

粘性三维流动计算的任意 拉格朗日—欧拉法

哈尔滨工程大学 郑 群** 刘顺隆 吴 猛

【摘要】 推导了旋转叶轮内流三维粘性流动计算的ALE格式。以网格的虚拟运动计算对流作用; 采用粘性子循环时步、拉格朗日子循环时步加速收敛; 改进上风格式为部分施主单元格式来减小扩散同时实现良好的计算性能; 由通量限制控制耗散截断误差; 计算中引入短波长阻尼以消除不规则性; 以亚网格(SGS)湍流模式模拟湍流运动。

主题词: 叶轮机械 三维流动 粘性流动 数值计算

分类号: O 241

1 引言

按照流体流动的输运过程构造计算格式是任意拉格朗日—欧拉(ALE)法的基本思想^[1]。本文对于旋转叶轮内三维粘性流动的基本方程构造了数值计算的三阶段ALE计算格式。其物理概念准确, 思路清晰, 格式简单。采用亚网格尺度模型(SGS)模拟湍流。在计算技术上, 为了显格式加速收敛, 对粘性耗散项采用子循环时步 Δt_{vs} 来满足动量方程中粘性应力显式计算的数值稳定性要求。在拉格朗日子循环计算中, 即与声波有关项的计算, 包括动量方程中的压力梯度和连续方程及能量方程中的各扩散项的计算, 也采用阶段子循环时步 δt 。这样, 可以使循环主时步不受这两者的限制, 而加速收敛。对于耗散截断误差, 通过通量限制来控制。可以起到差分方法中的TVD格式同样的作用。改进上风格式为部分施主单元格式, 减小了数值扩散, 同时保持计算稳定。在数值方法中引入附加的短波长数值阻尼, 减小或消除可能的不规则性。采用湍流壁面定理处理固壁边界条件。

2 控制方程及ALE离散格式

对旋转叶轮内流基本方程按大涡模拟思想进行处理。然后将这些方程及其亚网格湍动能方程在空间解域所划分的常规单元和动量单元上积分, 可以得到控制方程。将空间解域划分为任意六面体网格单元, 称为常规单元及以常规单元中心为节点组成动量单元。

将每一时间步划分成以下三阶段计算格式:

(1) 阶段A—拉格朗日计算

在本阶段中计算除压力项和对流项以外的其它各项。在计算中, 各参数的调整更新均按通常的拉格朗日方法处理, 唯一的例外是网格保持不动。这相当于把原来位于某一网格单元中的那部分流体视为独立系统, 跟踪考察它在本时间步中与周围流体单元的质量、动量和能量交

换。而它与网格之相对运动所引起的对流变化暂不考虑。

$$\begin{aligned} \rho_{ijk}^A &= \rho_{ijk}^n \\ (M^n C_V^n)_{ijk} \frac{T_{ijk}^A - T_{ijk}^n}{\Delta t} &= V_{ijk}^n \frac{\Delta t_{vs}}{\Delta t} \sum_{j=1}^{N_{vs}} (\sigma^y : \nabla \vec{U}^y)_{ijk} + \sum_{\alpha} \left[\left(\frac{\mu C_p}{Pr} + \frac{\mu C_p}{Pr t} \right) \nabla T \cdot \vec{A} \right]_{\alpha}^n \\ &\quad + \sum_{\beta} \left[\left(\frac{\mu C_p}{Pr} + \frac{\mu C_p}{Pr t} \right) \nabla T^A \cdot \vec{A} \right]_{\beta}^n \end{aligned}$$

式中 Δt_{vs} 是粘性耗散子循环计算时步, 它与主时步的关系为 $\Delta t_{vs} = \Delta t / N_{vs}$ (N_{vs} 是子循环数)。时步 Δt_{vs} 的选择要满足动量方程中粘性应力项显式计算的数值稳定性。单元 (i, j, k) 的左、右、上、下表面用下标 α 表示, 前、后表面用下标 β 表示。

$$\begin{aligned} P_{ijk}^A &= R(T\rho)_{ijk}^A \\ M_{ijk}^n \frac{\bar{q}_{ijk} - q_{ijk}^n}{\Delta t} &= \sum_{\alpha} [(\mu + \mu_t) \nabla q \cdot \vec{A}]_{\alpha}^n + \sum_{\beta} [(\mu + \mu_t) \nabla \bar{q}^{(y)} \cdot \vec{A}]_{\beta}^n \\ \bar{q}_{ijk}^{y+1} &= \bar{q}_{ijk}^y + \frac{\Delta t_{vs}}{\rho_{ijk}^n} (\sigma^y : \nabla \vec{U}^y)_{ijk} - \Delta t_{vs} D L^{-1} (\bar{q}_{ijk}^y)^{1/2} \bar{q}_{ijk}^{y+1} \\ q_{ijk}^A &= \bar{q}_{ijk}^{y+1} \\ M_{ijk}^A \vec{U}_{ijk}^A - M_{ijk}^n \vec{U}_{ijk}^n &= \Delta t_{vs} \sum_{j=1}^N \sum_{m,n,l=0}^l \left[\frac{1}{4} \sigma^y \cdot (\vec{A}_a + \vec{A}_b + \vec{A}_c) \right]_{i-m, j-n, k-l} \end{aligned}$$

其中, $(\sigma_m)^y = \mu_{ijk}^n \left[\left(\frac{\partial u_l}{\partial x_m} \right)_{ijk}^y + \left(\frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right)_{ijk}^y \right] + \lambda_{ijk}^n \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right)_{ijk}^y$; $\frac{\partial u_l}{\partial x_m} = \sum_{\alpha} (u_l)_{\alpha} e_m \cdot \vec{A}_{\alpha}$

(2) 阶段B—拉格朗日子循环计算

本阶段计算主要考虑与声波有关项的计算, 即动量方程中的压力梯度和连续方程中及能量方程中的各扩散项计算。本阶段中使用子循环时步 δt , 它与主时步的关系为 $\delta t = \Delta t / N_{sub}$ 循环数 N_{sub} 的选择应使 δt 满足 *Courant* 声速稳定性限制。

$$M_{ijk}^A (\vec{U}_{ijk}^{v+1} - \vec{U}_{ijk}^v) = \delta t \sum_{m,n,l=0}^l \left[\frac{1}{4} p^v (\vec{A}_a + \vec{A}_b + \vec{A}_c) \right]_{i-m, j-n, k-l}$$

$$\vec{r}_{ijk}^{v+1} = \vec{r}_{ijk}^v + \delta t \cdot \vec{U}_{ijk}^{v+1} \quad ; \quad V_{ijk}^{v+1} = \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^8 (x^{v+1} C_{\alpha}^{v+1})$$

$$M_{ijk}^A (e_{ijk}^{v+1} - e_{ijk}^v) = - [p^v (V^{v+1} - V^v)]_{ijk} \quad ; \quad p_{ijk}^{v+1} = p_{ijk}^v [V_{ijk}^v / V_{ijk}^{v+1}]^{y_{ijk}^A}$$

$$q_{ijk}^{v+1} = q_{ijk}^v - (2/3) q_{ijk}^v (V_{ijk}^{v+1} / V_{ijk}^{v+1} - 1)$$

(3) 阶段C—重组网格阶段

在本阶段中, 要计算因节点从阶段B 的位置运动到它们的终点位置所带来的对流输运, 因此要计算各物理量的对流量, 从而更新各流体参数, 得出本步长的最终值。

$$\delta V_a = \frac{1}{12} \sum_{\alpha=1}^8 x_a C_{\alpha} \quad ; \quad M_{ijk}^{n+1} = M_{ijk}^B + \sum_{\alpha=1}^6 P_{\alpha}^B \delta V_{\alpha}$$

$$\rho_{ijk}^{n+1} = M_{ijk}^{n+1} / V_{ijk}^{n+1}$$

$$E_{ijk}^{n+1} = M_{ijk}^B e_{ijk}^B + \sum_{\alpha=1}^6 (\rho e)_{\alpha}^B \delta V_{\alpha} \quad ; \quad e_{ijk}^{n+1} = E_{ijk}^{n+1} / M_{ijk}^{n+1}$$

$$M_{ijk}^{n+1} q_{ijk}^{n+1} = M_{ijk}^B q_{ijk}^B + \sum_{\alpha=1}^6 (\rho q)_{\alpha}^B \delta V_{\alpha}$$

$$T_{ijk}^{n+1} = e_{ijk}^{n+1} / C_{V_{ijk}}^{n+1} \quad ; \quad P_{ijk}^{n+1} = R T_{ijk}^{n+1} \rho_{ijk}^{n+1}$$

$$M_{ijk}^{n+1} = M_{ijk}^B + \sum_{n,n,l=0}^1 \delta M'_{i-m,j-n,k-l} ; \quad \text{质量增量 } \delta M'_\alpha = \frac{1}{8} (\rho_\theta^\beta \delta \gamma_\theta - \rho_i^\beta \delta \gamma_i)$$
$$(M \vec{U})_{ijk}^{n+1} - (M \vec{U})_{ijk}^B = \sum_{n,n,l=0}^1 (\delta M \vec{U}^B)_{i-m,j-n,k-l}$$

3 实例计算

离心叶轮内流是复杂的粘性三维流动。尤其在叶轮出口的轮盖—吸力面区域形成所谓射流—尾流结构。势流理论预测会得到完全相反的结果。本文以具有双束激光测速(L - 2F)结果的 Eckardt 叶轮为数值研究对象^[2]。并与相应的实验结果进行了比较。

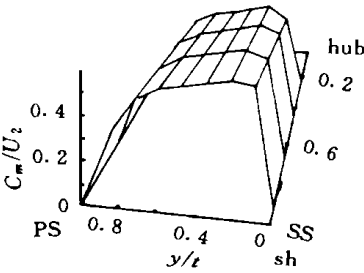


图1 截面II处的速度分布

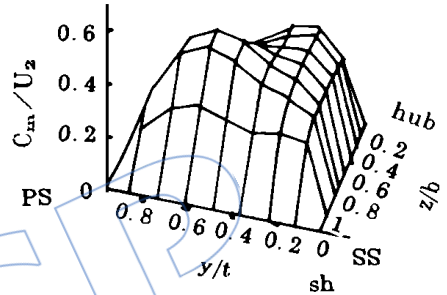


图2 截面IV处的速度分布

从计算结果可见,在III截面之前,与势流的计算结果呈一致趋势(图1)。而自III截面起始之后的IV、V截面,在轮盖—吸力面区域出现了速度较低的低能量区(图2)。本文与实验的差别仅在于本文的低能量区与射流的界限不明显,而势流的计算结果则与实验相反。本文的计算结果还验证了实验所测的尾迹区并非倒流区,而是速度较低的低能量区的结论(图3)。从图4(a)、(b)可见,在叶轮出口存在一个高能量的、几乎没有损失的射流核心区,以及低能量流体积聚的尾迹区。在射流与尾迹区之间,本文的计算比较平缓,不如实验所得的总压梯度较大剪切层。从图5(a)、(b)叶轮径向部分中的二次流谱可见,本文计算与实验的分析结果的趋势基本一致,仅有小的细节差别。这种二次流分布部分说明了尾迹区的形成正是由于边界层内低能量流体在加强了二次流的作用下向

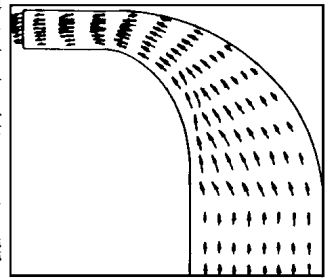


图3 j=5 截面速度矢量在子午面上的投影图



图4 叶轮出口相对总压等值线图(a)计算值(b)实验值

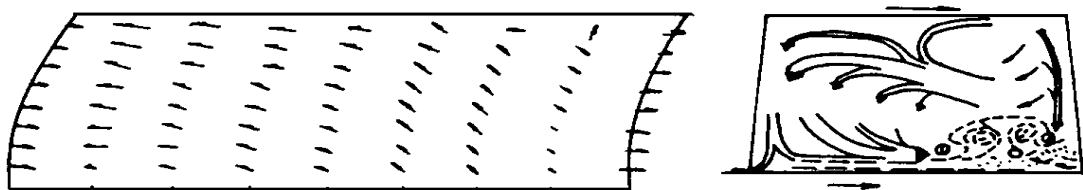


图5 叶轮径向部分中的二次流谱(a)计算值(b)实验值

轮盖—吸力面区域积聚、堆积造成的。尾迹区及射流—尾流结构形成,对离心叶轮的性能有着至关重要的影响,对离心压缩机效率的影响很大^[3]。因此,正确预测设计叶轮的射流—尾流流动结构,对改进叶轮设计有重要意义。

4 结 论

(1)推导的旋转叶轮内流三维粘性流动计算的任意拉格朗日—欧拉法有效地用数值方法模拟了三维粘性流动,其物理概念准确、清晰,格式简单。对于曲边边界或移动边界问题尤为有效。因此,是一种解决各种三维粘性流动问题的有效方法。(2)在计算中所采用的粘性子循环时步、拉格朗日子循环时步加速收敛技术;通量限制控制耗散截断误差技术;采用部分施主单元格式改进数值扩散技术;附加短波长阻尼消除不规则计算流场技术等等是成功、有用的技术。(3)采用本文方法对于三维效应很强、流动复杂的离心叶轮内流的数值分析得出了一般势流方法、或二维计算无法得到的结果。本文计算得到了IV、V截面的速度分布逆转,模拟出了射流—尾流结构,初步搞清了在轮盖—吸力面区域出现的低能量、呈现速度亏损面的尾流区的原因是较强的二次流作用下低能量流体积聚、堆积在轮盖—吸力面区域的结果。

参 考 文 献

- 1 Hirt CW, et al An Arbitrary Lagrangian- Eulerian Computing Method for All Flow Speeds J. of Comp. Phys, 1984
- 2 Eckardt D E Detailed Flow Investigations with a High- Speed Centrifugal Compressor Impeller J. of Fluids Engineering, A S M E, 1986: 390- 402
- 3 Zheng Qun(郑群), et al Three- dimensional Flow Calculation of Centrifugal Impeller with Jet- Wake Model Preceedings of 4A CFM, 1990: 208

(责任编辑 魏星禄)

can be found out from the program.

Key Words Turbofan engines Mathematical simulation Searching method

NUMERICAL PREDICTION OF TWO- DIMENSIONAL TRANSONIC TURBULENT FLOW IN A DIFFUSER

Han Zhenxue, Fang Ren, Zhong Zhibin

(4th Dept Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT Two- dimensional transonic flow in a diffuser is numerically investigated by solving 2D time- dependent Reynolds- averaged compressible Navier- Stokes equations. The numerical method is based on Van- Leer's flux splitting cell- centered finite volume scheme. Baldwin- Lomax algebraic turbulence model and Johnson- King non- equilibrium turbulence model are tested to simulate largely separated flow. Comparison of the computational results with corresponding experimental data shows that the predicted wall static pressure distributions and shock strength by both two turbulence models agree well with the experimental data, but Johnson- King model does better than Baldwin- Lomax model in the prediction of separation reattachment point.

Key Words Shock wave Turbulence Numerical computation

3D VISCOUS FLOW COMPUTATION WITH ARBITRARY LAGRANGIAN- EULERIAN METHOD

Zheng Qun and Li Shunlong

(2nd Dept Harbin Engineering University, Harbin 100015)

ABSTRACT Arbitrary Lagrangian- Eulerian schemes are deduced for computation of three dimensional viscous flow in rotating impeller channel. The convection effect is simulated by the pseudo- moving of grids. Viscous sub- cycle time step and Lagrangian sub- cycle time step are adopted to accelerate convergence. The upwind scheme is improved into part- donated scheme to diminish diffusion. Flow rate restriction is used to control dissipative truncation error. A short wave damp is introduced to reduce the computational corrugation. Sub- Grid- Scale (SGS) turbulent model is adopted to simulate turbulent flow. Eckardt's experimental results on centrifugal impeller have verified effectiveness of the method.

Key Words Viscous flow Three dimensional flow Numerical computation

OPTIMIZATIONAL DESIGN FOR TRANSONIC TURBINE CASCADE

Li Jun, Feng Zhenping, Chang Jianzhong, Shen Zuda

(Institute of Turbomachinery, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

ABSTRACT A design method of aerodynamic optimization is presented for transonic turbine cascades. The method couples Genetic Algorithms (GAs) to a inviscid flow field Euler solver and the boundary layer calculation. The objective function of the transonic turbine cascade is the minimum of loss factor. The multinomial coefficients of blade geometry are taken as design variables. RA cascade and Beizhong cascade have been used as the exam-