

用最优控制理论设计 双作用叶片泵定子曲线

南京航空航天大学 叶志锋** 孙健国

【摘要】 将最优控制理论应用于双作用叶片泵定子过渡曲线的设计中,提出了一个主要考虑叶片泵寿命、振动与噪声的性能指标泛函,通过计算获得了在该性能指标下的最优过渡曲线,与高次多项式过渡曲线相比,使得引起泵振动和噪声的度跃动值下降了 18%,在其它性能上该过渡曲线也有不同程度的改善。

主题词: 叶片泵 设计 最佳控制

分类号: V228 TH137.51

1 前 言

在双作用叶片泵设计中,关键技术是设计定子的过渡曲线,随着双作用叶片泵向着高压化、高速化方向的发展,传统的叶片泵定子曲线已不能满足泵在噪声、寿命等性能上的要求,近年来出现的高次方过渡曲线,已在国内外新开发的叶片泵中获得成功的应用,实践证明该方法对降低叶片振动与噪声,延长泵的使用寿命有较明显的作用。由于该方法是依靠有限个边界条件来确定过渡曲线多项式中的待定系数,而并未对整个过渡曲线进行优化设计,因此,针对有关指标来说,尚有潜力可挖。本文提出了叶片泵定子曲线设计的性能指标泛函,应用最优控制理论计算,获得一条最优过渡曲线。与多项式过渡曲线^[1]相比,综合性能有所提高,特别是在影响叶片泵振动与噪声的主要因素一度跃动的数值上,有了较大幅度的降低。

2 性能指标泛函、边界条件及状态方程

双作用叶片泵的定子曲线由半径为 R 和 r 的大、小圆弧段及连接大小圆弧段的过渡曲线组成(如图 1), α , β 分别为过渡段和圆弧的包角, φ 为转子转角, ρ 为过渡曲线向径。称 $v = (d\rho/d\varphi)$ 为度速度, $a = (d^2\rho/d\varphi^2)$ 为度加速度, $j = (d^3\rho/d\varphi^3)$ 为度跃动,当转子匀速转动时, v 、 a 和 j 分别反映了过渡曲线对叶片径向运动速度、惯性力及激振作用的影响。

对上述参数进行无因次化,取 $\bar{\rho} = (\rho - r)/(R - r)$, $\Phi = \varphi\alpha$, 相应地,取 $\bar{v} = (d\bar{\rho}/d\Phi)$, $\bar{a} = (d^2\bar{\rho}/d\Phi^2)$, $\bar{j} = (d^3\bar{\rho}/d\Phi^3)$, 这时,过渡曲线可表示为: $\bar{\rho} = \bar{\rho}(\Phi)$

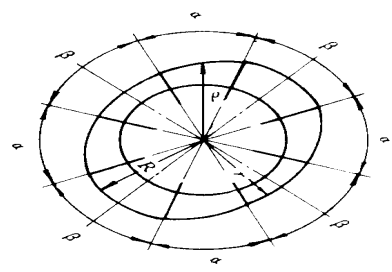


图 1 双作用叶片泵定子曲线

(Φ) 并且 $P(0) = 0, P(1) = 1$ 。

设计过渡曲线的性能指标泛函主要考虑泵的寿命及叶片振动和噪声等问题, 并尽量提高泵的排量体积之比, 选取的性能指标为: $J = \int [W_1 \bar{a}^2 + W_2 \bar{j}^2 + W_3 \left(\frac{d\bar{j}}{d\Phi} \right)^2] d\Phi$ 。式中 W_1 、 W_2 和 W_3 为加权因子。

叶片泵中定子与叶片的磨损主要取决于叶片的惯性力, 同时, 泵的排量体积之比也主要受叶片不脱空条件亦即最大惯性力的限制, 因此把 $\bar{a}$ 放入性能指标泛函中。近年来的研究表明, 叶片泵向高压化、高速化方向发展过程中, 振动与噪声是主要障碍, 根据噪声频谱分析得知, 由机械振动引起的振动与噪声远大于流体噪声, 这种机械噪声主要来自叶片与定子的撞击, 而撞击是由定子曲线所规定的径向惯性力的冲击性所造成的, 冲击性的特点是随时间急剧变化, 因此惯性力的冲击性可由过渡曲线的度跃动 $\bar{j}$ 来表示, 传统的等加速等减速过渡曲线之所以噪声大, 正是由于理论上存在无穷大的度跃动。多项式曲线虽然用边界条件解决了无穷大度跃动的问题^[1], 但并未对曲线作整体优化, 本文在性能指标泛函中加入了 $\bar{j}^2$ 一项, 用最优控制中的庞特里亚金最小值原理来设计过渡曲线, 以使度跃动值趋于极小。此外, 为了保证 $\bar{j}$ 在整个过渡段 ($\Phi = 0 \sim 1$) 具有平缓的曲线, 避免出现尖峰, 在泛函中还增加了 $(d\bar{j}/d\Phi)^2$ 一项。

合理的过渡曲线起码的条件是在 $\Phi = 0$ 及 $\Phi = 1$ 时不产生软、硬冲击, 即在该两点处满足 $\bar{v} = \bar{a} = 0$, 为减小过渡曲线对叶片的激振作用, 同时令 $\bar{j}$ 在 $\Phi = 0$ 及 $\Phi = 1$ 时为零。为了满足这众多的边界条件, 选择一组状态变量 $X(\Phi) = [x^1, x^2, x^3, x^4]^T = [P, \bar{v}, \bar{a}, \bar{j}]^T$, 则上述边界条件及性能指标泛函可写成下列形式:

$$X(0) = [P(0), \bar{v}(0), \bar{a}(0), \bar{j}(0)]^T = [0, 0, 0, 0]^T$$

$$X(1) = [P(1), \bar{v}(1), \bar{a}(1), \bar{j}(1)]^T = [1, 0, 0, 0]^T \quad (1)$$

$$J = \int [X^T Q X + P U^2] d\Phi \quad (2)$$

式中

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & & & 0 \\ & 0 & & \\ & & W_1 & \\ 0 & & & W_2 \end{bmatrix}, \quad P = W_3, \quad U = \frac{d\bar{j}}{d\Phi}$$

由于状态变量相互之间都是对 Φ 的导数关系, 显然存在下列状态方程:

$$\dot{X} = A X + B U \quad (3)$$

式中

$$\dot{X} = \frac{dX}{d\Phi}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3 最优控制算法、计算结果及分析

上述过渡曲线设计问题归结为: 在满足边界条件(1)的前提下, 寻找函数 $P(\Phi)$, 使性能指标泛函(2)为极小。这样, 便把过渡曲线设计问题转化成为最优控制问题, 在最优控制下的最优状态轨迹就是所要求的过渡曲线及其运动特性。根据庞特里亚金最小值原理, 具体算法简述如下: 先建立哈密顿函数 $H = [X^T Q X + P U^2] + \lambda^T (A X + B U)$, 式中伴随向量 λ 为四维列向量。

伴随方程和控制方程为:

$$\dot{\lambda} = -(\partial H / \partial X) = -(2QX + A^T)\lambda, \quad \partial H / \partial U = 2PU + B^T\lambda = 0 \quad (4)$$

(4) 式与(3)式联立得:

$$\dot{X} = AX - 0.5BP^{-1}B^T\lambda \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A^T & -2Q \\ -0.5BP^{-1}B^T & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ X \end{bmatrix} \quad (6)$$

用 A_0 表示(6)式中的系数矩阵, 由 $X(0)$ 及 $X(1)$ 可求得 $\lambda(0)$, 进而可求得:

$$\begin{bmatrix} \lambda(\Phi) \\ X(\Phi) \end{bmatrix} = e^{A_0\Phi} \begin{bmatrix} \lambda(0) \\ X(0) \end{bmatrix} \quad (7)$$

由最优控制算法获得的过渡曲线 $\bar{p}$ 及其运动参数 $\bar{v}$, $\bar{a}$ 及 $\bar{j}$ 的数值解见图 2 中实线所示,

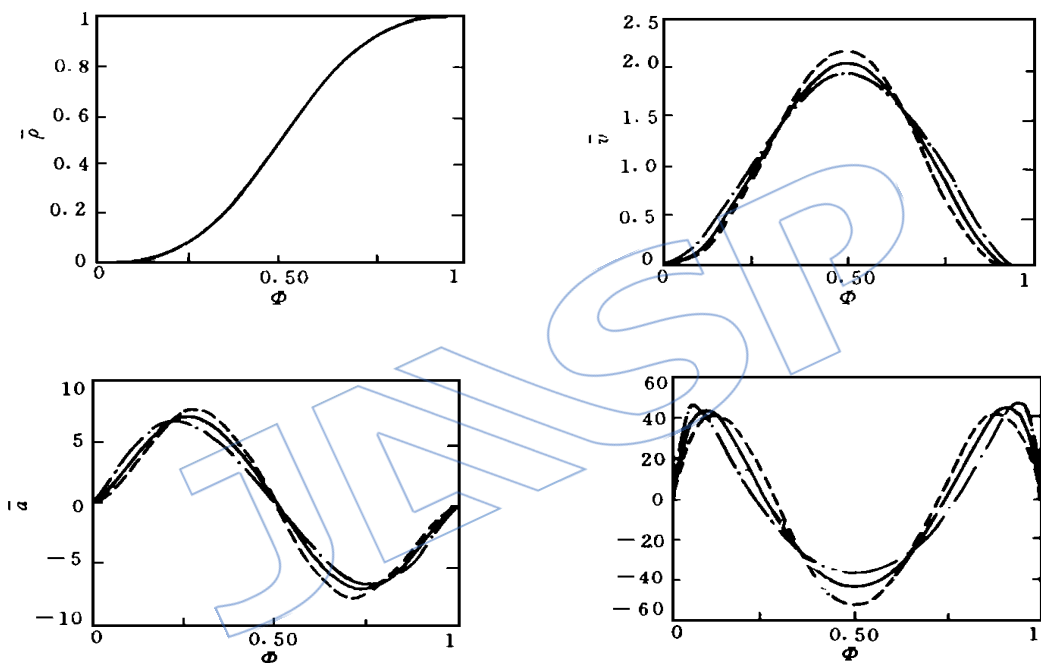


图 2 两种方法设计的叶片泵无因次过渡曲线及其运动参数

计算中取加权因子 $W_1=10$, $W_2=160$, $W_3=1$ 。作为对比, 将文献[1]中的七次方多项式解的运动参数也一并绘出, 见图中虚线所示。两种过渡曲线的最大度加速度 $\bar{a}_{\max}$ 、最大度跃动 $\bar{j}_{\max}$ (绝对值) 见表 1 所示, 可见度跃动最大值下降了 18%, 这将大大降低泵的振动与噪声。再对两种过渡曲线在其它性能上进行比较, 取叶片数 $Z=12$, 反映泵体积流量比的 $(R-r)/r$ 值和叶片压力角 τ 可由以下两式计算^[1]:

$$\frac{R-r}{r} < \frac{1}{1.5 - \bar{p} + \bar{a}/\alpha^2}, \quad \tau = \arctg \left[\frac{\bar{v}}{\alpha} \cdot \frac{(R-r)/r}{1 + \bar{p}(R-r)/r} \right] \quad (8)$$

当叶片厚度一定时, 泵的瞬时供油量的脉动取决于过渡段内两张叶片的径向速度之和, 其值为常数时(如等加速等减速曲线), 理论上就不存在流量脉动。因此定义 $F = \bar{v}(\Phi) + \bar{v}(0.5 + \Phi)$ 。当 Φ 在 0~0.5 之间变化时, 可以用 F 的最大值和最小值之差

$$\Delta F = F_{\max} - F_{\min} \quad (9)$$

来反映了供油量的相对脉动率。

依据(8)、(9)式对两种过渡曲线进行计算,结果见表1所示。

表1 两种设计方法性能比较

	$\bar{a}_{\max}$	$\bar{j}_{\max}$	ΔF	$(R-r)/r$	τ
七次方多项式	7.51	52.5	0.342	0.11	14.7°
最优化(10/160/1)	6.98	43.5	0.139	0.13	14.7°
最优法(1/10/100)	6.43	47.3	0.078	0.14	14.9°

由表1可见,用最优控制理论设计的过渡曲线(加权因子为10/160/1)除了其最大度跃动值 $\bar{j}_{\max}$ 有较大幅度的降低,有利于减小泵的振动与噪声外,最大度加速度、供油量相对脉动率及排量体积比等性能都优于七次方多项式曲线,压力角则保持了原值。

计算中的加权因子是经过反复比较结果后选取的,如果简单地取 $W_1=W_2=W_3=1$,获得的曲线与七次方多项式的曲线几乎是一样的。考虑到加权因子对计算结果的影响,若对泵有某些特殊要求时,可以根据不同的需要选择 W_1 、 W_2 、 W_3 之间的比值,特别是 W_2 和 W_3 之间的比值(计算表明 W_1 的影响较小),例如当需要更大的排量体积比时,可以选择较大的 W_3 值,图2中点划线是当加权因子为1/10/100时获得的另一组最优解的运动参数,其性能亦见表1。这组最优解不仅使 $(R-r)/r$ 值有所提高,还进一步降低了 $\bar{a}_{\max}$,并且具有特别小的供油量相对脉动率。但是 $\bar{j}_{\max}$ 和压力角略有增大,这对泵的工作是不利的。

4 结 论

将双作用叶片泵定子曲线这一机械设计问题归结为最优控制中的两点边界值问题,提出的性能指标主要考虑了泵的使用寿命和振动与噪声问题。本文提出的采用最优控制理论设计过渡曲线的方法比起多项式的方法来,不仅在主要性能—引起高速叶片泵振动与噪声的度跃动值有了明显的改进,而且在泵的运动与动力特性、输出特性及排量体积比等性能上也有不同程度的提高,或至少没有变差(如压力角)。此外,还可以根据各种需要,选择不同的加权因子,获得各种过渡曲线来达到某些目的。在工程上实现该过渡曲线并不增加生产工艺的复杂性,只需修改数控机床的程序即可。

参 考 文 献

- 1 曾俊英.高性能双作用叶片泵定子曲线的研究.南京航空航天大学学报,1994,(2)
- 2 孙健国等.用最优控制理论设计高速凸轮—从动杆系统.机械工程学报,1991,(1)

(责任编辑 王庆康)

A CAD SYSTEM OF SOLID ROCKET MOTOR NOZZLE

Xu Xu, Yang Li, Zhang Zhenpeng

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT

A Computer- Aided Design (CAD) system for solid rocket motor nozzle based on microcomputer is described. The developed software can accomplish a series of structure designs and performance calculations by way of man- machine interaction. At last, a number of data files, charts and engineering drawings will be outputted for further use. This software has been put into use and is proved to be with high efficiency and convenience.

Key Words Solid propellant rocket engines Jet nozzles Computer aided design

A RESEARCH ON CORRELATION OF ENGINE PERFORMANCE PARAMETERS TO INPUTS

Yu Yanglin, Sun Jianguo, Lan Chunxian

(2nd Dept. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

ABSTRACT

A correlation analysis algorithm has been researched to find out correlation among model updates, engine inputs and its component performance. This work is required for development of an on- board real- time engine model which is based on component tracking filters, and also is significant for modern control algorithm and analytical redundancy technique to be applied to engine control. The results of numerical simulation show that the correlation analysis not only can reduce calculation work, but also enable the model developed track and match engine very well, even under the condition that the number of sensors is limited.

Key Words Correlation analysis Turbojet engines Tracking filters

AN OPTIMIZATION DESIGN APPROACH OF STATOR CONTOUR CURVES FOR DOUBLE- ACTING VANE PUMP

Ye Zhifeng and Sun Jianguo

(2nd Dept. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

ABSTRACT

Optimal control theory is applied to design of contour curves of stator transition zone for a double- acting vane pump. In order to improve characteristics of the pump, a performance index function is proposed in consideration of service life, vibration and noise. An optimal contour curve is obtained from calculation by using Pontryagin's Minimum Principle. The calculated results show that the novel contour curve can effectively decrease the shock and noise in comparison with that designed by polynomial method. It makes a vane pump run at enhanced speed and pressure. Significant improvements are also made in other aspects. Some parameters in the performance index can be adjusted to satisfy special requirements of double- acting vane pump of high performance.

Key Words Vane pumps Designing Optimal control