - \beta_0|$  是否小于允许的误差, 若小于允许误差, 则转向(8), 否则转向(7); (7) 用式(5)计算新的  $P$ 、 $n$  和  $[\sigma]$ , 并令  $\beta_0 = \beta$ , 转向步骤(3); (8) 计算可靠度  $R = \Phi(\beta)$ 。

齿轮的强度计算可按航空齿轮强度计算标准进行, 即圆柱齿轮按 HB/Z84.1~4-84 计算; 圆锥齿轮按 HB/Z89.1~4-85 计算。计算中考虑了齿轮的接触强度、齿根弯曲强度及齿面的抗胶合能力。因在可靠度计算中, 要计及功率  $P$ 、转速  $n$  和许用应力的随机波动性, 所以在强度计算中, 取载荷系数  $K_A = 1$ , 安全系数  $S = 1$ , 以免重复考虑该因素。

## 2 齿轮的可靠度计算

### 2.1 关于 $\partial \sigma / \partial P$ 和 $\partial \sigma / \partial n$ 的计算

#### 2.1.1 对应齿根弯曲应力 $\sigma_F$ 的 $\partial \sigma_F / \partial P$ 和 $\partial \sigma_F / \partial n$

按 HB/Z84.3-84, 圆柱齿轮的齿根弯曲应力为

$$\sigma_F = F_t / b m_n Y_F Y_S Y_{\beta} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha}$$

式中符号与 HB/Z84.1~4-84 中的符号一致(下同)。

因为

$$F_t = 1.91 \times 10^7 P / (n d) \quad (7)$$

所以

$$\sigma_F = A_F P / n \quad (8)$$

式中

$$A_F = 1.91 \times 10^7 Y_F Y_S Y_{\beta} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} / (b m_n d) \quad (9)$$

以上几式中, 功率  $P$  的单位是 kW, 转速  $n$  的单位是 r/min(下同)。可考虑  $A_F$  不受随机变量  $P$ 、 $n$  和  $[\sigma]$  的影响或其影响可忽略, 则有:

$$\partial \sigma_F / \partial P = A_F / n, \quad \partial \sigma_F / \partial n = - A_F P / n^2 \quad (10)$$

按 HB/Z89.3-85 和式(10)的推出方法, 圆锥齿轮对应的计算式为

$$\left. \begin{aligned} \partial \sigma_F / \partial P &= A_F / n, \quad \partial \sigma_F / \partial n = - A_F P / n^2 \\ A_F &= 1.91 \times 10^7 Y_F Y_S Y_{\beta} K_A K_V K_{F\beta} / (b m_n d_m) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

#### 2.1.2 对应齿面接触应力 $\sigma_H$ 的 $\partial \sigma_H / \partial P$ 和 $\partial \sigma_H / \partial n$

按 HB/Z84.2-84, 圆柱齿轮的齿面接触应力为

$$\sigma_H = Z_H Z_B Z_E Z_{\epsilon} Z_{\beta} (K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} F_t / d b) (u + 1) / u$$

将式(7)代入上式得

$$\sigma_H = A_H \sqrt{P / n} \quad (12)$$

式中

$$A_H = Z_H Z_B Z_E Z_{\epsilon} Z_{\beta} 1.91 \times 10^7 K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} (u + 1) / (d^2 b u) \quad (13)$$

考虑  $A_H$  与  $P$ 、 $n$  和  $[\sigma]$  的随机性无关或其影响可忽略, 则有:

$$\partial \sigma_H / \partial P = A_H / (2 \sqrt{P n}), \quad \partial \sigma_H / \partial n = - A_H \sqrt{P} / (2 n^{3/2}) \quad (14)$$

按 HB/Z89. 2- 85 和式 (14) 的推出方法, 圆锥齿轮对应的计算式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Theta_H}{\partial P} &= A_H / (2 \bar{P} n) \quad , \quad \frac{\partial \Theta_H}{\partial n} = - A_H \bar{P} / (2 n \bar{n}) \\ A_H &= Z_H Z_i Z_c Z_e Z_\epsilon Z_\rho \quad 1.91 \times 10^7 K_A K_V K_H \beta (u_v + 1) / (d_v d_m b u_v) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

### 2. 1. 3 对应齿面积分温度 $\Theta_{nt}$ 的 $\partial \Theta_{nt} / \partial P$ 和 $\partial \Theta_{nt} / \partial n$

按 HB/Z84. 4- 84, 圆柱齿轮的齿面积分温度为

$$\Theta_{nt} = 1.2 \Theta_{il} + A_B P^{0.75} n^{-0.25} \quad (16)$$

$$\text{式中} \quad A_B = 4892.04 \mu_B X_m (X_B)_{E X_E} (K_A K_{B\beta} K_{B\alpha} K_{B\gamma})^{0.75} / [(a'd)^{0.25} X_Q X_{ca} b^{0.75}] \quad (17)$$

考虑  $A_B$  及  $\Theta_{il}$  与  $P$ 、 $n$  无关或其影响可忽略, 则有

$$\frac{\partial \Theta_{nt}}{\partial P} = 0.75 A_B (P n)^{-0.25} \quad , \quad \frac{\partial \Theta_{nt}}{\partial n} = - 0.25 A_B P^{0.75} n^{-1.25} \quad (18)$$

若考虑润滑油温度  $\Theta_{il}$  也为随机变量, 则在式 (6) 中应增加一个随机变量, 这时有:

$$\frac{\partial \Theta_{nt}}{\partial \Theta_{il}} = - X_s = - 1.2 \quad (19)$$

按 HB/Z89. 4- 85 和式 (18)、(19) 的推出方法, 圆锥齿轮对应的计算式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Theta_{nt}}{\partial P} &= 0.75 A_B (P n)^{-0.25} \quad , \quad \frac{\partial \Theta_{nt}}{\partial n} = - 0.25 A_B P^{0.75} n^{-1.25} \quad , \quad \frac{\partial \Theta_{nt}}{\partial \Theta_{il}} = 1.2 \\ A_B &= 4892.04 \mu_B X_m X_{BE} X_\epsilon X_{Q\beta} (K_A K_{B\beta} K_{B\alpha} K_{B\gamma})^{0.75} / [X_Q X_{ca} (a'd_m)^{0.25} B_{eH}^{0.75}] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

## 2. 2 关于齿轮可靠度计算中的随机变量

### 2. 2. 1 关于功率 $P$ 和转速 $n$

计算中,  $P$  和  $n$  为随机变量, 它们的均值按具体载荷谱的名义值确定, 而它们的方差按载荷在名义值周围的随机波动范围和  $3\sigma$  原则确定。

### 2. 2. 2 关于许用应力

航标 HB/Z84. 1~4- 84 和 HB/Z89. 1~4- 85 中给出的许用应力, 是具有 99% 可靠度的值, 对此可记为  $[\sigma]_{0.99}$ 。若设  $[\sigma]$  是服从正态分布的随机变量, 则可由此推断  $[\sigma]$  的均值和方差。

设  $[\sigma] \sim N(\mu, S^2)$  其中  $\mu = E([\sigma])$  ,  $S^2 = V([\sigma])$

已知  $P\{[\sigma] \geq [\sigma]_{0.99}\} = 0.99$

所以  $([\sigma]_{0.99} - \mu) / S = - 2.33$

因此有  $S = [\sigma]_{0.99} / (1/v - 2.33)$  ,  $\mu = [\sigma]_{0.99} / (1 - 2.33v)$  (21)

式中,  $v = S/\mu$  为  $[\sigma]$  的变异系数, 据公认的研究结果<sup>[1,2]</sup>: 对于接触疲劳极限  $v_H \approx 0.11$ ; 对于弯曲疲劳极限  $v_F \approx 0.085$ 。因此有:

$$\left. \begin{aligned} S_H &= 0.148 [\sigma_H]_{0.99} \quad , \quad \mu_H = 1.345 [\sigma_H]_{0.99} \\ S_F &= 0.106 [\sigma_F]_{0.99} \quad , \quad \mu_F = 1.247 [\sigma_F]_{0.99} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中,  $S_H$ 、 $\mu_H$  为接触疲劳极限的均方差和均值;  $S_F$ 、 $\mu_F$  为弯曲疲劳极限的均方差和均值。

### 2. 2. 3 关于胶合温度和润滑油温度

胶合温度的均值  $E(\Theta_{int})$  应按 HB/Z84. 4- 84 或 HB/Z89. 4- 85 中给出的  $\Theta_{int}$  值确定, 其均方差推荐采用  $0.022E(\Theta_{int})$  (此值是由对 (25% HH- 20+ 75% HP- 8) 的胶合实验而得)。润滑油温度的均值与均方差应按实际工作油温的可能取值范围, 由下式确定

$$\left. \begin{aligned} E(\Theta_{il}) &= ((\Theta_{il})_{\max} + (\Theta_{il})_{\min}) / 2 \\ V(\Theta_{il}) &= ((\Theta_{il})_{\max} - (\Theta_{il})_{\min})^2 / 36 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

### 3 算 例

某型航空发动机改型附件传动系统后机匣中,共有齿轮 19 个,其中有一对弧齿圆锥齿轮。齿轮参数及载荷情况此处略。用上述方法计算各齿轮的可靠度。计算时,每个齿轮的 3 个失效模式(点蚀、弯曲和胶合)用串联系统构成齿轮的可靠性模型。整个齿轮系统也采用串联系统模型。计算结果为:在累积飞行 500 小时时,齿轮最低的可靠度为 0.9993026,最高的为 1(实际不为 1,但因可靠度值高及计算机数位所限而进位为 1);后机匣中齿轮系统的可靠度为 0.99816。该可靠度水平与改型前的齿轮传动系统的可靠度水平相当,而改型前的发动机根据使用经验其可靠度水平较高,因此改型后的齿轮系统就可靠性方面是成功的。

本文建立的航空齿轮可靠度计算方法是从工程计算角度考虑,将航空齿轮标准中的强度计算方法与现行可靠度计算方法结合为一体而现实的。该方法用于航空齿轮的可靠度估计是较实用的,但仍存在以下不足之处:(1) 齿轮强度计算公式存在一定的近似方法,因此强度计算本身可能出现误差;(2) 现行的可靠性分析方法还在发展之中,分析中涉及的随机变化规律还未得到充分认识。目前较普及的方法是假设各随机变量均服从正态分布,因此可靠度计算可能出现误差。

以上不足的存在是因齿轮强度计算和可靠性分析方法的发展所限,随着相应分析计算方法的发展,齿轮可靠度估计的精度将进一步提高。关于提高可靠度精度的方法现已有研究报导<sup>[3]</sup>,但如何应用于齿轮的可靠度计算之中还有待于进一步的研究。另外,在目前机械可靠性技术还不十分成熟的条件下,用某一种方法分析得到的绝对值可能是不很准确的,但是用同一种方法对不同产品的分析比较结果却是很有意义的。

### 参 考 文 献

- 1 卢玉明. 机械零件的可靠性设计. 北京: 高等教育出版社, 1989: 472- 490
- 2 勒德列科维奇 J. 齿轮工作可靠性的预测. 齿轮, 1982, 6(2)
- 3 吴立言, 刘更, 王步瀛. 可靠性分析的三参数法. 航空学报(待发表)
- 4 航空工业部. 航空渐开线圆柱齿轮承载能力计算, HB/Z84. 1~4- 84, 1984
- 5 航空工业部. 航空锥齿轮承载能力计算, HB/Z89. 1~4- 85, 1985

(责任编辑 王震华)