

# 跨音速压气机级三维紊流流场数值模拟\*

西北工业大学 刘前智\*\* 宁 卫 姚吉先 周新海

**【摘要】** 在对跨音速压气机级的动/静双叶排中的三维定常紊流流场数值的模拟中,利用三阶高分辨率 NND 格式和 LU-SGS 隐式推进迭代法,既保证了流场中激波的模拟质量和粘性流动特征的正确预估,也实现了求解过程的高效率。对某单级跨音速压气机的计算及其与实验数据的对比证实了本文方法的有效性。将计算推广至多级轴流叶轮机机械的情况将会是十分简便的。

主题词: 三维流动 紊流流动 高分辨率 数值分析 跨音速压气机

分类号: O241.7 O357.5

## 1 前 言

在流场的全三维数值模拟方面,对于单叶排转子或静子叶片内的流动计算,无论是无粘流还是粘性流动,国内外已进行了不少的研究工作<sup>[1-3]</sup>。然而,气流在孤立转子叶排或静子叶排中的流动与它在一个级和多级环境下的表现是大不相同的,从设计的角度来说,发展单级和多级轴流叶轮机机械的全三维流场数值模拟技术显得十分重要。在这方面,国内外已有的工作<sup>[4,5]</sup>有,计算中采用了时间推进显式算法。这些工作基本上是在过去已有的单叶排三维粘流计算的基础上发展起来的。对于跨音速轴流叶轮机机械来说,为了获得一个完整级或多级全三维粘性流场的数值解,并给出具有一定应用价值的精度,可以采用高分辨率格式提高流场中激波的分辨率。而双排叶片的网格点数目成倍的增加,使得计算时间大大增加,因而在算法上必须采取特殊的措施。本文以跨音速压气机为研究对象,发展了一种级的全三维定常紊流流动隐式解法,以空间三阶精度高分辨率 NND 差分格式<sup>[6]</sup>离散对流项,求解的推进过程采用了 LU-SGS 方法<sup>[7]</sup>。这是一种无需矩阵求逆、无条件稳定的高效隐式算法,达到收敛状态的步数大大少于显式解,而推进一步的计算时间则与显式方法基本相当。对某单级跨音速轴流压气机动/静双叶排中的全三维紊流流场进行了计算,并与实验数据作了详细对比,证实了本文方法的有效性。

## 2 控制方程与隐式解法、差分格式与边界条件

圆柱坐标系 $(r, \theta, z)$ 下三维粘性流动的 N-S 方程转换到一般曲线坐标系 $(\xi, \eta, \zeta)$ 下的形式为

$$\begin{aligned} \partial Q / \partial t + \partial (F - F_v) / \partial \xi + \partial (G - G_v) / \partial \eta + \partial (H - H_v) / \partial \zeta &= K \quad (1) \\ Q &= [r\rho, r\rho u_\theta, r\rho u_r, r\rho u_z, rE]^T \\ F, G, H &= J^{-1} [r\rho U_m, r\rho u_\theta U_m + \rho m_\theta, r\rho u_r U_m + r\rho m_r, r\rho u_z U_m + r\rho m_z, \end{aligned}$$

$$rU_m(E + P) + \omega P m \theta]^T,$$

$$F_v, G_v, H_v = J^{-1} [0, \tau \theta S_\theta + r \tau_r S_r + r \tau_\theta S_z, \tau \theta S_\theta + r \tau_r S_r + r \tau_\theta S_z, \tau \theta S_\theta + r \tau_r S_r + r \tau_\theta S_z, \\ T \theta S_\theta + r T_r S_r + r T_z S_z]^T$$

上式中  $m$  分别为  $\xi, \eta, \zeta$   $S$  分别为  $\xi, \eta, \zeta$   $K = J^{-1} [0, -\rho u_\theta u_r + \tau_\theta, \rho u_\theta^2 + P - \tau_\theta, 0, 0]^T, T_\alpha = \tau_\theta u_\theta + \tau_\theta u_r + \tau_\theta u_z - q_\alpha, \alpha$  分别为  $\theta, r, z$ 。其中  $u_\theta, u_r, u_z$  分别为  $\theta, r, z$  方向的绝对速度分量,  $\rho$  为密度,  $E$  为总内能,  $P$  为压力,  $T$  为温度,  $J$  为转换雅可比,  $U_\xi, U_\eta, U_\zeta$  为协变速度<sup>[2]</sup>,  $\omega$  为叶排旋转角速度,  $\tau$  表示剪切应力,  $q$  为导热项。动力粘性系数  $\mu$  由 Sutherland 公式计算, 紊流粘性系数  $\mu_t$  由 Baldwin-Lomax 模型确定。方程(1)对转子和静子都适用, 对于静子  $\omega = 0$ 。

方程(1)采用 LU-SGS 隐式方法求解, 对方程作 LU-SGS 分解得

$$L'D^{-1}U\delta Q = -\Delta t R \quad (2)$$

其中

$$L' = I + \alpha \Delta t (D_\xi A^+ + D_\eta B^+ + D_\zeta C^+ - A^- - B^- - C^-)$$

$$D' = I + \alpha \Delta t (A^+ - A^- + B^+ - B^- + C^+ - C^-)$$

$$U' = I + \alpha \Delta t (D_\xi A^- + D_\eta B^- + D_\zeta C^- + A^+ + B^+ + C^+)$$

$$R = D_\xi (F - F_v) + D_\eta (G - G_v) + D_\zeta (H - H_v) + K$$

式中  $D^-$  和  $D^+$  分别表示向后及向前差分算子。

$$A = \partial F / \partial Q, \quad B = \partial G / \partial Q, \quad C = \partial H / \partial Q, \quad \delta Q = Q^{n+1} - Q^n$$

$$A^\pm = (1/2)[A \pm \rho(A)I], \quad B^\pm = (1/2)[B \pm \rho(B)I], \quad C^\pm = (1/2)[C \pm \rho(C)I]$$

$$\rho(A) \geq \max[|\lambda(A)|], \quad \rho(B) \geq \max[|\lambda(B)|], \quad \rho(C) \geq \max[|\lambda(C)|]$$

而  $I$  为单位矩阵,  $\lambda(A), \lambda(B), \lambda(C)$  分别表示雅可比矩阵  $A, B, C$  的特征值。取  $\alpha = 1/2$ , 则(2)式为时间二阶精度,  $\alpha = 1$  则降为一阶精度。

上述求解系统是无条件稳定的。若仅计算定常流场, 可令  $\Delta t \rightarrow \infty$ , 则在  $\alpha = 1$  时有

$$LD^{-1}U\delta Q = -R \quad (3)$$

$$L = \rho I - A_{i-1,j,k}^+ - B_{i,j-1,k}^+ - C_{i,j,k-1}^+, \quad D = \rho I$$

$$U = \rho I + A_{i+1,j,k}^- + B_{i,j+1,k}^- + C_{i,j,k+1}^-, \quad \rho = \rho(A) + \rho(B) + \rho(C)$$

显然, (3) 式已不像通常的隐式方法那样包括块对角阵的求逆, 因此每一步的运算时间大大缩短, 加之整个过程在  $\Delta t \rightarrow \infty$  下已不含时间项, 实际上是 Gauss-Seidel 迭代, 收敛解可快速获得。对于具有强激波的跨音速压气机流场, 为防止激波附近出现数值波动, 提高激波的分辨率, (2) 式右端中的对流项  $F, G, H$  的离散应采用高分辨率无波动差分格式。此外, 文献[6]的研究还证明, 对于逆压梯度较大和分离区的情况(如激波和激波边界层相干的分离), 三阶精度差分格式则可能在网格不是很密的条件下给出较精确的粘流解。本文采用最近发展的一种三阶精度无波动、无自由参数的耗散格式(三阶 NND 格式<sup>[6]</sup>), 它具有形式简单、运算量小的突出优点。沿  $\xi$  方向, 该格式的具体表达式为

$$D_\xi F = F_{i+1/2}^N - F_{i-1/2}^N, \quad F_{i+1/2}^N = E_{i+1/2}^+ + E_{i-1/2}^-$$

$$\text{当 } |\Delta F_{i+1/2}^+| \leq |\Delta F_{i-1/2}^+|$$

$$E_{i+1/2}^+ = F_i^+ + \frac{\text{ms}[\Delta F_{i+1/2}^+, \Delta F_{i-1/2}^+]}{2} - \frac{\text{ms}[\Delta F_{i+3/2}^+ - \Delta F_{i-1/2}^+, \Delta F_{i+1/2}^+ - \Delta F_{i-1/2}^+]}{6}$$

$$\text{当 } |\Delta F_{i+1/2}^+| > |\Delta F_{i-1/2}^+|$$

$$E_{i+1/2}^+ = F_i^+ + \frac{\text{ms}[\Delta F_{i+1/2}^+, \Delta F_{i-1/2}^+]}{2} + \frac{\text{ms}[\Delta F_{i+1/2}^+ - \Delta F_{i-1/2}^+, \Delta F_{i-1/2}^+ - \Delta F_{i-3/2}^+]}{3}$$

$$\text{当 } |\Delta F_{i+3/2}^-| \leq |\Delta F_{i+1/2}^-|$$

$$E_{i+1/2}^- = F_i^- - \frac{\text{ms}[\Delta F_{i+3/2}^-, \Delta F_{i+1/2}^-]}{2} + \frac{\text{ms}[\Delta F_{i+5/2}^- - \Delta F_{i+3/2}^-, \Delta F_{i+3/2}^- - \Delta F_{i+1/2}^-]}{3}$$

$$\text{当 } |\Delta F_{i+3/2}^-| > |\Delta F_{i+1/2}^-|$$

$$E_{i+1/2}^- = F_i^- - \frac{\text{ms}[\Delta F_{i+3/2}^-, \Delta F_{i+1/2}^-]}{2} - \frac{\text{ms}[\Delta F_{i+3/2}^- - \Delta F_{i+1/2}^-, \Delta F_{i+1/2}^- - \Delta F_{i-1/2}^-]}{6}$$

而  $F = F^+ + F^-$ ,  $\text{ms}[a, b] = a(|a| \leq |b|)$  或  $b(|a| > |b|)$  时)

同理可写出  $\eta$  和  $\zeta$  方向的类似表达式。方程(2)右端项中的粘性项  $F_v, G_v, H_v$  采用中心差分近似。

图 1 所示是压气机一个完整级的三维网格体系, 它由转子和静子两部分网格组成, 转子网格处于随转轴一起旋转的相对坐标系内。为了便于转子与静子之间参数的相互传递, 在轴向间隙内同一径向位置处, 转子叶排出口网格与静子叶排进口网格重叠了一个网格间距, 该处称为交界面。在进口边界, 给定总压、总温、气流的绝对切向和径向分速, 其余参数由黎曼不变量的外插求得。在出口边界给定内径处的静压, 其它径向位置处的压力由径向平衡方程确定。物面边界采用绝热壁面假设和无滑移条件。在交界面上, 各参数采用周向平均, 保留径向的变化。

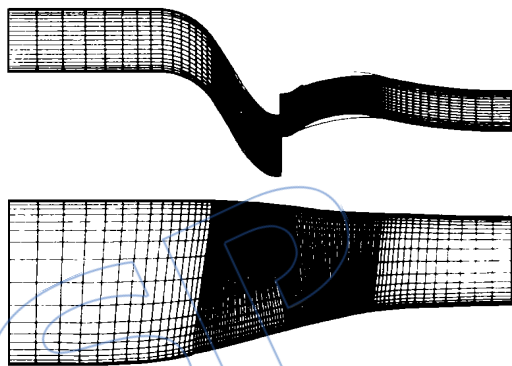


图 1 计算网格体系

### 3 结果分析

计算了某高负荷单级跨音速压气机的三维紊流流场, 该压气机有较完整的实验数据, 其主要设计参数为: 压比 1.622, 叶尖圆周速度 430.0 m/s, 叶尖相对马赫数 1.461, 轮毂比 0.5, 转

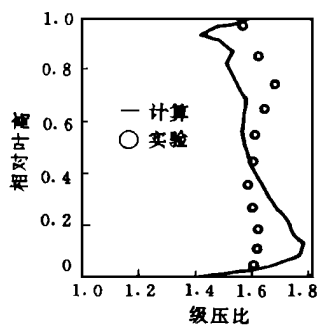


图 2 级压比沿径向分布

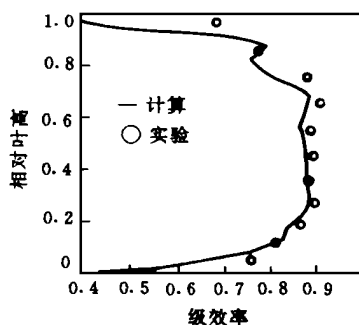


图 3 级效率沿径向分布

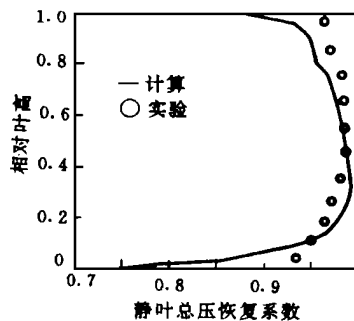


图 4 静叶总压恢复系数沿径向分布

子叶片展弦比 1.8。计算网格如图 1 所示, 网点数  $37 \times 37 \times 123$ , 隐式推进迭代 600 步获得收敛解。计算出的近设计点性能参数为: 质量流量  $G = 45.39 \text{ kg/s}$  ( $45.1 \text{ kg/s}$ ), 级压比  $\pi_k^* = 1.593$  (1.622), 级绝热效率  $\eta^* = 0.852$  (0.866), 其中括号中的值为实验结果。总体来说, 计算与实验

之间吻合较好,但效率与实验值之差为 $-0.014$ 。级压比和绝热效率沿径向的变化表示在图 2、

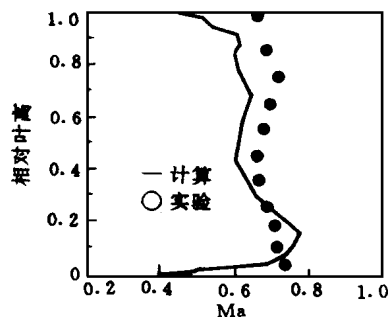


图 5 静叶出口  $Ma$  数沿径向分布

3 中, 压比只在中径附近与实验值较符合, 效率在 10%–90% 叶展范围内计算与实验数据之间吻合良好, 在端壁附近两者之间有差别。图 4、5 给出了计算与实验的总压恢复系数和出口  $Ma$  数沿径向的变化, 两者吻合程度较好。图 6 为中径处  $S_1$  流面  $Ma$  数等值线图, 可以看出流场中的激波分辨率高, 边界层流动及其与激波的干涉图象也是合理的。

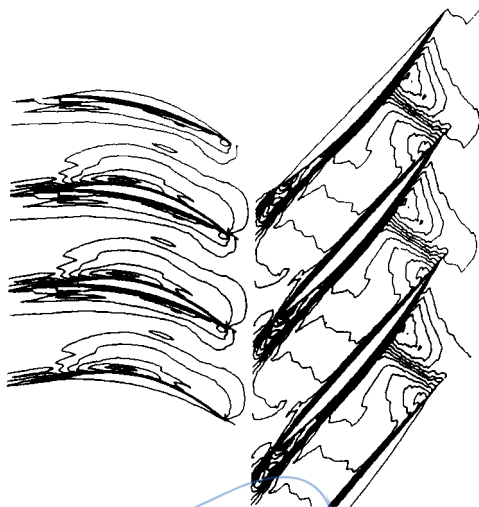


图 6 中径处  $S_1$  流面等  $Ma$  数

## 4 结 论

本文发展了一种求解跨音速轴流压气机级的全三维粘性流场  $N-S$  方程的数值分析方法, 采用无条件稳定的  $LU-SGS$  隐式解法及三阶精度无波动、无自由参数的  $NND$  格式, 保证了求解的快速与准确。对某单级跨音速压气机级/静双叶排全三维流场进行了计算, 较好地预测了复杂的流动现象, 大部分计算结果与实验数据吻合较好。本文方法在计算机资源允许的条件下, 可以十分容易地推广到多级轴流涡轮机械的全三维流计算上去。

## 参 考 文 献

- 1 陈乃兴, 黄伟光, 周倩. 跨音速单转子压气机三维湍流场数值计算. 航空动力学报, 1995, 10(2)
- 2 宁卫, 周新海. 跨音速压气机回转叶片排中三维流场的数值分析. 工程热物理学报, 1991, 12(1)
- 3 Dawes W N. Development of a 3D Navier-Stokes Solver for Application to All Type of Turbomachinery. ASME 88-GT-70
- 4 顾发华, 刘凤君等. 两级涡轮三维无粘定常流场的数值模拟. 航空动力学报, 1995, 10(1)
- 5 Denton J D. The Calculation of Three-Dimensional Viscous Flow Through Multistage Turbomachinery. Trans. of ASME, J. of Turbomachinery, 1992, 114
- 6 张涵信等. 高精度差分求解气动方程的几个问题. 空气动力学报, 1993, 11(4)
- 7 Yoon S, Jameson A. Lower-Upper Symmetric-Gauss-Seidel Method for the Euler and Navier-Stokes Equations. AIAA J., 1988, 26(9)

a new failure criterion of the disk. A real disk was used as experimental component, we worked out a new failure experimental approach, including key technique to ensure the noninterference between the low cycle loading and high cycle loading, the high frequency induction local heating ( $550^{\circ}\text{C}$  constant temperature), the control of high cycle vibration frequency and amplitude, and crack real-time detection. Experimental load spectrum and temperature field emulated the reality, and the experiment completely reproduced the practical flight fault. The present experimental approach can be applied to the combined fatigue analysis of any components.

**Key Words** Turbines Disc Fatigue crack

## A STUDY OF A DUAL- PULSE MOTOR TECHNIQUE

**Zhu Guangchen, Hu Kexian, Wang Chunli**

**Cai Xiangfen, Zhang Yucheng, Fang Shuzhou**

(1st Dept. Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

### ABSTRACT

A new type of dual-pulse solid rocket motor concept with an intermediate nozzle is presented and a test motor with changeable structural parameters was designed. Several firings of the motor with changing the structural parameters were conducted and the corresponding experimental data were obtained. A two-dimensional unsteady mathematical model was constructed for analyzing the multithroat flowfields, and numerical calculation with this model was completed. The results were compared with the test data.

**Key Words** Solid propellant rocket engines Flow fields Numerical computation

## NUMERICAL SIMULATION OF 3- D FLOW IN A TRANSONIC COMPRESSOR STAGE

**Liu Qianzhi, Ning Wei, Yao Jixian, Zhou Xinhai**

(7th Dept. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

### ABSTRACT

An implicit Navier-Stokes solver is presented for numerical simulation of three-dimensional steady compressible turbulent flow in a transonic compressor stage. The LU-SGS (Low-Upper Symmetric-Gauss-Seidel) implicit time-marching scheme developed by Jameson and Yoon is used to improve the computational efficiency. In order to obtain distinct shock system and valid boundary layer characteristics, one kind of high resolution schemes, the third order accurate NND (Non-oscillatory, Non-free-parameter, Dissipative) scheme is incorporated in this solver. The governing equations, the numerical scheme, the grid system and the boundary treatment method are considered in this paper. The Baldwin-Lomax Algebra model is utilized to compute the turbulent viscosity. The viscous flow in a single stage transonic compressor is calculated by this solver. The calculation was performed by coupling the rotor and stator flow fields at each time step through an overlapped grid. The computed results were compared with experiment data.

**Key Words** Three-dimensional flows Turbulent flow High resolution  
Numerical analysis Transonic compressors