

转子系统瞬态响应计算的 精细迭代积分方法*

西安交通大学 姜培林* 虞 烈

【摘要】 提出了计算转子系统瞬态响应的精细迭代积分方法。采用精细积分法计算状态转移矩阵,可以得到齐次方程的精确解;结合轴承所提供的油膜力的特点,提出一种隐式积分法,允许使用较大的步长,并对各矩阵及向量适当分块,使非线性方程组的维数大为减小。此方法无条件稳定,可以保证较高的精度与效率。

主题词: 转子 瞬态响应 积分法 迭代法
分类号: V231.9 O317

1 引 言

转子—轴承系统的非线性动力学研究近来引起了广泛的兴趣,系统瞬态响应的计算是其中一个重要环节。至今几乎所有的求解结构动力方程的积分方法都被应用于转子系统瞬态响应的计算中,如 Wilson- θ 法、Newmark- β 法、Euler 法、Houbolt 法以及 Runge-Kutta 法等,但这些方法普遍存在计算稳定性与精度的问题。钟万勰提出了计算结构瞬态动力响应的精细积分法^[1],文献[2]曾指出这种方法无条件稳定,对于刚性方程采用精细积分法可以得到较为准确的解,因此对于齐次方程来说,其步长不受限制。精细积分法的优越性已为人们所逐渐认识。沈为平、林家浩研究了各种外载作用时的精细积分法^[3,4]。已有的有关精细积分法的应用都是求解初值齐次方程或求与时间相关的载荷下的响应。由于轴承所提供的油膜力与轴颈的运动状态有关,其中并不显含时间,因此现有的这些方法不适合于转子—轴承系统瞬态响应的计算。本文充分利用精细积分法计算精度高、稳定性好的优点,提出了一种分块迭代的方法。

2 方法描述

由滑动轴承或挤压油膜阻尼器支承的转子系统,其运动方程可以表示为如下的形式:

$$M\ddot{x} + G\dot{x} + Kx = r(t) \quad (1)$$

初值 $x(t_0) = x_0, \dot{x}(t_0) = \dot{x}_0$, 其中 $M, G, K \in R^{N \times N}$ 为质量、阻尼及刚度矩阵,一般为时不变矩阵; $x \in R^N$ 为系统的广义坐标; $r = r_t + r_n, r_t \in R^N$ 为仅与时间有关的力矢量,如不平衡力等, $r_n \in R^N(x, \dot{x})$ 为轴承提供的油膜力矢量。

根据文献[1]中提供的变换方法,将式(1)变形为:

1997 年 5 月收稿,1997 年 9 月收到修改稿。 * 本文系国家自然科学基金资助项目,编号:59493700

** 男 28 博士生 西安交通大学润滑理论及轴承研究所 710049

$$\dot{\mathbf{v}} = H\mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (2)$$

$$\text{其中: } \mathbf{v} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \mathbf{f}_t + \mathbf{f}_n, \quad \mathbf{f}_t = \begin{Bmatrix} 0, r_t \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}_n = \begin{Bmatrix} 0, r_n \end{Bmatrix}$$

$$A = -M^{-1}G/2, \quad B = M^{-1}, \quad C = -K + GM^{-1}G/4, \quad D = -GM^{-1}/2, \quad \mathbf{y} = M\dot{\mathbf{x}} + G\mathbf{x}/2$$

式(2)的解具有如下的形式:

$$\mathbf{v}(t) = T(\tau)\mathbf{v}_0 + \int_0^\tau T(t-s)\mathbf{f}(s)ds \quad (3)$$

$$\text{其中: } T(\tau) = \exp(\tau H), \quad \tau = t - t_0$$

精细积分法的特点在于状态转移矩阵 $T(\tau)$ 的计算上, 文献[1]中提出了一种 2^w 算法来计算 $T(\tau)$, 它将时间分成 2^w 等份, 即 $\Delta t = \tau/2^w$, 对 $\exp(\Delta t H)$ 进行泰勒级数展开, 而 $\exp(H\tau)$ 的计算则利用指数矩阵的特点对 $\exp(\Delta t H)$ 进行 2^w 次自乘得到。它引起的截尾与一般的计算机的截断误差处于同一数量级上, 因此得到的 $T(\tau)$ 可以认为是精确解。

对于转子系统来说, 极有可能存在刚性位移(如对称转子), 因此 H^{-1} 不存在, 此时不可以由文献[1]中给出的解析式来计算 $\mathbf{v}_k$ 。本文作如下的处理。

由于油膜力与轴颈的位移与速度有关, 而二者都是待求量, 因此必须引入必要的假设。本文设 f 在区间 $[t_{k-1}, t_k]$ 上呈线性变化, 即 $f(t) = f_{nk-1} + (f_{nk} - f_{nk-1})(t - t_{k-1})/\tau$, 由式(3)有:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_k &= T(t_k - t_{k-1})\mathbf{v}_{k-1} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} T(t_k - s)[f_{nk-1} + (f_{nk} - f_{nk-1})(t - t_{k-1})/\tau]ds \\ &\quad + \int_{t_{k-1}}^{t_k} T(t_k - s)f_t(s)ds \\ &= T\mathbf{v}_{k-1} + Ff_{nk-1} + Sf_{nk} + b_k = b'_{k-1} + Sf_{nk} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{其中: } b'_{k-1} = T\mathbf{v}_{k-1} + Ff_{nk-1} + b_{tk}, \quad F = \int_{t_{k-1}}^{t_k} [1 - (s - t_{k-1})/\tau]T(t_k - s)ds$$

$$S = \int_{t_{k-1}}^{t_k} (t_k - s)/\tau T(t_k - s)ds, \quad b_{tk} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} T(t_k - s)f_t(s)ds$$

上式中各积分采用高斯型数值积分计算, 因此可以避免因 H 阵奇异带来的困难。 $T(t_j)$ 的计算仍采用 2^w 算法。一般 $t_k - t_{k-1}$ 为常数, 则 F, S 及 T 为常数, 只需在开始时计算一次。由于 f_{nk} 与 $\mathbf{v}_k$ 有关, 式(4)为隐式, 因此必须迭代求解 $\mathbf{v}_k$ 与 f_{nk} , 对于大型转子—轴承系统来说, 由于转子分段数多, 自由度较大, 因此表示的非线性方程组的维数是很高的。

实际上, 轴承的油膜力仅作用于很少的几个位置上, 仅与该处的运动状态有关, 式(4)中的线性自由度远多于非线性自由度, 因此将式(4)中的各矩阵及向量写成分块形式:

$$\mathbf{V} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}' & A_{12}' \\ A_{21}' & A_{22}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{f}_n = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_{n2} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}' = \begin{Bmatrix} b_1' \\ b_2' \end{Bmatrix}$$

$$\text{其中: } x_1' = \begin{Bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_1 \end{Bmatrix}, \quad x_2' = \begin{Bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ x_2 \end{Bmatrix}, \quad x_1' \in R^{N_2} \text{ 表示仅与轴承力有关的坐标, } x_1' \in R^{N_1} \text{ 表示其它坐标。}$$

$$A_{11}' = \begin{bmatrix} I & 0 \\ G_{11}/2 & M_{11} \end{bmatrix}, \quad A_{12}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G_{12}/2 & M_{12} \end{bmatrix}, \quad A_{21}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G_{21}/2 & M_{21} \end{bmatrix}, \quad A_{22}' = \begin{bmatrix} I & 0 \\ G_{22}/2 & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$\text{因此, 有: } \begin{bmatrix} A_{11}' & A_{12}' \\ A_{21}' & A_{22}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{Bmatrix}_k = \begin{Bmatrix} b_1' \\ b_2' \end{Bmatrix}_{k-1} + \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ f_{n2} \end{Bmatrix}_k \quad (5)$$

$$(A_{22}' - A_{21}'A_{11}'^{-1}A_{12}')x_{2k}' = b_{2k-1}' + S_{22}f_{n2k} - A_{21}'A_{11}'^{-1}(b_{k-1}' + S_{12}f_{n2k}) \quad (6)$$

这是一低维的非线性方程组, 采用迭代方法求解时, 每一次迭代中, 只需重新计算 f_{n2k} 与 $\dot{x}_{2k}$, 因此可以大幅度地减小计算量, 尤其对于转子单元较多时。由式(10)可以得到 $\dot{x}_{1k}$

$$\dot{x}_{1k} = A_{11}^{-1}(b_{1k-1} + S_{12}f_{n2k} - A_{12}\dot{x}_{12}) \quad (7)$$

3 算 例

采用图 1 所示单圆盘对称转子的瞬态响应。用有限元法对转子进行离散建立系统的运动方程, 方程中包含转子转角自由度, 共有 6 个离散节点。轴承提供的油膜力采用文献[5]中提供的动态油膜力数据库方法获得。计算时采用如下的参数: 转子 $D=4600$ mm, $d=400$ mm, $l=200$ mm, $t=200$ mm, $L=2600$ mm; 轴承长径比 $l/d=0.5$, 径向间隙 $C=0.4$ mm, 轴承有均匀分布的 3 块固定瓦。瓦张角 $\varphi=100^\circ$, 铅垂线通过第一瓦的中点; 物性参数为: 转子的密度 $\rho=7750$ kg/m³, 弹性模量 $E=2.1 \times 10^{11}$ Pa, 润滑油的动力粘度 $\mu=0.015$ Pa·s; 轴的转速 $\omega=3000$ r/min。

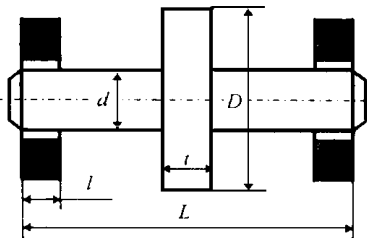


图 1 转子-轴承系统示意图

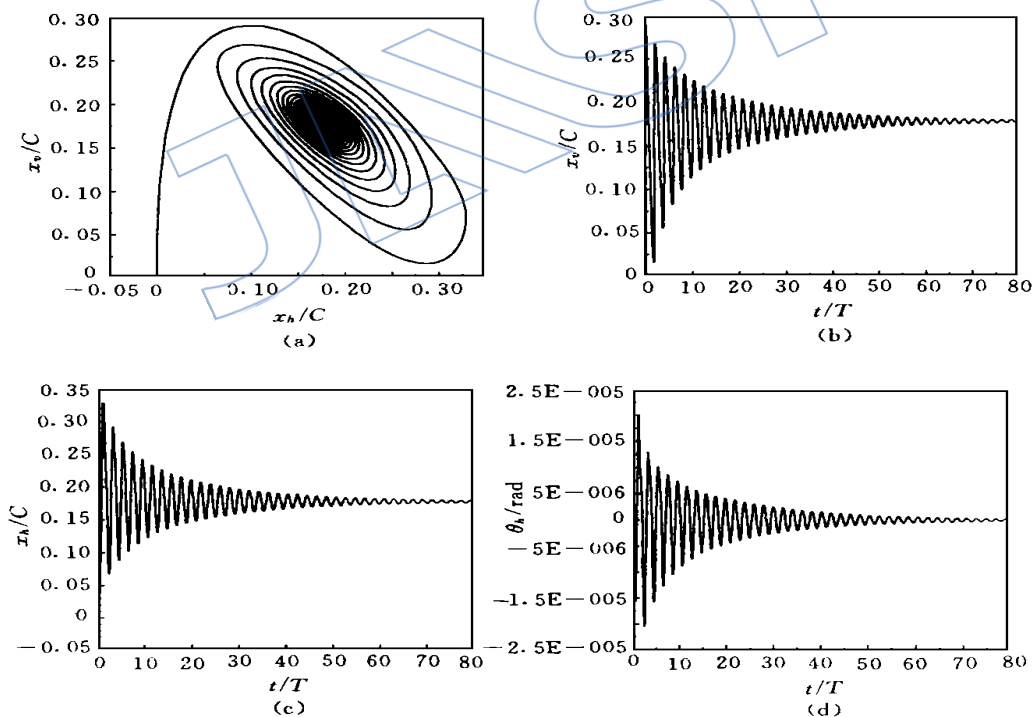


图 2 $t=T/100$ 时转子系统的瞬态响应 (a) 左轴承的轴心轨迹 (b) 左轴承轴心垂直位移的时间历程 (c) 左轴承轴心水平位移的时间历程 (d) 左轴承处轴颈水平平面内的转角的时间历程

转子由轴承的中心处自由释放, 图 2 为系统的响应。由图可知, 转子的轴心轨迹及轴的转

角很快收敛到其静态平衡位置上。从图 3 可以看出:即使采用较大的步长, 计算结果也比较可靠。同时与不分块的计算相比, 分块以后计算速度提高了近 10 倍。

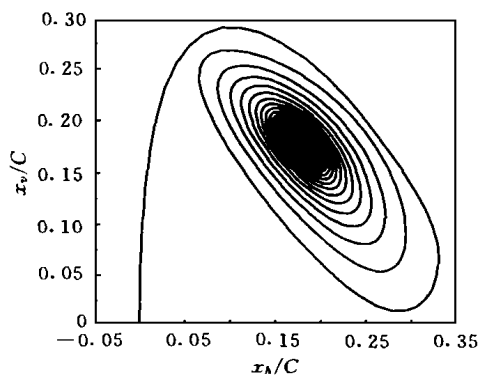


图 3 $\tau = T/50$ 时左轴承的轴心轨迹

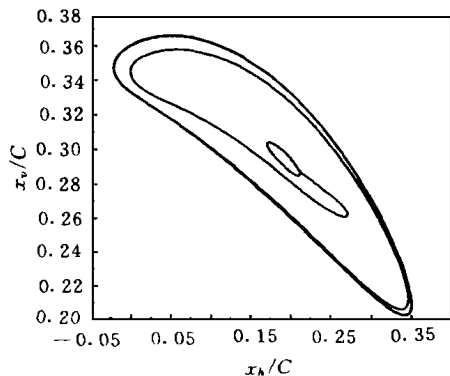


图 4 突加不平衡量时左轴承的轴心轨迹

工程中常发生一种由叶片断裂等引起的突加不平衡量的故障。本文采用精细积分法对突加不平衡量时机组的响应进行了模拟。开始时 圆盘处有偏心距为 0.04 mm 的不平衡量, 突加以偏心距为 0.4 mm 的不平衡量, 左轴承的轴心轨迹如图 4 所示。此时机组的转速为 1000 r/min, 积分步长为 $T/500$ 。即使采用较大的积分步长, 也可以得到较为稳定的解。

4 结 论

(1) 本文采用数值积分法计算状态转移矩阵, 可以避免因刚体位移的存在而无法计算 H^{-1} 的困难。(2) 由于采用隐式, 可以在较大的积分步长下保持较好的数值稳定性。(3) 采取分块的方法将非线性代数方程组分成两部分: 一部分为需迭代求解的非线性方程组, 它的维数仅与轴承运动自由度数有关; 另一部分为线性代数方程组, 其维数虽然有时很高, 但不需要迭代求解。对于大型转子系统来说, 支承所占的自由度仅占很少的一部分, 所以这种分块方法的优越性更显著。可以说本方法在计算稳定性、计算精度以及效率各方面都比其它方法优越。这种方法可以应用于外载荷与运动状态有关而不显含时间的非线性动力方程求解。

参 考 文 献

- 1 Zhong W X, Williams F W. A Precise Time Step Integration Method. Proc. IMechE, 1994, 208(C6): 427- 430
- 2 Lin J H, Shen W P, Williams F W. A High Precision Direct Integration Scheme for Structures Subject to Transient Dynamic Loading. Computers and Structures, 1995, 56(1): 113- 120
- 3 Shen W P, Lin J H, Williams F W. Parallel Computing for the High Precision Direct Integration Method. Comput. Methods Appl. Mech. Engg., 1995, 126: 315- 331
- 4 沈为平, 宋华茂. 任意荷载下结构动力响应的并行算法. 振动工程学报, 1996, 9(4): 333- 340
- 5 Wang Wen, Zhang Zhiming. Calculation of Journal Dynamic Locus Aided by Database of Non- Stationary Oil Film Force of Single Bush Segment. Asia- Pacific Vibration Conference 93, Japan: 365- 369

NONSYNCHRONOUS MOTION AND JUMP PHENOMENON OF ROTOR– FLUID FILM BEARING SYSTEM WITH SQUEEZE FILM DAMPER

Zhang Jiazhong, Xu Qingyu, Zheng Tiesheng

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

ABSTRACT

The dynamical behaviors of a flexible rotor– fluid film bearing system with squeeze film damper are investigated. Owing to the nonlinearity of the film forces, there are many complex phenomena in the system, such as: jump, nonsynchronous motion etc. As the parameters are varied, the system can undergo a series of bifurcations. It is found that the secondary Hopf bifurcation, a series of period– doubling bifurcation and the saddle – node bifurcation result in quasi– periodic motion, subharmonic adoption motion and jump phenomenon respectively. The results of this study show that the introduction of squeeze film dampers in this system may lead to undesirable nonsynchronous vibrations.

Key Words Bearings Rotors Nonlinear Systems Stability

AN ITERATIVE PRECISE INTEGRATION METHOD FOR CALCULATION OF TRANSIENT RESPONSE IN ROTOR– BEARING SYSTEM

Jiang Peilin and Yu Lie

(2nd Dept. Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710072)

ABSTRACT

An iterative precise integration method is proposed to calculate the transient response of rotor– bearing systems. The state transfer matrices are calculated with the precise integration method and the precise solutions of homogeneous equations can be obtained. Therefore an implicit integration procedure is given in the light of the characteristics of oil film forces. The matrices and vectors are partitioned and the dimension of the nonlinear equations is reduced greatly. The integration method presented is unconditionally stable and can assure high precision and efficiency.

Key Words Rotor Transient response Iteration methods Integration methods

VIBRATION FEATURES FROM RUBBING BETWEEN ROTOR AND CASING FOR A DUAL– SHAFT AEROENGINE

Yan Litang and Wang Deyou

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT

The vibration features from rubbing between rotor and casing for single– shaft gas turbine engine are well known and have been studied by many researchers. The dual– shaft engine has two shafts with different frequencies in the engine system. An improved model and calculation method are provided, based on the mathematical models derived