

非结构化多重网格流场数值计算

北京航空航天大学 韩振学* 方 韧 刘志坚

【摘要】 本文对二维非结构网格无粘流场计算的多重网格方法作了探讨。研究了非结构化多重网格的生成方法, 插值算子的构造以及流场计算。以绕流 NACA0012 翼型无粘流场为算例, 研究了多重网格法在非结构网格上的实现方法及其加速效果表明本文的方法有显著的加速收敛效果。

主题词: 计算流体力学 网格 插值法

分类号: V211

1 前 言

多重网格方法作为一种公认的有效加速收敛技术在结构网格流场计算中已得到了广泛采用^[1]。对结构网格来说, 粗网格的生成是很自然的, 只需沿各网格坐标方向将网格点隔一取一, 即可由细网格逐层得到各层粗网格, 层与层之间流场信息的传递可采用线性或双线性插值法完成; 对于非结构网格, 由于网格结点和单元的任意排列, 没有网格坐标方向, 所以粗网格的生成以及层与层之间信息的传递就要困难得多。本文对多重非结构化的关键技术, 粗网格的生成以及基于非结构网格的插值算子进行了详细讨论。采用 Roe 格式离散二维 Euler 方程组, 用五步 Runge-Kutta 方法进行时间推进, 用非结构网格计算 NACA0012 翼型二维跨音流场。

2 粗网格的生成

多重网格法在非结构网格上实现时, 可有多种形式^[2~8], 其中有嵌套式^[2, 3]、无关式和合成式^[8~10]。

嵌套式和无关式多重网格方法有一个共同的困难, 即粗网格的生成。对复杂的几何结构, 尤其是三维的情况下, 构造能充分表达所求问题几何结构特征的粗网格将是很困难的。总是会碰到这种情况, 即粗网格已不能表达复杂几何结构的某些关键特征, 此时将导致几何甚至拓扑结构的改变。这样, 多重网格的生成对这种技术的使用者来说就成了沉重的负担。

绕过上述困难的一种方法是, 直接在细网格上用几个单元合成粗网格的单元, 也就是多重网格的合成式。这种方法分别是由 Lallemand^[8]等人和 Smith^[9]独立发展的。Venkatakrishnan & Mavriplis 于 1994 年在网格节点法中进一步发展了这种方法, 获得的粗网格质量较高^[10]。Lallemand 等人采用的方法, 是将细网格中与待合成单元相邻的所有未处理过的单元, 都合成粗网格的一个单元。Venkatakrishnan & Mavriplis 则对这些未处理的单元按一定标准进行选择, 并且只把指定数目的细网格单元合成一个粗网格单元。由细网格单元合成粗网格单元

时,各层网格的单元数以大致恒定的比例递减。递减的比例因子对二维情况来说是 4,对三维则为 8。

本文对他们的方法修改后用于单元中心法,具体处理如下:(1)从边界单元中选取一个待处理起始单元。(2)找出与之相邻的单元,形成单元表。(3)从与之相邻的单元找出使比值 S/l^n 最大的单元进行合成。 S 为合成后单元的面积, l 为相应的边长之和, $n=2$ 。(4)更新单元及边的记录。(5)更新相邻单元组成的表。(6)重复进行步骤(1),直到已把指定数目(二维时可选为 4)的细网格单元合成为一个粗网格单元。(7)选取新的待处理起始单元,应按以下顺序:固壁边界单元,远场边界单元,一般单元。

这种方法比 Lallemand 等人的方法要耗时(约需两倍的时间),但网格质量更好一些。特别是计算粘性流动时,这种方法的优越性更加明显。因为它考虑了网格面积和边长之和的比值,网格合成时是沿着使单元长宽比更接近 1 的方向进行的,相当于结构网格中的半粗化方法。

应用这种方法即可依次生成各层粗网格,粗网格单元的边界由合成它的细网格单元的边界组成。但在网格生成中,网格单元虽以 4 的比例减少,网格的边却仅以不到 2 的比例减少。对于多重网格法来说,这是不可接受的,因为计算量主要不是由单元数目,而是由边的数目决定的。如果在粗网格上只应用一阶算法,则可以在相邻的粗网格间用一条边来代替原有的多条边,而仍然具有足够的精度。这样,网格的边就能以大约 4 的比例递减。

3 插值算子的构造

单网格法只要将方程在网格上进行离散,然后即可求解。多重网格法则要求在各层网格上都进行离散,并且要建立各层之间的相互对应关系,这就需要进一步定义插值算子,包括收集算子和分配算子。收集算子用于将流场参数和残差由细网格传递到粗网格上;分配算子则用于把在粗网格上解得的流场参数修正值插值回到细网格上。本文选用面积加权的方法来构造收集算子和分配算子,以保证守恒性。

设 N 、 M 分别为细、粗两层网格的单元总数,由细网格上的流场参数得到粗网格上参数时,如使用面积加权,通常有:

$$\bar{t}_{c,j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{t_{f,i}(A_{c,j} \cap A_{c,i})}{A_{c,j}}, \quad \bar{R}_{c,j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{R_{f,i}(A_{c,j} \cap A_{c,i})}{A_{c,j}} \quad (1)$$

而把粗网格上的流场参数修正值插回到细网格上时,则定义:

$$\Delta t_{f,i} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{t_{c,j}(A_{f,i} \cap A_{c,j})}{A_{f,i}} \quad (2)$$

$\Delta t_{c,j}$ 为粗网格单元 j 的流场修正值, $\Delta t_{f,i}$ 为插值到细网格单元 i 后的修正值。此时细网格单元的流场参数为:

$$t'_{f,i} = t_{f,i} + \Delta t_{f,i} \quad (3)$$

在本文中,将上述方法用于合成式多重网格法,插值算子简化为:

$$\bar{t}_{c,j} = \frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} \frac{t_{f,n_k}(A_{f,n_k} \cap A_{c,j})}{A_{c,j}}, \quad \bar{R}_{c,j} = \frac{1}{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} \frac{R_{f,n_k}(A_{f,n_k} \cap A_{c,j})}{A_{c,j}}, \quad \Delta t_{f,i} = \Delta t_{c,m_i} \quad (4)$$

其中,粗网格单元 j 包含了细网格单元 $n_k, k=1, 2, \dots, N_0$, N_0 为所包含的细网格单元总数;而细网格单元 i 则包含于粗网格单元 m_i 中。

4 计算结果分析

本文采用 Roe 格式离散二维 Euler 方程组,采用五步 Runge-Kutta 法进行时间推进,以

增强对高频误差的消除能力, 便于充分发挥多重网格法的加速收敛效果。多重非结构网格法循环为 V 循环。以绕流 NACA0012 翼型无粘流动为算例, 研究多重非结构网格流场计算加速方法的效率。绕流 NACA0012 翼型的来流工况是: 来流马赫数 $Ma_\infty = 0.8$, 攻角 $A = 1.25^\circ$ 。

本算例采用了两层网格, 第一层的三角形非结构网格共计 1373 个节点, 2540 个三角形单元(图 1(a)), 合成的粗网格则有 691 个单元(图 1(b))。

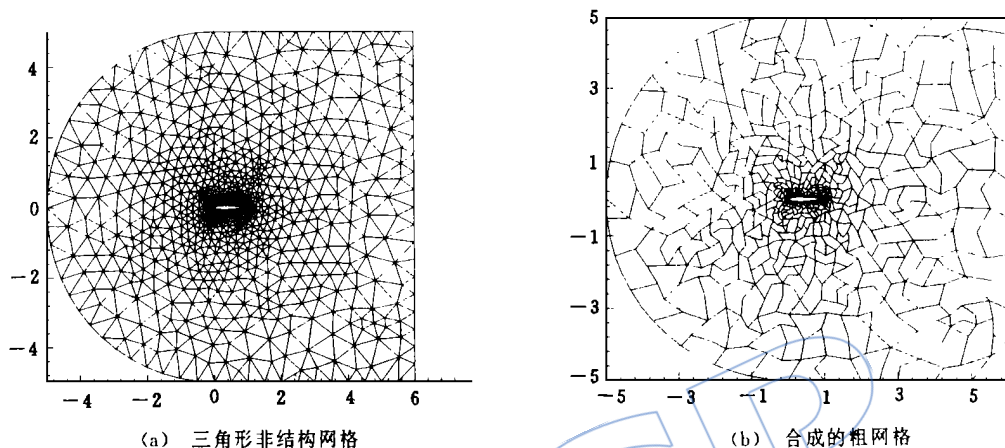


图 1 计算网格(a)三角形非结构网格(b)合成粗网格

图 2 对在单层网格和两层网格上进行计算的收敛史作了比较。从图中可看到, 两层网格的使用可使计算所需的时间推进步减少 50%。而使用两层网格计算时, 每推进一个时间步, 工作量比单层网格时只增加约 25%。更多层网格的使用应该能使计算收敛得更快, 而且每增加一层网格, 每推进时间步的计算量只增加上一层网格的工作量的大约 25%。这样, 多重网格法无疑是可在非结构网格上应用的较好的加速收敛方法。

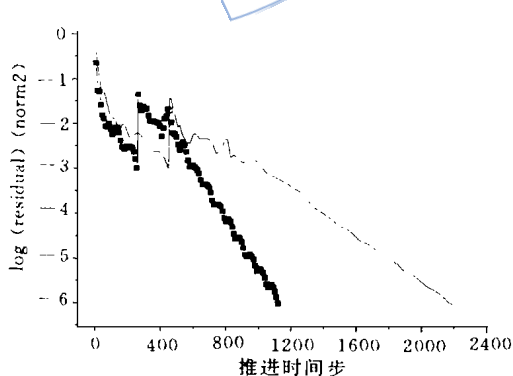


图 2 收敛性历史比较—多重网格的加速效果

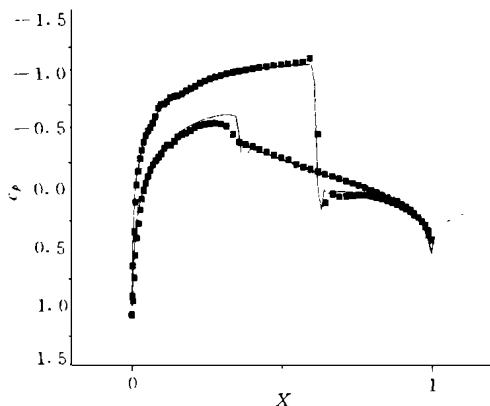


图 3 翼型表面压力系数分布

由翼型表面压力分布(图 3)可以看出, 在翼型上表面, 本文计算结果与文献[11]基本一致, 但在翼型下表面的弱激波处有较大差别, 其原因是原始非结构网格(最密非结构网格)的单

元数较少,并且网格质量也较差。本文计算得到的翼型升力系数为 $C_l = 0.32908$, 略高于文献[11] $C_l = 0.30997$ 。图4是本文非结构网格计算结果的等马赫数线分布。

5 结 论

本文在非结构网格上进行了绕流 NACA0012 翼型无粘流动的流场计算,研究了多重非结构网格的实现及其加速效果。本文所采用的两层非结构网格方法,对 Roe 格式五步 Runge- Kutta 时间推进方法有显著的加速收敛效果,可使计算的工作量大大降低。使用两层网格计算时,每推进一个时间步,工作量比单层网格时只增加约 25%,而两层网格的使用可使计算所需的时间推进步减少 50%。更多层网格的使用应该能使计算收敛得更快。本文的后续工作是将多重非结构网格方法应用于粘性流场的数值计算,并采用更多层的非结构网格。

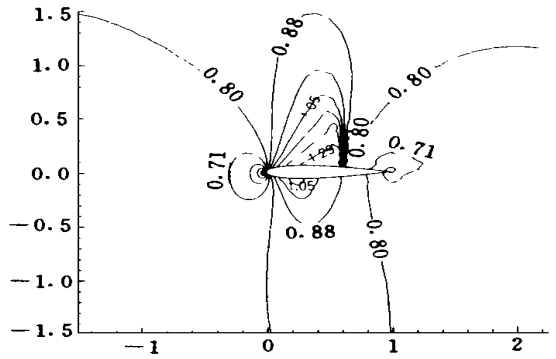


图4 等 Mach 线分布

参 考 文 献

- 1 韩振学,刘志坚. 二维非结构网格无粘流场计算方法研究. 中国工程热物理学会热机气动热力学学术会议论文集, 1996
- 2 Perez E. A 3D Finite- Element Multigrid Scheme for the Euler Equations. INRIA Report No. 442, September, 1985
- 3 Connell S D, Holmes D G. A 3D Unstructured Adaptive Multigrid Scheme for the Euler Equations. AIAA- 93- 3339- CP, July, 1993
- 4 Mavriplis D, Jameson A. Multigrid Solution of the Two- Dimensional Euler Equations on Unstructured Triangular Meshes. AIAA- 87- 0353, 1987
- 5 Mavriplis D J. Three Dimensional Multigrid for the Euler Equations. Proc. , AIAA 10th Comp. Fluid Dynamics Conf. , Honolulu, Hawaii, June, 1991: 239- 248
- 6 Peraire, J, Peiro, Morgan K. A 3D Finite- Element Multigrid Solver for the Euler Equations. AIAA- 92- 0449, January, 1992
- 7 Guillard H. Node Nested Multigrid with Delaunay Coarsening. INRIA Report No. 1898, 1993
- 8 Lallemand M, Steve H, Dervieux A. Unstructured Multigriding by Volume Agglomeration: Current Status. Computer and Fluid, 1992, 21(3): 397- 433
- 9 Smith W A. Multigrid Solution of Transonic Flow on Unstructured Grids. Recent Advances and Applications in Computational Fluid Dynamics, Proceedings of the ASME Winter Annual Meeting, November, 1990
- 10 Venkatakrishnan V, Mavriplis D J. Agglomeration Multigrid for the Three- Dimensional Euler Equations. AIAA- 94- 0069, January, 1994
- 11 Pulliam T H, Jespersen D C, Childs E. An Enhanced Version of an Implicit Code for the Euler Equations. AIAA- 83- 0344, 1983

(责任编辑 魏星禄)

NUMERICAL SIMULATION OF THREE DIMENSIONAL SHOCK WAVE- BOUNDARY LAYER- SEPERATED FLOW INTERACTIONS

Han Zhenxue, Fang Ren, Liu Zhijian

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT

Three dimensional turbulent flows with strong shock wave- boundary layer- seperated flow interactions are numerically simulated. Time- dependent compressible Navier- Stokes equations in conjunction with Baldwin- Lomax turbulence model are discrete with finite volume method and LUSGS time marching scheme to get the steady flowfields. Inviscid flux and viscous flux on the control volume surfaces are calculated with Van Leer flux vector splitting scheme and central difference scheme separately. The numerical methods are valid for 3D transonic flow through a diffuser. The computational results are in a good agreement well with the experimental data of Mach number before the shock wave, separation and reattachment positions.

Key Words Shock wave Boundary layer Separated flow interaction
Numerical simulation

CALCULATION OF FLOWFIELDS WITH MULTI- UNSTRUCTURED GRIDS

Han Zhenxue, Fang Ren, Liu Zhijian

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT

Two dimensional transonic flows are simulated by solving Euler equations with finite volume method numerically. Multi- Unstructured grid technique is used to accelerate the three- stages time marching convergence. Multi- Unstructured grid generation technique and interpolation method are investigated. As an example, 2D transonic flows around NACA0012 air foil are calculated with the present method.

Key Words Computation fluid mechanics Grids interpolation methods

ANALYSIS OF CONTROL SCHEDULES FOR HIGH THRUST- WEIGHT RATIO TURBOFAN ENGINE

Zhu Zhili and Li Dong

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT

It is important to design a suitable control schedule for aircraft engine in order to exploit its full performance potentiality and to enhance its reliability. Comparison and analysis of uninstalled performance of engine with different control schedules are carried out in this paper. The result indicates that the control schedules for the modern high thrust- weight ratio turbofan are superior significantly to the traditional control schedules of