

扩压器内跨音速湍流的数值模拟*

北京航空航天大学 韩振学** 方 韧 钟子兵

摘要 采用 Johnson-King 非平衡代数雷诺应力湍流模型(J-K 模型)和 Baldwin-Lomax 零方程湍流模型(B-L 模型),数值模拟较强激波/边界层相互作用时扩压器内的分离流动。计算结果与实验值进行了比较,表明 J-K 模型比 B-L 代数湍流模型可较好地计算出分离流动的再附点位置,并且可更好地计算出激波强度和沿流程的压力分布,仅增加很少的计算量,并更易推广应用于三维湍流问题的数值模拟。

主题词: 激波边界层干扰 数值计算 湍流

分类号: O242 O357.5

1 前 言

对于跨音速流动,当激波/边界层相互作用强烈时,由于其流动的椭圆性,要准确模拟表面压力分布是相当困难的。一般说来,在有分离的情况,两方程模型比零方程模型计算结果会好一些,分离区内的平均速度图以及下游的再附着情况与实验值吻合得较好。在有大量分离的跨音速情况下,表面压力的模拟效果就不能另人满意。在没有分离的情况下,文献[1]认为由两方程模型得到的结果比零方程模型得到的结果差。因为两方程模型需要多解两个偏微分方程,这就大大的增加了数值计算的复杂性和计算时间^[2]。J-K^[3]模型完全不同于两方程模型,它是一种适用于某些流动范围的而不是通用的湍流模型。零方程模型假设湍流切应力只依赖于当地平均流动的性质;两方程模型要尽量去预测湍流动能和耗散率在整个粘性层里的生成、耗散和扩散。对于快速变化的流动,恰当地考虑运输的影响是必要的,扩散的影响只起次要的作用。为了考虑运输和扩散对雷诺切应力发展的影响,Johnson-King 提出一个常微分方程来描述沿最大切应力方向上最大的雷诺切应力的变化。常微分方程是从湍流动能方程推导出来的,由它得到最大切应力,涡粘性分布是依赖于与最大切应力相关的函数。

本文采用 Van-Leer 矢通量分裂有限体积格式,数值模拟扩压器内跨音湍流流动。分别采用 J-K 非平衡湍流模型和 B-L 零方程模型计算较强激波/边界层相互作用时扩压器内的分离流动,并将计算结果与实验值进行了比较。

2 计算格式

用有限体积法对雷诺平均 Navier-Stokes 方程离散后得到:

$$\frac{\partial}{\partial t} U_{i,j}^* Vol_{i,j} = RH S_{i,j}, \quad RH S_{i,j} = \sum_{k=1}^4 [(R - F)\vec{i} + (S - G)\vec{j}]_k \cdot \Delta \vec{s}_k \quad (1)$$

其中 U 为守恒变量, F 和 G 为无粘通量, R 和 S 为粘性项通量. k 表示控制单元 (i, j) 边界上的值, $\Delta \vec{s}$ 表示边的长度, 方向指向边界的外法向, 其单位法向量为: $sx\vec{i} + sy\vec{j}$. Vol_{ij} 表示控制单元 (i, j) 面积. 单元界面上的无粘通量 $\hat{F} = (F\vec{i} + G\vec{j}) \cdot (sx\vec{i} + sy\vec{j})$ 由 Van-Leer 矢通量方法给出^[4], 粘性通量采用有限体积方法计算. 单元界面上的流场参数采用三阶 MUSCL 插值公式由单元中心值得到. 采用 Beam-Warming^[5] 隐式 AF 时间推进格式求解方程 (1), 计算流场的定常解.

3 湍流模型

采用两种湍流模型, 一是 B-L 代数模型^[6], 二是 J-K 代数雷诺应力模型^[3, 7]. B-L 代数模型以涡粘性假说为基础, 属于局部平衡型模型. 在分离流动的情况下, 湍流动能的平衡假设一般是不正确的. 为了更好的确定湍流流动, 就必需考虑湍流动能的平流和扩散. 和其它零方程模型一样, J-K 模型假定靠近壁面内层的涡粘性分布, 可以准确地用平衡的代数关系来描述. 和其它零方程模型不同之处在于, J-K 模型外层涡粘性采用平衡分布乘以一个非平衡系数的做法考虑湍流发展历史的影响, 非平衡系数由在边界层内最大切应力的简化输运方程 (常微分方程) 来确定. 因此, J-K 模型属于非平衡的湍流模型, 但其计算量相对于两方程模型大大降低, 与一般的零方程相比增加了一个求解常微分方程的计算量.

首先, 用一个湍流参考量代表边界层内的最大的湍流切应力:

$$g_m = (\omega \mu_t / \rho)_m \quad (2)$$

下标 m 表示 g 在横跨边界层中取得最大值. 设湍流涡粘性有这样的函数关系:

$$\mu_t = \mu_{to} [1 - \exp(-\mu_{ti} / \mu_{to})] \quad (3)$$

内层涡粘性由下式给出:

$$\mu_{ti} = \rho D^2 k y g_m^{0.5} \quad (4)$$

$$D = 1 - \exp[-\gamma \rho_w \max(\rho_w g_w, \tau_w) / (A^+ \mu_w)] \quad (5)$$

式中 $A^+ = 17$. 在外边界, 原来的 Johnson 和 King 湍流模型采用 Cebeci-Smith 的外层涡粘模型, 用边界层边界的流动速度和位移厚度来定义外层的涡粘性, 但是在很多情况下, 特别是在三维流动情况下, 位移厚度不易确定. 本文采用 B-L 的外层关系来确定外层的涡粘性:

$$\mu_w = \sigma(x) 1.6 \times 0.0618 \rho F_{wake} \mathcal{Y} \quad (6)$$

$$\text{其中: } F_{wake} = \min(y_{\max} F_{\max}, y_{\max} U_{dif}^2 / F_{\max}) \quad , \quad F = D \omega y \quad (7)$$

下标 $\max$ 代表在取得最大值位置. 间歇因子 $\mathcal{Y} = [1 + 5.5(y/\delta)^6]^{-1}$. δ 为边界层厚度, 在文献 [8] 中指出, $\delta = 1.9 y_{\max}$. 对壁面边界层来讲把这个关系用到模型中是一个很好的近似.

假设 g 是与湍流动能成比例的量, 则沿主流方向 g_m 的分布由常微分方程给出:

$$g_m^{0.5} = g_{eq, m}^{0.5} - (L_m \mu_t / a_1 g_m) (dg_m / dx) - (L_m / g_m) \tilde{D}_m$$

下标 eq, m 表示在 g_m 位置的平衡值, $g_{eq, m}$ 由方程 (3) ~ (7) 确定, 其中 $\sigma(x) = 1.0$, 因此方程 (4) 中的 g_m 由 $g_{eq, m}$ 代替. 长度尺度 L_m 由下式给出: 当 $y_m / \delta \leq 0.225$ 时, $L_m = 0.4 y_m$; 当 $y_m / \delta > 0.225$ 时, $L_m = 0.09 \delta$.

$$\tilde{D}_m = \frac{a_2 g_m^{3/2} [1 - \sigma(x)^{0.5}]}{a_1 \delta [0.7 - y_m / \delta]}$$

其中 $a_1 = 0.25$, $a_2 = 0.5$. 将上式进行变量替换, $\hat{g} = g^{-0.5}$, $\hat{g}_{eq} = g_{eq}^{-0.5}$ 得到;

$$\frac{2 L_m \mu_t}{a_1} \frac{dg_m}{dx} = 1 - \frac{g_m}{g_{eq, m}} \frac{L_m a_2}{a_1 \delta} [1 - \sigma(x)^{0.5}] \quad (8)$$

方程中的未知量 $\sigma(x)$ 的分布, 由方程 (2) 求出的 g_{m1} 和 $(\omega \rho)_m$ 以及方程 (8) 求出的 g_{m2} 相等来确定。最终, 涡粘性 $\tilde{\mu}|_m$ 由下列迭代关系式计算:

$$\tilde{\mu}|_m^{n+1} = \mu_{to}|_m^a (\tilde{\mu}|_m / \mu_{to}|_m) \quad , \quad \mu|_m^{n+1} = \mu_{to}|_m^{n+1} [1 - \exp(-\mu_{to}|_m / \mu|_m^{n+1})]$$

迭代两次 $n=1, 2$ 。上标代表迭代次数。

4 算例及结果分析

以文献 [9] 提供的扩压器内跨音流动问题为算例, 考察 B-L 代数湍流模型和 J-K 代数雷诺应力模型在计算跨音激波/边界层干扰问题时的有效性。

扩压器内计算网格的划分见图 1, 网格点数为 101×71 。流场计算时, 在固体壁面采用无滑移边界条件, 压力和密度由一阶外插; 在出口边界上给定反压, 其余各量外插; 在进口边界上给定总温 292 K、总压 135 kPa 和进气角 0° ; 速度量外推; 进口处边界层厚度上壁为 9% 进口高度, 下壁为 4.5% 进口高度。对出口压比为 0.72 时扩压器内的流动进行模拟, 此时扩压器内有较大的分离流动现象。

图 2 是采用两种湍流模型计算的有面压力分布与实验值^[9]的比较。可以看出, 在激波后, J-K 模型比 B-L 模型更接近于实验值。在激波前面, J-K 模型与 B-L 模型完全重合, 可见这两种模型在分离前的计算结果没有多少差异。

由图 3 可见, 采用 J-K 模型计算, 扩压器上壁激波位置为 2.018, 波前马赫数为 1.3568; 采用 B-L 模型, 扩压器上壁的激波位置为 1.945, 波前马赫数为 1.3448。两者都与实验值的激波位置 1.96, 波前马赫数 1.347 吻合得很好。采用 J-K 模型, 扩压器内核心区激波位置为 2.375; 采用 B-L 模型, 扩压器内核心区激波位置为 2.273; 实验中实际测得扩压器内核心区激波位置为 2.385。由此可见 J-K 模型的计算结果更靠近实验值。

由图 4 可见, B-L 模型计算所得上壁面激波后分离流动再附点的位置为 8.4, 而 J-K 模型, 上壁面分离流动再附点位置为 7.6。两种模型计算与实验值 6.0 都有较大差异, 但 J-K 模型较为好一些。



图 1 计算网格

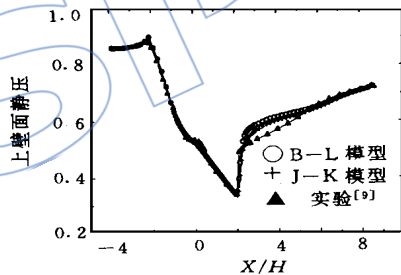
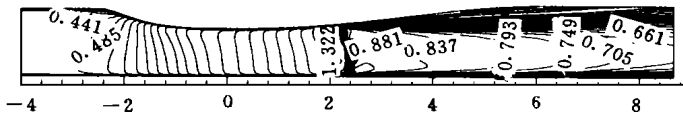
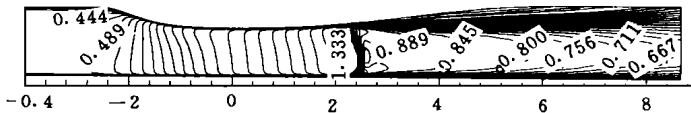


图 2 扩压器上表面压力分布



(a) B-L 模型



(b) J-K 模型

图 3 等马赫数线分布

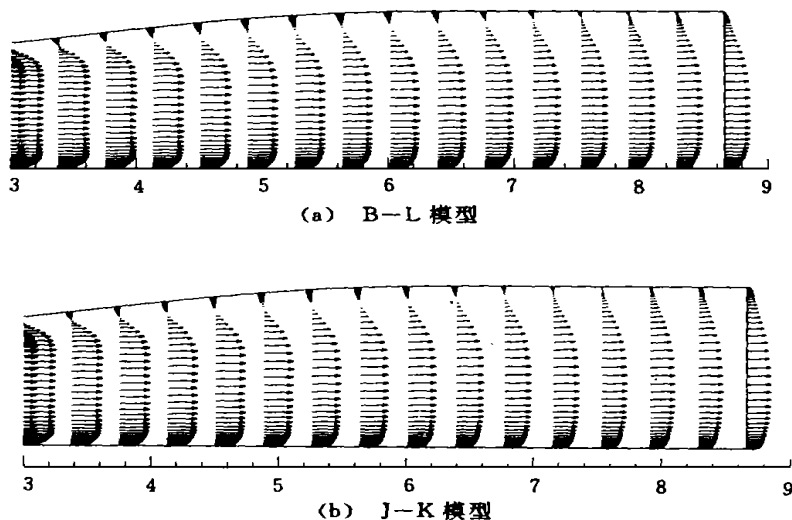


图 4 速度矢量

结束语 (1) J- K 代数雷诺应力湍流模型比 B- L 代数湍流模型可较好地计算出分离流动的再附点位置。(2) J- K 模型比 B- L 模型可更好地计算出激波强度(波前马赫数)和沿流程的压力分布。(3) J- K 模型比 B- L 模型仅增加很少的计算量, 并更易推广应用于三维湍流问题的数值模拟。

参 考 文 献

- 1 Johnson D A, Spaid F W. Supercritical Airfoil Boundary- Layer and Near- Wake Measurements. Journal of aircraft, 1983, 20: 298- 305
- 2 Horstmann C C, Johnson D A. Prediction of Transonic Separated Flows. AIAA journal, 1984, 22: 1001- 1003
- 3 Johnson D A, King L S. A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layers. AIAA journal, 1985, 23 : 1684- 1692
- 4 Anderson W K, Thomas J L, Hampton V A, Van Leer B. A Comparison of Finite Volume Flux Vector Splitting for the Euler Equations. AIAA Paper No. 85- 0122, 1985
- 5 Van Leer B. Toward the Ultimate Conservation Difference Scheme V, A Second- Order Sequel to Godunov's Method. Journal of Computational Physics, 1979, 32: 101- 135
- 6 Baldwin B S, Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for separated Turbulent Flows. AIAA Paper 787 - 257, 1978
- 7 Johnson, D. A., "Transonic Separated Flow Predictions with an Eddy- Viscosity Reynolds- stress Closure Model" A- IAA Journal, Vol. 25, Feb, 1987, pp. 252- 259
- 8 Stock H W, Haase W. The Determination of Turbulent Length Scales in Algebraic Turbulence Models for Attached and Slightly Separated Flows Using Navier- Stokes Methods. AIAA Paper 87- 1302, 1987
- 9 Boger T J, Sajben M, Kroutil J C. Characteristic Frequency and Length Scales in Transonic Diffuser Flow Oscillations" A- IAA Paper- 81- 1291, 1981

can be found out from the program.

Key Words Turbofan engines Mathematical simulation Searching method

NUMERICAL PREDICTION OF TWO- DIMENSIONAL TRANSONIC TURBULENT FLOW IN A DIFFUSER

Han Zhenxue, Fang Ren, Zhong Zhibin

(4th Dept. *Beij ing University of Aeronautics and Astronautics, Beij ing* 100083)

ABSTRACT Two- dimensional transonic flow in a diffuser is numerically investigated by solving 2D time- dependent Reynolds- averaged compressible Navier- Stokes equations. The numerical method is based on Van- Leer's flux splitting cell- centered finite volume scheme. Baldwin- Lomax algebraic turbulence model and Johnson- King non- equilibrium turbulence model are tested to simulate largely separated flow. Comparison of the computational results with corresponding experimental data shows that the predicted wall static pressure distributions and shock strength by both two turbulence models agree well with the experimental data, but Johnson- King model does better than Baldwin- Lomax model in the prediction of separation reattachment point.

Key Words Shock wave Turbulence Numerical computation

3D VISCOUS FLOW COMPUTATION WITH ARBITRARY LAGRANGIAN- EULERIAN METHOD

Zheng Qun and Liu Shunlong

(2nd Dept. *Harbin Engineering University, Harbin* 100015)

ABSTRACT Arbitrary Lagrangian- Eulerian schemes are deduced for computation of three dimensional viscous flow in rotating impeller channel. The convection effect is simulated by the pseudo- moving of grids. Viscous sub- cycle time step and Lagrangian sub- cycle time step are adopted to accelerate convergence. The upwind scheme is improved into part- donated scheme to diminish diffusion. Flowrate restriction is used to control dissipative truncation error. A short wave damp is introduced to reduce the computational corrugation. Sub- Grid- Scale(SGS) turbulent model is adopted to simulate turbulent flow. Eckardt's experimental results on centrifugal impeller have verified effectiveness of the method.

Key Words Viscous flow Three dimensional flow Numerical computation

OPTIMIZATIONAL DESIGN FOR TRANSONIC TURBINE CASCADE

Li Jun, Feng Zhenping, Chang Jianzhong, Shen Zuda

(*Institute of Turbomachinery, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049)

ABSTRACT A design method of aerodynamic optimization is presented for transonic turbine cascades. The method couples Genetic Algorithms (GAs) to a inviscid flow field Euler solver and the boundary layer calculation. The objective function of the transonic turbine cascade is the minimum of loss factor. The multinomial coefficients of blade geometry are taken as design variables. RA cascade and Beizhong cascade have been used as the exam-