

半波 GLM 方法封闭的湍流方程 对转换过程的数值模拟

北京航空航天大学 高 歌**

Florida Atlantic University, U. S. A. 熊 焰(Y. Yong)

【摘要】 将半波平均与广义 Lagrange 平均(GLM)方法相结合,应用于不可压湍流,获得了封闭的不可压湍流的方程组。方程组不含任何关联项及经验系数,涡团粘性系数由 Stokes 漂移速度、尺度及漂移速度的散度决定。在不使用壁面函数或任何其他经验处置的情况下,方程组已成功地应用于平板边界层转换的数值模拟。转换过程的平均参数的变化,如速度型从层流向湍流的转换,边界层厚度的突变过程及长度区域,摩擦系数的分布曲线等,均得到与实验吻合的结果。

主题词: 湍流 半波 GLM 转换 模拟

分类号: O357.5

1 引言

湍流是经典物理学中尚未解决的重大课题。随着计算机及计算方法的长足进展,湍流模型的不足已成为计算流体力学(CFD)的主要路障^[1]。湍流的简单模型不能处置复杂流场。标准的二方程模型不含有依赖于应变率的经验系数,原则上不能预测流线曲率、系统旋转及 Reynolds 正应力各向异性引起的二次流动。二阶封闭模型(SOC)不能描述非平衡态的湍流,也不能妥善处理近壁面湍流。需要进一步发展能处置非平衡态、非当地效应(nonlocal effect)且含有依赖于应变率的非定常经验系数的新模型。无疑,这是极其困难的任务。

事实上,面对千变万化的复杂湍流,现存的任何湍流模型都不存在通用系数,不封闭问题未得到完善解决。这就产生了不封闭问题究竟是湍流的本构特性或仅仅是 Reynolds 平均引起的特有问题的疑问。随之而来的问题还有,能否在 Navier—Stokes 方程的框架范围内解决湍流问题?是否需要引入新的物理原则?现存的数学工具是否足以获得湍流的理性方程?

由 Andrews 及 McIntyer 提出的广义 Lagrange 方法^[2],可应用于任何控制方程,使之简化而不含 Euler 平均引入的关联项。该方法在探讨新的平均方法而回避出现关联项的研究上做了有益的贡献。但真实流动的复杂性,仍给直接使用广义 Lagrange 平均解决湍流问题带来许多困难。

本文提出了使用半波 GLM 方法得出漂移速度的动量方程,并结合文献[2]中有关漂移速度的散度不等于零的概念,进而得出涡团粘性系数的表达式。在最终得出的湍流方程中不存在关联项和经验系数,也不必使用壁面函数之类的任何经验处置。做为实际应用,平板边界层的

转换过程的平均行为的全部细节已成功地使用所得方程组予以模拟。

2 半波 GLM 得出封闭的湍流方程组

在湍流中 X 点沿时均流线方向测得的瞬时速度如图 1。如果观察者以时均流速 $\bar{u}$ 沿流线运动, 则可看到在 $u > \bar{u}$ 时, 涡团以 $u_1^s = u - \bar{u}$ 的速度向下游漂移; 如果只取 $u_1^s > 0$ 的漂移速度进行平均, 则平均值 $\bar{u}_1^s$ 表示涡团在 X 点向下游的平均漂移速度。同理可得出 $u < \bar{u}$ 时向上游的平均漂移速度 $\bar{u}_2^s$ 。

在 X 点的瞬时速度的 Navier-Stokes 方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = - (1/\rho) \nabla p + \nu_L \nabla^2 u \quad (1)$$

式中 u 为瞬时速度, p 为压力, ρ 为密度, ν_L 为层流粘性系数。令瞬时速度 $u = \bar{u} + u'$, 代入(1)后取 Euler 平均, 并注意到 $\bar{u}' = 0, \bar{p}' = 0$, 则

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} = - (1/\rho) \nabla \bar{p} + \nu_L \nabla^2 \bar{u} - \overline{(u' \cdot \nabla) u'} \quad (2)$$

如令 $u = \bar{u} + u_1'$, 即只对 $u > \bar{u}$ 的半波场平均, 考虑到半波场中 $\bar{u}_1' \neq 0, \bar{p}_1' = 0$, 则有

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\bar{u} + \bar{u}_1')}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} + (\bar{u}_1' \cdot \nabla) \bar{u} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u}_1' + (\bar{u}_1' \cdot \nabla) \bar{u}_1' \\ = - (1/\rho) \nabla \bar{p} + \nu_L \nabla^2 (\bar{u} + \bar{u}_1') \end{aligned} \quad (3)$$

(3)-(2), 并注意到前后半波场平均对称时 $\overline{(u_1' \cdot \nabla) u_1'} = \overline{(u' \cdot \nabla) u'}$, 则

$$\frac{\partial \bar{u}_1'}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u}_1' = \nu_L \nabla^2 \bar{u}_1' - (\bar{u}_1' \cdot \nabla) \bar{u} \quad (4)$$

同理, 对 $u < \bar{u}$ 的半波场可得出

$$\frac{\partial \bar{u}_2'}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u}_2' = \nu_L \nabla^2 \bar{u}_2' - (\bar{u}_2' \cdot \nabla) \bar{u} \quad (5)$$

如果前后两半波场以 X 点为平均对称, 即 $\bar{u}_1' = -\bar{u}_2'$, 将该关系式代入式(5), 并令 $\bar{u}_0' = \bar{u}_1'$, 则(4)、(5)两式合并为

$$\frac{\partial \bar{u}_0'}{\partial t} + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u}_0' = \nu_L \nabla^2 \bar{u}_0' - (\bar{u}_0' \cdot \nabla) \bar{u} \quad (6)$$

这就是 X 点的漂移速度的动量方程。从方程的推导过程中可知, 扰动是以瞬时速度 u 与平均速度 $\bar{u}$ 的差值形式引入的, 所以(6)式中未包含扰动源项, 而仅仅反映了扰动产生了漂移速度之后该速度的动量演变关系。

事实上, 只从 X 点(几何点)上研究流动参数是不可能搞清楚以 X 点为质心的湍流团的流动特性的。有必要将研究范围扩大到以 X 点为质心的整个湍流涡团。假定在 X 点的质点受扰动后位移到 $X + \xi$ 处, ξ 位于湍流涡团范围之内, 对整个的 $X + \xi$ 域取 Euler 平均, 则能得出反映整个涡团行为的流动参数。这种在 $X + \xi$ 域上的 Euler 平均, 就是广义 Lagrange 平均(参见文献[2]的(2.1)式):

$$\overline{\varphi(X, t)}^L = \overline{\varphi(X + \xi(X, t), t)} \quad (7)$$

对 ξ 的范围做了位于湍流涡团内的限制后, 应用 GLM 的二个重要前提条件就得以满足, 即 X 点是扰动质点群(涡团)的质心, 质心的瞬时速度可代表扰动质点群的平均速度。GLM 最突出的特点有二: 对物质导数的 GLM 平均不产生关联项, 及 Stokes 漂移速度的散度不为零(参见

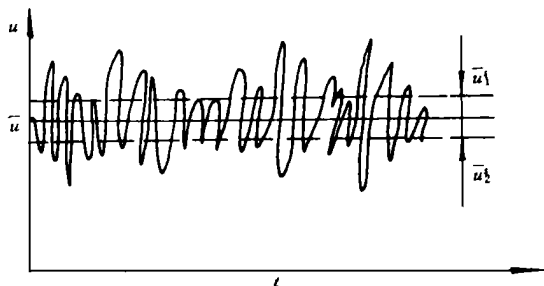


图 1 湍流瞬时速度

文献[2]的(2.15)及(9.4)式)。

在 $X+\xi$ 域上按照(3)–(6)式的步骤进行 GLM 平均,则可得出如下方程:

$$\partial \bar{u}^i / \alpha + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u}^i = \nu_L \nabla^2 \bar{u}^i - (\bar{u}^j \cdot \nabla) \bar{u}^i + \overline{(u^j \cdot \nabla) u^i} + o(a^3) \quad (8)$$

为了对(8)式做工程模化,提出如下假设:

假设 1: 涡团粘性,在平均速度场及漂移速度场同时起作用。

该假设与 Boussinesq 涡团粘性假设相似,例如 $K-\epsilon$ 模型中在平均流动量方程及湍流动能方程中同时使用涡团粘性。

令 $\nabla \cdot \nu_T \nabla \bar{u} = -(\bar{u}' \cdot \nabla) \bar{u}'$, 便可得出 X 点的平均速度 $\bar{u}$ 及湍流涡团的 Stokes 漂移速度 $\bar{u}'$ 的动量方程:

$$\partial \bar{u} / \alpha + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u} = - (1/\rho) \nabla \bar{p} + \nabla \cdot \nu_e \nabla \bar{u} \quad (9)$$

$$\partial \bar{u}' / \alpha + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u}' = \nabla \cdot \nu_e \nabla (\bar{u}' - \bar{u}) - (\bar{u}' \cdot \nabla) \bar{u} \quad (10)$$

以 l 表示涡团漂移尺度矢,湍流涡团的漂移功方程可表示为:

$$l \cdot [\partial \bar{u}' / \alpha + (\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u}' - \nabla \cdot \nu_e \nabla (\bar{u}' - \bar{u})] = -\nu_T : \nabla \bar{u} \quad (11)$$

$$\text{式中} \quad \nu_e = \nu_L + \nu_T, \quad \nu_T = l \bar{u}' (1 - R_t)^3 \quad (12)$$

R_t 是 X 点因 $\bar{u}'$ 散度引起的沿平均流线方向的漂移速度 $\bar{u}'$ 的无量纲拉伸比,可根据 $\bar{u}'$ 算出。方程(11)右侧的张量运算必须去除表示旋转的不做功的非对称张量。以散度形式流失的漂移速度在 X 点不做功,也必须扣除。 $(1 - R_t)^3$ 即表示漂移速度的非零散度对涡团粘性影响的三维效应。

$$\text{对于平均流,连续方程为:} \quad \nabla \cdot \bar{u} = 0 \quad (13)$$

方程(9–13)就是不可压湍流的完整封闭的方程组。

3 平板边界层转捩过程的数值模拟

转捩是最困难的湍流问题之一,因为其机理至今尚未被理解,而现行的湍流模型都是根据充分发展湍流确定其经验系数,因而不能应用于转捩计算。

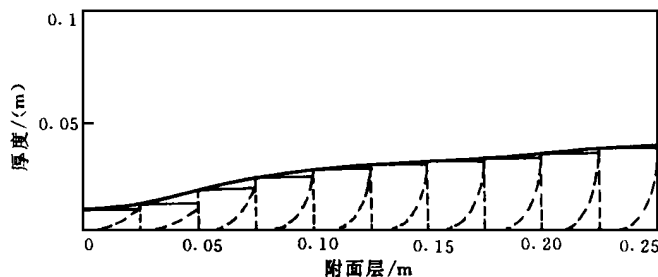


图 2 转捩区内的计算速度型

本文研究中,使用上述不可压湍流方程组对平板边界层的转捩过程进行了数值模拟,计算过程未使用壁面函数等任何经验处置。有限差分计算使用了标准的 SIMPLE 方法。在 6 米长平板上高 3 米的区域上布置了 81×61 网格,沿高度 Y 方向用指数网格,在转捩区附近 X 方向采用密集均匀网格。最靠近壁面的 3–4 层网格位于层流底层内。采用全网点累加误差小于 1

$\times 10^{-3}$ 做为收敛判据。入口端离壁面 10 mm 层内采用 1/2 次方层流速度型,其上为均匀流,入口处 $R_e = 1 \times 10^5$ 。在充分发展段,最终 $R_e = 2.2 \times 10^7$ 。计算过程中发现平均流速度型围绕稳定的近似于 1/7 次方的湍流速度型发生拟周期性的摆动,形成类似于拟序结构的图形。这说明本文得出的封闭方程有可能反映湍流相干结构,并值得进一步深入研究。但该问题不是作者现时兴趣所在。为了消除这种拟周期性摆动,沿平均流的流线法向对相邻网点的涡团粘性系数进行平均,做为中心网点的涡团粘性系数。该方法有效获得了光滑稳定的平均流速度型。计算表明转换发生于 $R_e = 8 \times 10^5$ 处,图 2 显示了计算所得的转换区速度型及边界层厚度的变化过程。充分发展湍流区计算所得的速度型与文献[3]的试验数据的比较示于图 3。沿 X 方向摩擦系数的分布示于图 4。在转换区 $X = 0.05$ 处速度型底部突然向壁面下沉(图 2),并在很短的距离内迅速发展成充分发展湍流速度型。就作者所知,计算所得的转换细节与试验观察结果是吻合的。

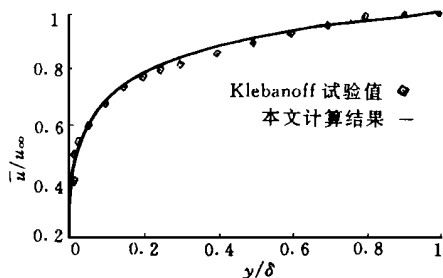


图 3 充分发展湍流区计算速度型与实验数据[3]对比

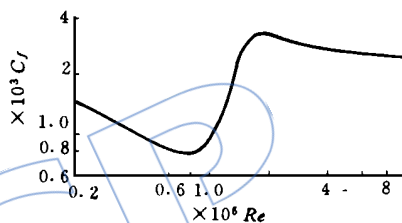


图 4 计算得到的转换区内摩擦系数

的分布示于图 4。在转换区 $X = 0.05$ 处速度型底部突然向壁面下沉(图 2),并在很短的距离内迅速发展成充分发展湍流速度型。就作者所知,计算所得的转换细节与试验观察结果是吻合的。

4 讨 论

使用半波 GLM 方法进行湍流方程的研究,涉及了湍流研究中的实质性问题,如如何处理 Reynolds 平均引起的关联项问题,消除对经验系数的依赖性(这在唯象湍流模化中是不可能的),适应非平衡、非当地弛豫效应,寻找理论湍流方程的可能性等问题。目前已经获得的结果是令人鼓舞的。重要的是,在所得的湍流方程中没有使用任何经验系数,而能成功地模拟转换过程。边界层转换过程模拟的成功,不仅在于模拟结果的精确性,也表现于方程适用于工程实践的简单性,方程(11)可通过代数方法求出漂移尺度 l ,这进一步增强了方程组求解的简单性。所得封闭方程组对各种流动状况的适应性的研究正在进行之中。

传统的 Reynolds 平均属于全波平均,并产生了著名的不封闭问题。全波平均时 $\overline{u'} = 0$,为了能获得反映脉动速度 u' 的特性的方程,而引入了湍流动能 K 方程。这就附带引起了 K 方程的模化及建立湍流动能耗散率 ϵ 方程等一系列问题,并被迫引入许多经验系数。半波 GLM 方法给出的 $\overline{u'} \neq 0$, $\overline{u'}$ 的动量方程,可以直接提供湍流涡团的漂移速度的信息,并进而提供涡团粘性系数。不封闭问题要求补充新的基本方程,但传统方法引入的新方程中总要含有新的未知高阶关联项,使封闭问题无法解决。但半波 GLM 方法提供的漂移速度动量方程中不再含有新的关联项,达到了补充新方程而不增添关联项的目的。湍流涡团的漂移速度的散度不为零的物理意义也是清晰的,它反映了在湍流场不同空间位置上,湍流涡团的漂移速度随湍流强度而变化的基本特性。

GLM 方法是在以 X 点为中心, 以最大扰动位移 $\xi_{\max}$ 为半径的球形空间域内进行平均的, 这就克服了 Euler 平均仅在 X 点平均而不能反映非当地效应的弱点。用湍流涡团的 Stokes 漂移速度取代当地脉动速度来计算涡团粘性系数, 可以更好的反映非当地效应。Stokes 漂移速度的散度不为零, 考虑该散度效应对涡团粘性的影响, 即可把当地产生而弛豫影响下游湍流强度的非平衡效应纳入考虑之中。湍流转捩本身就是一个最典型的非平衡、非当地弛豫现象, 本文对转捩数值模拟成功标志着在解决非平衡、非当地效应方面取了进展。

Navier—Stokes 方程可以看作是 Boltzmann 方程的二阶近似, 在 Navier—Stokes 方程中所有分子尺度级的随机运动都已被过滤掉。N—S 方程能够描述湍流涡团的随机运动, 只要网格尺度足够小, 就象直接数值模拟所采用的一样。为了能够获得湍流的物理方程, 也必须对 N—S 方程采取类似的过滤措施。作者相信, 湍流的平均行为方程一定存在于 Navier—Stokes 方程框架之内。对转捩过程的成功数值模拟是对作者观点的强力支持。此外, 并不需要向平均湍流方程引入新的物理原则, 虽然某些以湍流涡团的碰撞过程为主导的瞬时过程要求引入色散机制。

在本文研究工作基础上还需要探索许多事情: 检验新方程对各种流动状况的适应性, 找出 Stokes 漂移速度与传统测试手段的试验数据的关系, 以及流体可压缩性的影响等。

参 考 文 献

- 1 Purtell L P. Turbulence, A Roadblock to Computational Fluid Dynamics. Naval Reviews, Two/1995: 20—25
- 2 Andrew D G and McIntyre M E. An Exact Theory of Nonlinear Waves on a Lagrangian—Mean Flow. J. Fluid Mech. 1978, 89: 609—646
- 3 Klebanoff P S. Characteristics of Turbulence in a Boundary Layer with Zero Pressure Gradient. 1956, NASA Report 1247

(责任编辑 王震华)

stress

Key Words Turbulence Anisotropy Numerical simulation

A STUDY ON FLOW RATE CHARACTERISTICS OF GAS- LIQUID COAXIAL ATOMIZERS IN HYDROGEN/OXYGEN ROCKET ENGINE

Zhou Jin, Hu Xiaoping, Huang Yuhui, Wang Zhenguo

(1st Dept. National University of Defense Technology, Changsha 410073)

ABSTRACT An experimental and theoretical study on the flow rate characteristics of gas- liquid coaxial atomizers in hydrogen/oxygen rocket engine are presented in this paper. The dependence of the gas and liquid flow rates of atomizers with different recess ratio on the injection pressure drops was determined by the tests with air and water. The effect of the interaction between gas and liquid flow within atomizer on the flow rate characteristics was investigated experimentally. The results show that the interaction between gas and liquid flows has a certain effect on the flow rate characteristics, and the effect is greater for the atomizers with larger recess ratio. A simplified theoretical model is developed to calculate the flow rates of gas- liquid coaxial atomizers. The comparison between the theoretical and experimental results shows a reasonable agreement.

Key Words Atomizers Flow rate Flow theory Flow characteristics

TRANSITION SIMULATION USING GLM - EM BASED CLOSED EQUATIONS OF TURBULENCE

Gao Ge

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 10083)

Y. Yong

(Florida Atlantic University U. S. A.)

ABSTRACT The half- wave Generalized Lagrangian Mean (GLM) method is applied to deriving the closed equations of incompressible turbulent flow. The set of equations does not contain any correlation terms and empirical coefficients. The eddy- viscosity is determined by the Stokes drift velocity, its length scale and divergence. Without using the wall function and any empirical treatments, the transition process of a plan boundary layer has been successfully simulated by the equations. All the transition details, such as the change of the mean parameters, the transformation of the velocity profiles from laminar to turbulent, the evolution of the thickness of the boundary layer, the length of transition zone, and the curve of friction coefficients, are well consistent with experimental results.

Key Words Turbulence equations Transition Simulation