

分岔参数的分维数识别法*

西安交通大学 赵玉成** 张玉莲 许庆余

【摘要】 广泛用于各行各业的转子系统的稳定性问题一直倍受关注。而在当今失稳多是由于一些非线性现象的出现所引起,这就对转子系统的设计提出了更高的要求:考虑非线性因素,避开会出现非线性现象的不稳定参数点或区域。本文中通过对一经典倍周期分岔模型—May 模型及单盘 Jeffcott 转子的研究,得出了利用随参数变化的时间序列分维数趋势图,可以很好地识别非线性动力系统发生分岔时的临界参数。

主题词: 转子系统 分岔 参数 识别

分类号: V231.96

1 引言

由于转子—轴承系统本身性态的复杂性,使得系统中包含着丰富的非线性现象。轴承工质中的流体激振力引起的转子动力不稳定问题长时间困扰着许多制造和运行厂家^[9],因此转子系统的稳定性问题一直是普遍关心的焦点问题。这就要求在进行转子—轴承动力系统的设计过程中不只局限于线性范围内的稳定性考虑,还应考虑非线性因素,尽量避免一些常常导致系统失稳的非线性现象如混沌、分岔的出现。

对某一参数,要判断系统运动性质是否发生变化,往往要通过 Poincare 图、功率谱、波形图和计算 Lyapunov 指数等各种方法。Lyapunov 指数的计算比较费时,而 Poincare 图的得到需要知道系统的运动周期,从波形图上难以对系统的运动性质作出判断,使用功率谱图进行系统运动性质判定需要许多张图,且也只能得到粗略的结论。在本文中提出了一种利用时间序列相对分维数趋势图来识别非线性动力系统的发生分岔时临界参数的方法,该方法可以克服上面一些方法的不足:计算时间短;无需明确系统周期;判断准确;一般只需两张图即可。最后将此方法用到一单盘 Jeffcott 转子—滑动轴承系统的分岔参数识别中,取得了比较满意的结果,说明利用本方法可以为转子系统的工程设计提供一些依据。

2 时间序列 Hausdorff 维数的计算

若已知给定的一组时间序列,时间序列的维数不限,可以通过下面的方法求出此时间序列的容积(Hausdorff)维数^[1]。

设有一组具有 N 个元素的时间序列: $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, 每一元素为一对对应的坐标对。随便取一正数 r , 然后检查在时间序列中有多少“点对” (x_i, x_j) 之间的距离 $\|x_i - x_j\|$ 小于 r , 把距离小于 r 的“点对”占所有“点对”的比例记为 $c(r)$:

$$c(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \theta(r - \|x_i - x_j\|) \quad (1)$$

其中: $\theta(x)$ 为 Heaviside 函数。

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

因此 $c(r)$ 描述了随增加时, “点对” 数是如何增长的分布函数。 r 的选取并非随意, 若 r 选的太大, 则一切 “点对” 的距离都不会超过它, 此时的已无法描述系统的性质。适当缩小 r , 可能在 r 的一段区间内 $c(r)$ 随 r 的变化为:

$$c(r) = r^D \quad (3)$$

那么 D 就是待求的分维数。下面举两简单例子加以说明: 例如均匀分布在一条直线上的序列点, 则 $c(r)$ 与 r 的一次方成正比(即 $D=1$), 如图 1(a) 所示; 而均匀分布在一个面上的序列点, 则 $c(r)$ 与 r 的二次方成正比(即 $D=2$), 如图 1(b) 所示。

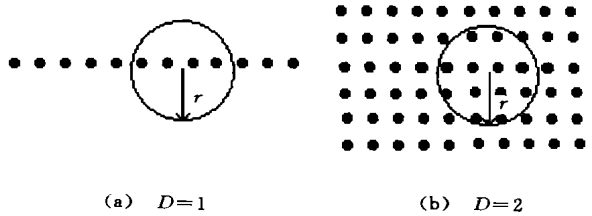


图 1 序列点分布示意图

分维数的具体求解公式可由式(3)得:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(r)}{\log r} \quad (4)$$

3 May 模型分岔参数识别

分岔作为非线性科学的重要分支, 在许多领域皆发现了分岔现象。分岔是指: 对于连续动力系统 $\dot{x} = f(x, t, \alpha)$ 或离散动力系统 $x_{n+1} \rightarrow g(x, \alpha)$ (其中 g 为映射 $g: R^n \times R \rightarrow R^n$), 当参数 α 连续变化且通过 α_0 时, 上面的连续或离散动力系统的拓扑结构发生突然变化, 则称系统 α_0 在处出现分岔。有关的分岔类型也比较多, 常见的分岔类型如叉形分岔、鞍结分岔、Hopf 分岔、倍周期分岔及准周期分岔等。倍周期分岔情况相对来说比较复杂, 其分岔点比较多且最终通向混沌。下面以比较经典的倍周期分岔的 May 模型^[1]为研究对象, 使用分维数随参数的变化图来识别其分岔临界点。生态学中的 May 模型^[1]为:

$$y_{n+1} = \mu y_n (1 - y_n) \quad (5)$$

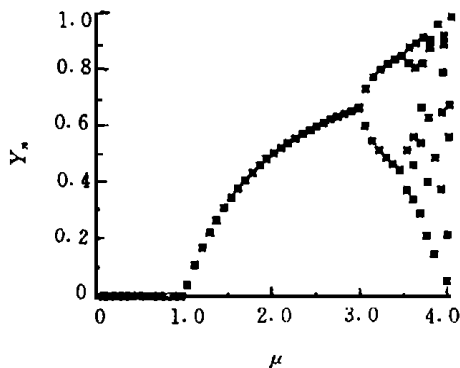
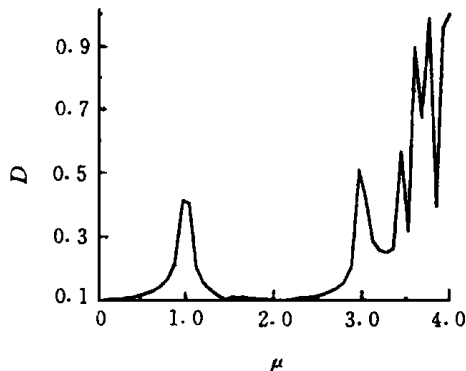
当参数 μ 变化时, May 模型将通过倍周期分岔最后通向混沌。

对于不同 μ , 通过迭代计算上面给出的具有倍周期分岔特性的 May 模型(迭代 $n=2000$ 次), 然后画出状态 y_n ($1500 \leq n \leq 2000$) 随参数 μ 变化曲线为图 2 所示。从图 2 所示 May 模型的分岔图中可以看出: $0 \leq \mu \leq 1 = \mu_1$ 时, $y_n \rightarrow 0$; $1 < \mu \leq 3 = \mu_2$ 时, $y_n \rightarrow 1 - 1/\mu$; $3 < \mu < 3.449 = \mu_3$ 时, $y_n \rightarrow$ 周期 2; $3.449 < \mu < 3.545 = \mu_4$ 时, $y_n \rightarrow$ 周期 4; $\dots$, $\mu \rightarrow 3.57 = \mu_\infty$, $y_n \rightarrow$ 混沌吸引子。

由方程(5)可以有:

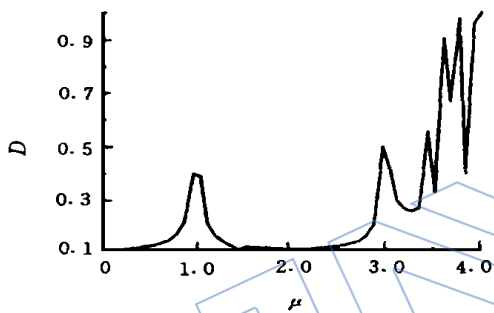
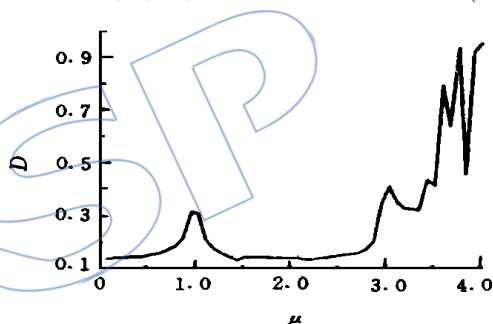
$$y_{n+1k} = \mu_k y_{nk} (1 - y_{nk}) \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (6)$$

由式(6), 取 K 个不同参数 μ 可以得到下面一系列时间序列, $\{y_{nk} | n=0, 1, \dots, N\}_{k=1, 2, \dots, K}$ 给一 r : $\min[\max \|y_{ik} - y_{jk}\|_{k=1, 2, \dots, K}] \geq r \geq \max[\min \|y_{ik} - y_{jk}\|_{k=1, 2, \dots, K}] (i \neq j | i, j=0, 1,$

图 2 状态 y_n 随参数 μ 变化曲线图 3 分维数 D 随 μ 变化曲线($r = 0.0008$)

$\cdots, N)$, 利用上节介绍的单变量时间序列容积维数的计算方法可以计算出 K 个容积维数:

$$D_k = \log_{ck}(r) / \log(r) \quad k = 1, 2, \cdots, K \quad (7)$$

图 4 分维数 D 随 μ 变化曲线($r = 0.005$)图 5 分维数 D 随 μ 变化曲线($r = 0.001$)

在上面给出的容许取值范围内选取 3 个不同值, 利用式(7) 计算出不同参数对应的分维数, 再画出分维数随参数 μ 的变化趋势图: 图 3~图 5, 图 3~图 5 中的时间序列个数 $N = 100$ 、参数变化步长为 $\Delta\mu = 0.08$ 。从图中可以得出以下结论: (1) 发生分岔的临界参数点处均存在分维数的突变, 即从分维数随 μ 的变化图中可以精确识别系统的分岔点参数值; (2) 当分维数突变点比较集中且分维数处于高位时, 说明出现了奇怪吸引子, 即进入混沌状态; (3) 分维数随参数变化趋势图与 r 的选取无关, 虽然 r 取值不同, 对应各参数处的分维数的值有所不同, 但选取不同的 r , 并不影响分维数突变点处的参数值看出。

4 Jeffcott 转子—轴承系统分岔参数识别

下面将上面介绍的识别方法用于单盘 Jeffcott 转子—轴承系统分岔参数的识别。

4.1 单盘 Jeffcott 转子系统模型建立

单盘 Jeffcott 转子—滑动轴承系统的力学模型如图 6 和图 7 所示, 其运动方程为^[9]:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_3) + d_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) &= -f_{1x} \\ m_1 \ddot{y}_1 + k_1(y_1 - y_3) + d_1(\dot{y}_1 - \dot{y}_3) &= -f_{1y} - m_1 g \\ m_0 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 &= -f_{1x} \\ m_0 \ddot{y}_2 + k_2 y_2 &= -f_{1y} - m_0 g \end{aligned}$$

$$m\ddot{x}_3 + k_1(x_3 - x_1) + d_1(\dot{x}_3 - \dot{x}_1) = m\rho\omega^2\cos\omega$$

$$m\ddot{y}_3 + k_1(y_3 - y_1) + d_1(\dot{y}_3 - \dot{y}_1) = m\rho\omega^2\sin\omega - mg \quad (8)$$

其中: $[x_1, y_1]^T$ 为轴颈中心位移矢量, $[x_2, y_2]^T$ 为轴承中心位移矢量, $[x_3, y_3]^T$ 为集中质量中心位移矢量, $f_{1x} = P_r \cos\psi_l + P_l \sin\psi_l$, $f_{1y} = P_r \sin\psi_l - P_l \cos\psi_l$ (P_r 和 P_l 为油膜力), ρ 为不平衡量。

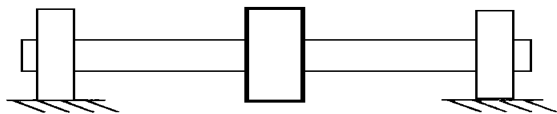


图 6 转子模型图

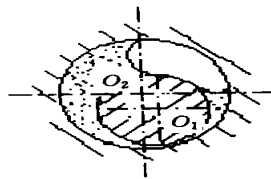


图 7 滑动轴承图

4.2 Jeffcott 转子分岔参数识别

对于上面给出的单盘 Jeffcott 柔性转子模型, 通过计算知系统在取如下参数: 转子质量 240 kg、轴承质量 24 kg、油膜粘性系数为 $1.02e-3$ 、不平衡量为 $1.52e-5$ kg、轴承间隙为 $3.25e-3$ m、轴承长度为 0.055 m、轴承半径为 0.038 m 和轴承支承刚度为 $0.86e8$ N/s 时, 系统会发生倍周期分岔, 这从图 8~图 10 中可以清楚看出来。

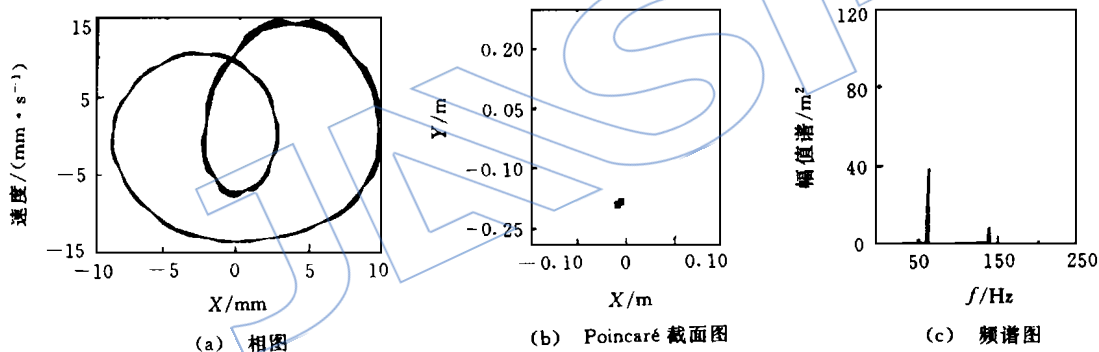


图 8 转速为 3900 时的系统结构图

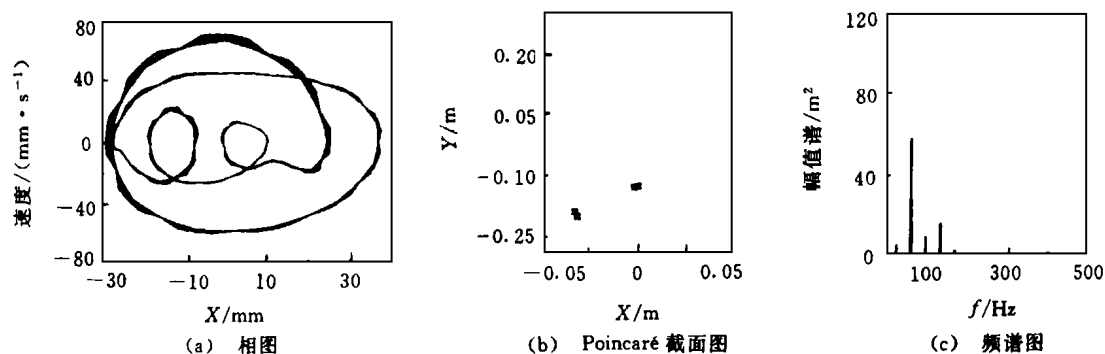


图 9 转速为 4210 时的系统结构图

通过对 4.1 中所给的 Jeffcott 转子的数学模型进行数值积分, 求出系统在表 1 所示结构

参数时的不平衡响应。其中轴颈中心响应时间序列为 $\{[x_{1i}, y_{1i}]^T | i = 1, 2, \dots, n\}$ 。令 $u_i = [x_{1i}, y_{1i}]^T$, 则轴颈中心响应时间序列可以表示为 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 时间序列 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 为一组二维时间序列。利用上面介绍的识别方法(指 May 模型分岔参数识别一节中给出的方法), 计算出不同转速对应的 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 的分维数。与上一节有所不同的是时间序列为双变量(二维)时间序列。在计算 $\|u_i - u_j\|_{i \neq j}$ 时应用二维时间序列距离的计算公式 $\|u_i - u_j\| = \sqrt{(x_{1i} - x_{1j})^2 + (y_{1i} - y_{1j})^2}$, 别的类同一维时间序列分维数的识别算法, 在此不再赘述。

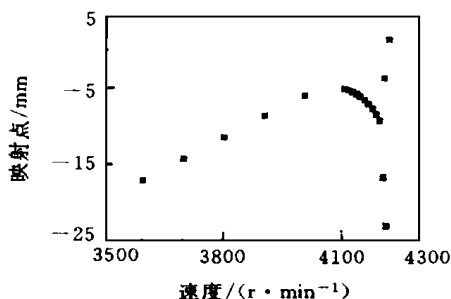


图 10 转速—映射点图

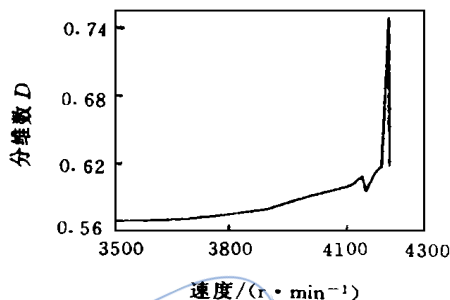


图 11 转速—分维数图

将计算的不同转速下的分维数绘制出如图 11 所示(在图 11 中, 从 3500 到 4100 转, 取样间隔为 100 转, 从 4100 到 4210 转, 取样间隔为 10 转), 从图 10 所示的不同转速下的 Poincaré 映射点图中可以看出系统在转速为 4200 左右时发生倍周期分岔, 从图 11 所示的时间序列分维数随转速变化趋势图中可以看出在转速为 4200 左右时分维数出现突变, 即从图 11 也可以识别系统在 4200 左右发生分岔。

5 结 论

通过以上两出现分岔现象的非线性动力系统的计算分析结果来看: 分形的特征指标参数—分维数可以作为一种判断在不同参数域非线性动力系统是否发生分岔的识别工具, 从而为非线性动力系统的设计提供一种理论依据。

参 考 文 献

- 1 刘式达, 刘式适. 分形和分维引论. 气象出版社, 1992
- 2 郑会永, 刘华强, 戴冠中. 非线性动力系统中的分形、混沌及其应用. 非线性动力学学报, 1996, 3(2): 182- 190
- 3 Barnsley M F. Fractal Everywhere. Academic Press Inc., 1988
- 4 郭友中, 周焕文. 分岔、怪引子、阵发性与混沌. 力学进展, 1984, 13(2): 255- 274
- 5 Grassberger P. Generalized Dimensions of Strange Attractors. Physics Letters, 1983, 97A(7): 227- 230
- 6 Grassberger P. On the Fractal Dimension of the Henon Attractor. Physics Letters, 1983, 97A(7): 224- 227
- 7 龚云帆, 徐健学. 混沌信号与噪声. 信号处理, 1997, 13(2): 112- 118
- 8 Parker T S, Chua L. Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems. Springer-Verlag New York Inc, 1992
- 9 张家忠. 挤压油膜阻尼器—滑动轴承—转子动力系统的非线性动力特性研究: 运动稳定性及分岔: [博士论文]. 西安交通大学, 1997

FULL- LENGTH PAPERS

A STUDY ON CAUSE FOR SOME GEAR FAILURES

Yan Litang and Ren Guangming

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT

There were several gear failures, in which the gear was broken into two, one of which is only a little smaller than one quarter of the gear. Several researchers had studied the cause of such gear failures and concluded that it was resonant vibrations. However the conclusion was not yet completely acceptable. In order to further ascertain the cause of such gear failures, the self-exciting vibration and instabilities were analyzed. The vibration instability of the disk-shaped plain gear was studied with the multiple scale's method of nonlinear perturbation method. The vibration response of a disk-shaped bevel gear was measured on a test rig. Both theoretical and experimental investigations show that there exist self-exciting vibrations on the gears with traveling wave vibration. Under certain conditions the forward traveling wave vibration of the driving gear and the backward traveling wave vibration of the driven gear are instable and cause the gear failures mentioned above.

Key Words Gears Self-exciting vibrations Stability

EXTRACTION OF SHOCK CHARACTER FROM HARMONIC SIGNAL BASED ON WAVELET

Yang Jianguo, Xia Songbo, Xu Genfa

(2nd Dept. Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

ABSTRACT

Wavelet transformation has very good characteristics of time-frequency analysis, and is very effective to extract the small instantaneous shock from harmonic signal. An improved fast algorithm is proposed to avoid frequency aliasing, which exists in the Mallat algorithm. The incipient fault character of the bearing in one aeroengine is extracted successfully by the wavelet transformations.

Key Words Transformation Signal Fault diagnosis

A FRACTIONARY DIMENSION IDENTIFICATION METHOD OF CRITICAL BIFURCATED PARAMETERS

Zhao Yucheng, Zhang Yulian, Xu Qingyu

(Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

ABSTRACT

The nonlinear behaviors of rotor systems set high requirements to the designing of motor system: Such as to take nonlinear elements into account; to avoid the unstable parameter points or regions where will appear nonlinear phenomena. For this purpose, from studying a typical fractional model- May model and Jeffcott rotor system, the map

of the fractional dimension of time- serial vs the parameter is obtained, which can identify critical bifurcated parameters of nonlinear dynamical system quite well.

Key Words Rotor system Bifurcation Parameters Recognition

BIFURCATIONS OF NONLINEAR ROTOR—SFD SUPPORTING SYSTEM

Zhao Yonghui and Zou Jingxiang

(*Dept. of Astronautics and Mechanics of Harbin Institute of technology, Harbin 150001*)

ABSTRACT Periodic solutions of nonlinear rotor- SFD supporting system are calculated by using Newton- Fox shooting method and pseudo- arc length continuation procedure. According to multi- variable Floquet theory, bifurcations and stability of the system are analyzed. Bifurcation diagrams of the system are obtained from on Poincaré map. The results show that the motion of the rotor system undergoes nonlinear dynamics phenomena, such as period doubling bifurcation, tangent bifurcation and so on.

Key Words Rotor system Shooting method Bifurcation Stability

RESEARCH ON UNIFIED VISCOPLASTIC DAMAGE RELATIONSHIP OF ANISOTROPIC MATERIALS

Zhou Baizhuo

(*State Key Laboratory of Structural Analysis of Industrial Equipment
Dalian University of Technology, Dalian 116023*)

Yang Shijie

(*Aeroengine Research Institute, Shengyang 110015*)

Nie Jingxu

(*4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083*)

ABSTRACT With the help of combining continuum damage mechanics and viscoplastic theory, the unified viscoplastic constitutive model^[1] developed by authors is modified. A unified viscoplastic constitutive damage model of anisotropic materials under the alternative effect of creep and fatigue load is established. The creep and fatigue property as well as their damages for monocrystalline alloys DD3 have been predicted according to this model. The durability and damage under the alternative effect of the creep and fatigue load for the material under cyclic loading. The predicted results are compared with test data.

Key Words Anisotropic material Monocrystal Creep Fatigue Damage

AN EXPERIMENTAL STUDY ON LOW CYCLE FATIGUE LIFE OF 1ST TURBINE DISK IN AEROENGINE

Gong Mengxian, Huang Qingdong, Xiao Yuxiang

Gu Yuanxing, Zhao Xingming, Cao Fenglan

(*Gas Turbine Establishment 610500*)

ABSTRACT According to the standard load cycle spectrum, a stress analysis of 1st turbine disk in an aeroengine was completed to determine its useful life. The places, where the centre hole came across the pin holes, were the dangerous points (so called check