

文章编号: 1000-8055(2000) 03-0260-03

新的多重网格法求解离心压气机内部流场

衣同训 姜 勇 张晓峰 索沂生
(清华大学 热能工程系 清华同方控制公司, 北京 100084)

摘要: 受英国剑桥大学 Denton 教授对叶轮机械数值计算的启发, 本文提出了一种新的多重网格法, 并将之与显式时间推进法、有限体积差分格式、粘性体积力法配合使用来求解离心压气机内部流场。数值计算表明, 作者多重网格法的计算结果与试验结果吻合很好, 同时该多重网格法的收敛速度比不用多重网格法加快了将近两倍, 也比 Denton 多重网格法的收敛速度加快了将近 1 倍。

关键词: 离心式压缩机; 流场; 数值计算
自由词: 多重网格法
中图分类号: TH452; O354 文献标识码: A

1 引言

Ni R H^[1] 在 1982 年提出的求解二维欧拉方程的多重网格法是首次将多重网格法与时间推进法相结合而成功的范例。本人受英国剑桥大学 Denton 教授的启发^[2-4], 本文按照有限体积差分的基本思想将 Ni R H 的差分格式改编成了时间方向一阶精度、空间方向二阶精度的有限体积差分格式, 并且采用 Denton 教授关于“粘性体积力”的思想来模拟粘性对流体流动的影响。

2 叶轮机械三维可压粘性流动积分方程组及其离散化

文献[5]给出了等转速下叶轮机械不可压流动积分控制方程的具体表达形式, 这里不再详细叙述。为下文讨论方便, 只给出连续方程的积分表达式: $\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \iint_S (\vec{w} \cdot d\vec{A}) = 0$ 。数值求解离心压气机流场的相应定解条件是: 入口总压、入口总温、入口切向气流角、轴向气流角和计算域出口压力。

文献[5]给出了有限体积差分格式的具体表达形式, 不再叙述。这里只给出连续方程的离散化表达式:

$$\rho_{n+1} = \rho_n + \frac{\Delta t}{8} (\Delta \rho_q + \Delta \rho_p - \Delta \rho_b - \Delta \rho_s)$$

其中, 二阶变化率 $\Delta \rho_q$, $\Delta \rho_p$ 和 $\Delta \rho_s$ 是一阶变化率 $\Delta \rho$ 的函数。微元体内一阶变化率的计算如下: 按照有限体积差分格式的思想, 连续方程可以离散为:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot \Delta \rho = \sum_{Cs} \{ (\rho V_x) dA_x + [\rho(V_i - \omega r)] dA_i + (\rho C_r) dA_r \} = \Delta m$$

它可以改写为: $\Delta \rho = \Delta \rho / \Delta t = \Delta m / \Delta V$ 。可见, 微元体内质量变化率 Δm 的求取是前面有限体积差分计算的基础。

3 新的多重网格法

采用多重网格技术, 通过在细网格体系和粗网格体系间交替进行循环推进计算, 可以获得较少的计算时间和比较高的计算精度。在粗网格上具体计算时, 可以象在微元网格上那样, 首先求出粗网格内的参数变化率, 然后按照差分格式计算出粗网格 8 个顶点的参数变化量。最后, 将粗网格上的参数变化量插值分布到其内部微元网格的所有顶点。

本文采用改进了的 Denton 多重网格法, 其要点(以连续方程差分求解为例)如下: 设二重网格数 $3 \times 3 \times 3$, 三重网格数 $4 \times 4 \times 4$ 。

(1) 每一次时间推进计算同时在微元网格、二

重网格和三重网格上进行。具体实现是通过将二重网格和三重网格内参数变化率插值到微元网格上。这样, 代入有限体积差分格式中计算的微元网格内的参数变化率既反映了当地微元网格内通量的守恒, 又考虑到了周围较大区域内通量的平衡。

(2) 二重网格内的质量变化率 ∇m 与该二重网格内 27 个微元网格内质量变化率的关系是 $\nabla m = \sum_{i=1}^{27} \Delta m(i)$ 。三重网格内的质量变化率 Δm 与该三重网格内 $4 \times 4 \times 4$ 个二重网格内质量变化率的关系 $\Delta m = \sum_{i=1}^{64} \nabla m(i) = \sum_{i=1}^{27 \times 64} \Delta m(i)$ 。

(3) 每一个微元网格上分配的参数变化率: Denton 教授的处理是:

$\Delta m(i) = \Delta m(i) + 0.75 \cdot \nabla m + 0.5 \cdot \Delta m$
本文作者的处理是:

$$\Delta m(i) = \Delta m(i) + 0.75 \cdot \frac{27 \cdot \rho(i) \cdot \Delta V(i)}{\sum_{i=1}^{27} \rho(i) \cdot \Delta V(i)} \cdot \nabla m + 0.5 \cdot \frac{27 \cdot 64 \cdot \rho(i) \cdot \Delta V(i)}{\sum_{i=1}^{27 \times 64} \rho(i) \cdot \Delta V(i)} \Delta m$$

(4) 在代入差分格式计算时, 需要进行修正 (实际上是考虑到了误差重叠)。作者和 Denton 教授的修正方法相同即 $\Delta m(i) = \frac{\Delta m(i)}{1 + \alpha(i)}$ 。其中:

$$\alpha(i) = \frac{|\Delta m(i)|}{\sum_{i=1}^{27 \times 64} |\Delta m(i)| \cdot 27 \cdot 64}$$

(5) Denton J. D 教授的方法没有考虑到微元网格内由于流体质量不同而带来的对粗网格参数变化率贡献的不同。本文作者提出了一种新的

多重网格法。该法是按照微元体内质量大小分配误差, 产生了很好的效果。这在文献[5]中有详细的说明。

4 离心压气机内部流场计算

本例计算采用了德国宇航局 H. Krain 设计的离心压气机。其具体的几何数据和测量结果可以参看文献[6, 7]。图1是测量截面。图中测量截面 I, II, III, IV 和 V 沿轮廓曲线的位置分别是 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 和 1.0。下面将计算结果与试验测量结果进行对照。

就收敛速度而言, 计算到相同的收敛精度, 不采用多重网格法, 需要 3755 步; Denton 方法使用了 2770 步; 本文的多重网格法只需要 1480 步。可见, 本文的多重网格法在加快计算的收敛速度方面是 very 有效的。

图2给出的是子午速度 C_m 与叶尖处旋转速度 U_2 比值在 IV 截面上的分布情况。图中“PS”代表压力面; “SS”代表吸力面。可见, 计算结果和试验结果吻合较好。由测量结果和计算结果可以看出, 吸力面附近 C_m/U_2 比较大, 叶尖处 C_m/U_2 比较小。另外, 测量结果表明, 在吸力面附近较小叶高处, C_m/U_2 比较大 (约 0.41), 而数值计算没有模拟出这种结果。

图3和图4给出的分别是截面 II 和截面 III 上相对流动角的分布情况。可见, 从轮毂处开始, 沿叶高的绝大部分区域内, 计算结果与测量结果比较吻合。在接近于轮壳处, 计算结果比测量结果要小。这可能是因为数值计算时没有考虑叶尖与轮壳处间隙的原因。

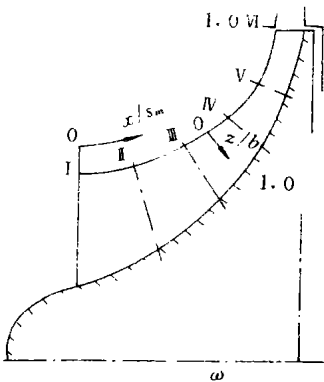


图1 测量截面示意图

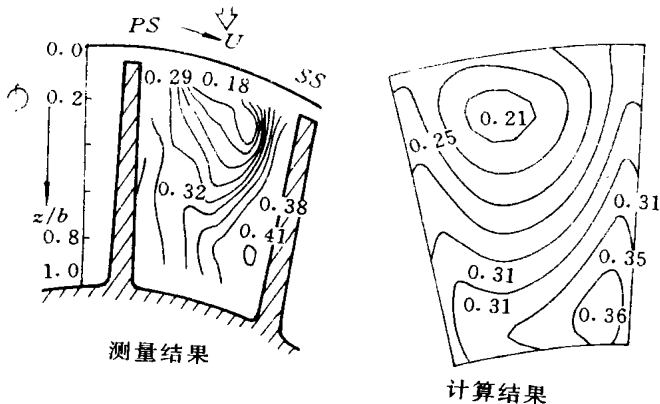


图2 截面IV上 C_m/U_2 分布图

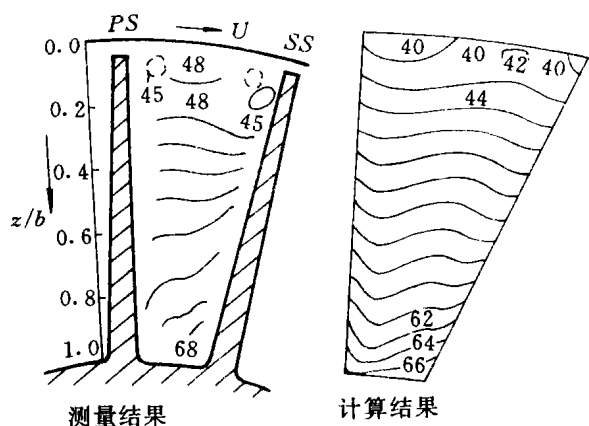


图 3 截面 II 上相对流动角分布图

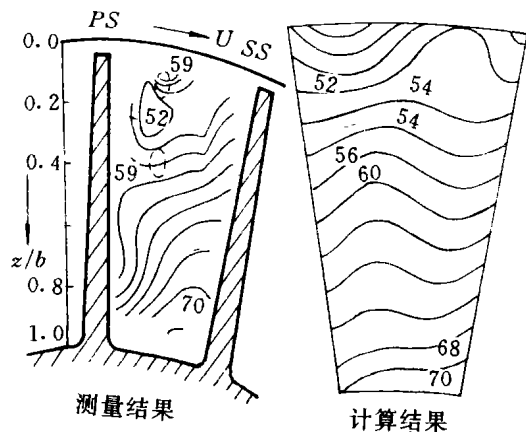


图 4 截面 III 上相对流动角分布图

5 结束语

本例的数值计算表明, 作者的多重网格法的数值计算结果与测量结果是很将近的。并且, 该多重网格法大大提高了计算的收敛速度。因此作者的多重网格法是可行的。至于, 计算结果与测量结果之间的差别, 作者认为, 这既可能有数值方法的原因, 也可能有测量方面的原因。

参 考 文 献

- 1 Ni R H. A Multiple Grid Scheme for Solving the Euler Equations[J]. AIAA Journal, 1982
- 2 Denton J D. The Use of a Distributed Body Force to Simulate Viscous Effects in 3-D Flow Calculations[R]. ASME Paper,

86- GT- 144, 1986

- 3 Denton J D. The Calculation of Fully Three-Dimensional Flow Through Any Type of Turbo-Machinery Blade Row. Three-dimensional computation techniques applied to internal flows in propulsion system[R]. AGARD Lecture Series, No. 140
- 4 Denton J D. Extension of the Finite Volume Time Marching Method to Three Dimensions [R]. VKI lecture Series: Transonic Flows in Turbo-Machinery, 1976
- 5 衣同训. 多重网格法求解叶轮机可压及不可压流动: [硕士学位论文][D]. 清华大学, 1999
- 6 Krain H. Swirling Impeller Flow [J]. Transactions of the ASME, Journal of Turbo-Machinery, 1988, 110: 122- 128
- 7 Krain H, Hoffman W. Verification of an Impeller Designed by Laser Measurement and 3D calculation[R]. ASME Paper, 89 - GT- 159, 1989

(责任编辑 杨再荣)

A New Multi- Grid Scheme for Radial Flow Inside a Centrifugal Compressor

Yi Tongxun, Cheng Fangzhen, Suo Yisheng

(Department of Thermal Engineering, TsingHua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Under the elicitation of Professor Denton's effective research of turbomachinery CFD (Cambridge University of the United Kingdom), a new multiple grid scheme is put forward in combination with explicit time marching method, finite volume difference code and distributed body force (by Professor Denton) to calculate the internal flow field of H. Krain centrifugal impeller. The results show that the multi-grid scheme greatly improves the converging speed and that the calculation results are consistent with the measurements.

Key words: centrifugal compressors; flow fields; numerical computation