

珠状凝结是一种典型的分形生长*

北京航空航天大学 杨春信** 王立刚 袁修干
北京工业大学 马重芳

【摘要】 本文根据近三十年来在珠状凝结换热研究中积累的实验研究资料, 提出珠状凝结是一种典型的分形生长过程。由随机分形模型建立了珠状凝结液滴的尺度分布, 应用重整化方法确定了液滴尺度的分布指数。

主题词: 球状聚合 液滴特征尺寸 随机分布

分类号: TK124

1 引言

珠状凝结具有比膜状凝结高的多的传热系数, 因而有着重要的工程应用意义并引起广泛的研究兴趣^[1]。液滴的尺度分布在分析珠状凝结传热机理和预测传热特性时起到了重要的作用。几乎所有分析珠状凝结传热过程和特性的方法都是基于所谓的通用尺度分布率, 这一通用尺度分布率首先由 Lefevre 和 Rose 根据实验提出^[2], 并得到了其他研究者的实验验证^[3~6]。例如: Graham 和 Griffith 测量了珠状凝结传热特性和液滴的尺度分布^[3]。Tanka 测量了瞬态珠状凝结传热中的尺度分布^[4, 5]。Tanasawa 测量了水在低压下发生珠状凝结传热时的尺度分布和传热系数^[6]。这些研究者在很不相同的实验条件(如实验介质、冷壁材料、系统压力和蒸汽过热度等)下测出的液滴分布服从一个通用的函数, 这表明液滴的尺度分布并不具备明显的传热学意义。一些研究者试图通过模型分析和计算机仿真得到这一通用尺度分布率, 但这些方法均不具备一般性^[7~9]。应用分形理论和重整化方法导出这一通用尺度分布率并明确其物理意义是本文的主要研究目的。此外, 由于分形理论这一有效的分析方法和建模工具尚未被传热学界所应用, 作者还希望本文的方法能为传热学研究者重视。

2 珠状凝结的数学模型

液滴分布函数可以从实验测出的液滴覆盖面积推导出来, 即:

$$A(r) = 1 - (r/r_m)^n \quad (1)$$

这里 $A(r)$ 为半径大于 r 的液滴所覆盖的面积份额, n 为分布指数, r_m 为最大液滴半径。(1) 式中 n 的实验值范围很窄, 约为 0.313~0.350, 在实际应用中一般取为 1/3。这样从 (1) 式可以推出液滴尺度分布函数:

$$dN(r)/dr = -dA/\pi r^2 dr = n/\pi r_m^3 (r/r_m)^{n-3} \quad (2)$$

(2) 式中, $N(r)$ 为液滴密度 (个/ m^2), $dN(r)/dr$ 的含义是在区间 $(r - dr/2, r + dr/2)$ 中的液滴数目密度 (个/ m^3)。 (2) 式即所谓的通用尺度分布函数, 该式很好地描述了宏观液滴的尺度分布。所谓的宏观液滴是指通过液滴聚合而长大的液滴, 以区别于直接在冷壁面上的凝结核心上形成的液滴。整理 (2) 式可以得到无量纲形式的分布式:

$$\text{Log}\left[r_m^3 \frac{dN(r)}{dr}\right] = - (3 - n) \text{Log}\left(\frac{r}{r_m}\right) + \text{Log}\left(\frac{n}{\pi}\right) \quad (3)$$

显然在横坐标为 $\log(r/r_m)$ 和纵坐标为 $\text{Log}[r_m^3(dN(r)/dr)]$ 的坐标系中, 不同研究者的实验结果应位于同一条直线上。图 1 中给出了根据 Graham, Tanasawa 和 Tanaka 的实验结果作出的液滴尺度分布关系。可以看到, 在尺度跨度约为三个数量级的范围内, 液滴尺度可以用 (3) 式很好地描述。一般认为, 将液滴尺度分布函数 (2) 式和单个液滴传热特性结合起来即可满意地预测珠状凝结传热, 这一思路被称为微观研究方法^[1, 7]。穿过单个半球形液滴的热流密度为^[7]:

$$q_b = \frac{4\lambda}{\pi r} \left[\Delta T - \frac{2\sigma T_v}{\rho_v h_{fg} r} \right] \ln \left[1 + \gamma_l \left(1.09 + \frac{\pi/2 - 1.09}{\gamma_l/5.7 - 1} \right) \right] \quad (4)$$

在 (4) 式中包括了液体导热 λ 、汽液界面曲率效应和界面传质效应^[7]。式中 $\gamma_l = \alpha r / \lambda$, α 为给定蒸汽压力下汽液分界面上的换热系数, 其值由分子运动论给出:

$$\alpha = [(k - 1)/(k + 1)] (\rho_v h_{fg}^2 / T_v) (2\pi / R T_v)^{1/2} \quad (5)$$

k 为比热比: $k = c_p / c_v$; h_{fg} 为潜热。这样, 通过壁面的平均热流密度可由下式积分得到:

$$q = \int_l^m q_b A(r) dr \quad (6)$$

这里最小液滴的尺度为: $r_l = 2\sigma T_v / \rho_v h_{fg} \Delta T$, 式中 σ 为表面张力, ρ_v 为蒸汽密度。Rose 曾经收集了尽可能多的实验数据并与上述微观研究方法的结果进行了对比研究, 结果表明, 微观研究方法在一般情况下可以给出令人满意的结果^[7]。由于液滴尺度分布率的基础是 (1) 式, 因而微观研究方法仍然是一种半经验理论。一般认为: 液滴尺度分布函数只适用于靠聚合长大的液滴。这一解释为 Glicksman 和 Hunt 的计算机模拟所证实^[9]。Rose 和 Graham 曾试图用序列事件(sequence events)模型描述这一机理并发展了一个修正的分布函数^[10], 其近似形式与 (1) 式相同且分布指数 n 的取值为 0.382。Le Fevre 教授进而提出了一个猜想: 液滴尺度分布实际上是一个几何问题^[8]。

珠状凝结实际上是一种瞬态过程。在这一过程中, 过热蒸汽首先在冷壁上形成初始液滴, 然后由于液滴之间的聚合而形成宏观液滴。这一瞬态过程具有自相似的特点, 也就是说, 在任意瞬时形成的液滴的尺度分布是相似的。我们无法区分在不同瞬时或按不同放大比例摄制的

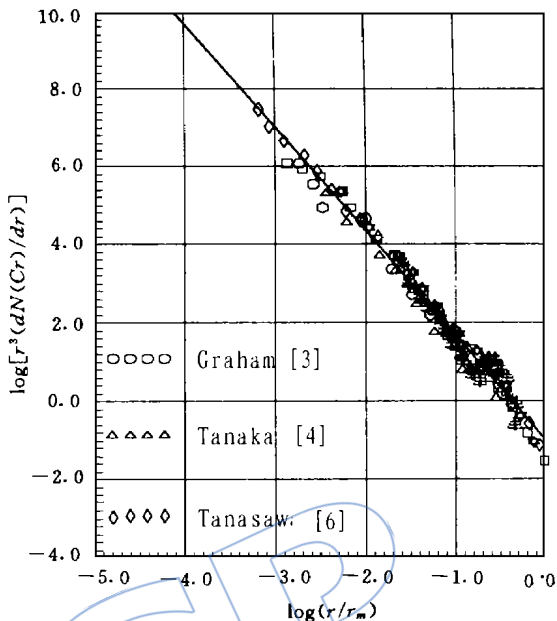


图 1 液滴尺度分布的实验结果

珠状凝结照片,但我们可以适当放大一张局部照片来生成一张全景照片。局部与全体相似又称为自相似,而自相似是分形的最主要特征之一。珠状凝结具有自相似的特点说明它实际上是一种分形生长过程,在这一过程中,液滴的无量纲尺度分布保持不变。已经发现许多生长过程具有分形的特点,如粘性指进和溅射等。

指出珠状凝结实际上是分形生长过程之后,我们可以根据随机分形模型推导出液滴的无量纲尺度分布规律(即(3)式),并应用重整化方法确定分布指数。这样就赋予这一尺度分布以确定的物理意义,这对理解珠状凝结换热的机制是至关重要的。

3 分形模型和分形分布

3.1 随机分形模型

构造随机分形模型的方法如下:从单位边长的正方形开始,将其划分为 $m \times m$ 等份。从中

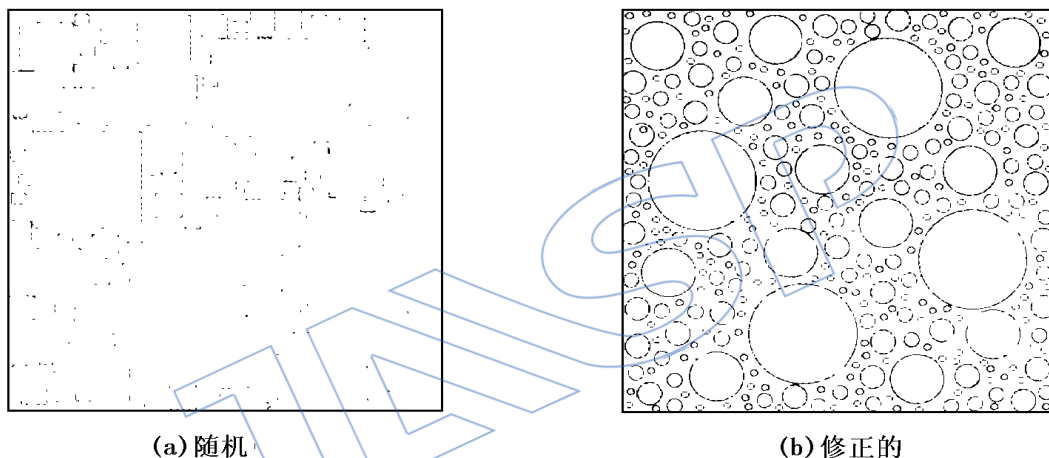


图 2 随机分形模型

随机选出 $P \times m^2$ 个小正方形中作为第一代元胞,这里 P 为小于 1 的数。为了生成第二代元胞,把长度尺度减小为 $1/2 m$,则有 $2m \times 2m$ 个边长为 $1/2 m$ 小正方形,从这些小正方形中随机选出一些作为第二代元胞,并使其有效面积比为 P ,这里有效面积比定义为每代元胞所覆盖的面积与未被以前各代元胞覆盖面积的比。重复以上过程即可构造由尺度越来越小的元胞组成的集合,称之为随机分形模型,如图 2(a) 所示。可以直观地看到,如果用内切圆代替小正方形,则可以得到十分逼真的珠状凝结图象,如图 2(b) 所示。一般地,第 k 代元胞的总面积为:

$$N_k A_k = \left(1 - \sum_{i=1}^{k-1} N_i A_i \right) \cdot P \quad (7)$$

这里 N_k 和 A_k 分别为第 k 代元胞的数目和面积。从(7)式可以得到连续两代元胞的关系:

$$N_k A_k = (1 - P) \cdot N_{k-1} A_{k-1} \quad (8)$$

第 k 代元胞的数目可以由该代元胞的尺度表示为:

$$N_k = N_1 Z_1^2 (1 - P)^{k-1} Z_k^{-2} = P (1 - P)^{k-1} Z_k^{-2} \quad (9)$$

注意到 $k-1 = \frac{\log(Z_k/Z_1)}{\log 2}$, $\Delta N_k = N_k - N_{k-1} = N_k$, $\Delta Z_k = Z_k - Z_{k-1} = -Z_k$ 和 $\frac{dN_k}{dz_k} = \lim_{\Delta z_k \rightarrow 0} \frac{\Delta N_k}{\Delta Z_k}$ 等关系,我们得到元胞的尺度分布:

$$\log \left[Z_k^3 \frac{dN_k}{dZ_k} \right] = - \left[3 + \frac{\log(1-P)}{\log 2} \right] \log \frac{Z_k}{Z_1} + \log P \quad (10)$$

这里 $\Delta N_k = \sum_{i=1}^k N_i$ 。比较(3)式和(10)式, 我们得到分布指数的表达式:

$$n = - [\log(1-P) / \log 2] \quad (11)$$

确定有效覆盖面积 P 之后即可求出分布指数 n 。这里我们指出, 相邻两代元胞的尺度比实际上可以为任意常数 γ 而不一定是 2。这样, (10) 式和(11) 式对应地变为:

$$\log \left[Z_k^3 \frac{dN_k}{dZ_k} \right] = - \left[3 + \frac{\log(1-P)}{\log \gamma} \right] \log \frac{Z_k}{Z_1} + \log \frac{P}{\gamma - 1} \quad (12)$$

$$\text{和:} \quad n = - [\log(1-P) / \log \gamma] \quad (13)$$

这里 γ 为相邻两代元胞的尺度比。下面我们将应用重整化方法确定有效覆盖面积 P 。

3.2 重整化

较大的液滴是由较小的液滴聚合而成的这一事实提示我们, 可以用重整化方法求出有效面积比 P 的值。如图 3 所示, 注意到 P 实际上是液滴占据格点的概率, 可以按以下规则构造重整化函数, 即在 4 个相邻格点上, 除了只有一个液滴和两个对角相邻液滴的情况, 其它情况下均发生聚合。这样, 在尺度加倍的格点系统上发现液滴的概率为:

$$P' = P^4 + 4P^3(1-P) + 4P^2(1-P)^2 \quad (14)$$

为了保证聚合过程在更大的尺度上进行, 应该有 $P' = P$, 也就是说 P 是以下方程的不动点:

$$P = P^4 + 4P^3(1-P) + 4P^2(1-P)^2 \quad (15)$$

方程(15)的 4 个根为: $P_1 = (-3 - \sqrt{21})/6$, $P_2 = 0$, $P_3 = (-3 + \sqrt{21})/6$, $P_4 = 1$ 。上述 4 个解中只有 P_3 满足条件 $0 \leq P \leq 1$ 。引入修正因子 $\pi/4$ 以计入用内切圆代替正方形引起误差, 这样可以根据(7)式求出分布指数:

$$n = - [\log(1 - P\pi/4)] / \log 2 = 0.3349 \quad (16)$$

这一数值十分接近于实验结果, 即 $1/3$ 。

4 讨论和结论

前述分析建立在两个假设上, 即: (1) 每一代元胞的有效面积覆盖率 P 为常数, 和(2) 大液滴由小液滴聚合而成。假设(1) 曾经为 Rose 和 Glicksman 所采用^[10], 而假设(2) 已为珠状凝结实验所证实^[6]。应该指出的是, 在 Rose 和 Glicksman 的分析中, 用计算机模拟方法确定了有效覆盖面积 P 的数值在 0.5~0.6 之间, 对应于 P 为 0.50, 0.55 和 0.60 的尺度比 γ 分别为 4.4643, 5.2910 和 6.3291。将上述数值代入(16)式, 可求出对应的分布指数为 0.3334, 0.3395 和 0.3454, 这些数值与实验结果和上述用重整化方法得到的结果均很接近。此外, 可以注意到(3)式最后一项为 -0.9743, 而用 Rose 和 Glicksman 的上述数据并根据(12)式求出的对应数值分别为 -0.9458, -0.9973 和 -1.0536, 两者吻合程度很好。

根据本文的研究可以得到以下结论:

(1) 珠状凝结实际上是一种典型的分形生长过程, 液滴的尺度分布为分形分布。

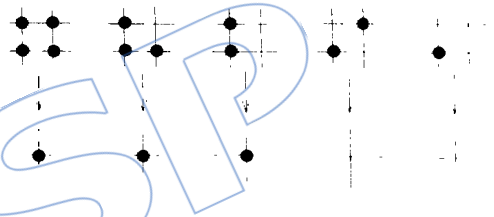


图 3 重整化示意图

(2) 由随机分形模型可以推导出珠状凝结液滴的尺度分布,用重整化方法可以确定分布指数。

(3) 本文结果与计算机模拟和实验结果相符。

参 考 文 献

- 1 施明恒,甘永平,马重芳.沸腾与凝结.北京:高等教育出版社,1992: 303
- 2 Lefevre E J, Rose J W. A Theory of Heat Transfer by Dropwise Condensation 见: Proceedings of the Third International Heat Transfer Conference. International Heat Transfer Conference, Chicago: 1966, Washington D C: Hemisphere, 1966, 2: 362- 365
- 3 Graham C, Griffith P. Drop Sizes Distribution and Heat Transfer in Dropwise Condensation. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1973, 16: 337
- 4 Tanka H. Measurements of Drop Size Distribution During Transient Dropwise Condensation. Journal of Heat Transfer, 1975, 97: 341
- 5 Tanka H, Hatamiya S. Drop- Size Distributions and Heat Transfer in Dropwise Condensation- Condensation Coefficient of Water at Low Pressure. 见: Tien C L (eds), Proceedings of the Eighth International Heat Transfer Conference, International Heat Transfer Conference, San Francisco, California, 1986, Washington D C: Hemisphere, 1986, 2: 362- 375
- 6 Tanasawa I, Ochiai J. Experimental Study on Dropwise Condensation. Bulletin of Japan Society of Mechanical Engineers 1972, 16: 1184
- 7 Rose J W. Dropwise Condensation Theory. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1981, 24: 191
- 8 Tanasawa I. Dropwise Condensation- the Way to Practical Application 见: Proceedings of sixth International Heat Transfer Conference. International Heat Transfer Conference, Toronto, 1978, Washington D C: Hemisphere, 1978, 6: 393- 405
- 9 Glicksman L R, Hunt A W. Numerical Simulation of Dropwise Condensation. International Journal of Heat and Mass Transfer. 1972; 15: 2251
- 10 Rose J W, Glicksman L R. Dropwise Condensation- The Distribution of Sizes. International Journal of Heat and Mass Transfer. 1973, 16: 411

(责任编辑 杨再荣)

lized for discretization, SIMPLER algorithm is applied to pressure– velocity coupling, and the cell– face velocity interpolation method is employed for overcoming the pressure oscillations associated with the nonstaggered grid system. A visualization computing software is developed and applied to prediction of the heat convection in the cooling passage of low heat rejection engine.

Key Words Curvilinear coordinates Convective heat transfer Numerical simulation

DROPWISE CONDENSATION AS A TYPICAL FRACTAL GROWTH PROCESS

Yang Chunxin, Wang Ligang, Yuan Xiugan, Ma Chongfang

(5th Dept. *Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing* 100083)

ABSTRACT The dropwise condensation is a typical fractal growth process, according to the experimental data and conclusions published in last 30 years. The drop size distribution in dropwise condensation is deduced, based on the random fractal model. The fractal dimension index in the size distribution is determined with renormalization method. The analytical results are in good agreement with experimental data.

Key Words Dropwise condensation Drop Characteristic dimensions
Random distribution

A STUDY ON AVERAGED HEAT TRANSFER CHARACTERISTICS OF A ROTATING CAVITY WITH PRESWIRLING INFLOW

Ding Shuiting, Tao zhi, Xu Guoqiang, Yuan Yixiang, Qiu Xuguang

(4th Dept. *Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing* 100083)

ABSTRACT A turbine cooling configuration of an aeroengine was simplified to a rotating cavity with a tangential preswirling fringe guide vane and a radial outlet. The influences of rotating Reynold number, cooling air Reynold number and Grashoff number on the averaged heat transfer characteristics were experimentally investigated. The experiment indicated that the flow pattern in the rotating cavity is mainly controlled by Rossby number. The averaged heat transfer coefficient on the main disk increases with the increase of cooling air Reynold number and Grashoff number, the increase of rotating Reynold number decreases the heat transfer coefficient at some regions of the Rossby number and causes it to increase at others. Two experimental correlations for different regions of Rossby number, are established for the averaged heat transfer coefficient on the main surface.

Key Words Swirling Discs Heat transfer