

静止叶栅三维粘性数值模拟

北京航空航天大学 严 明** 彭泽琰

【摘要】 应用 N-S 方程压力修正算法和 k- ϵ 两方程湍流模型, 对端弯叶片和基准(无端弯)叶片的平面叶栅进行了三维粘性数值模拟。在采用简单交错网格的情况下, 通过对计算控制体通量的速度进行修正的方法解决了 N-S 方程压力修正算法中遇到的压力场和速度场呈锯齿状分布的问题。用实验测量值对本数值模拟方法的精度和可靠性进行了检验。

主题词: 叶栅 流场 数值模拟

分类号: V231.3

1 控制方程及其离散化

基本假设: (1) 假定全流场总焓 H_0 全等, $H_0 \equiv c$, 即略去气体微团之间的粘性应力作的功和热交换等; (2) 完全气体; (3) 定常流。

控制方程组: 采用直角坐标系 (x, y, z) 下的连续方程、三维 N-S 动量方程以及 k- ϵ 两方程湍流模型, 为节约篇幅, 不再赘述。

控制方程(组)在计算平面 (ξ, η, ζ) 的离散化。将上述控制方程组进行联立并转换到计算平面, 经离散化可得到动量方程、湍流模型方程在相应控制体容积上积分后的离散形式为:

$$\frac{A_p}{\alpha} \Phi_p^{n+1} = \sum_i A_i \Phi_i^n + S_p + \frac{1-\alpha}{\alpha} A_p \Phi_p^n \quad (i = E, W, S, N, U, D) \quad (1)$$

其中 α 为松弛因子, Φ 为 $\rho U, \rho V, \rho W, k$ 和 ϵ, S_p 为线化后的源项(含压差项), E, W, S, N, U 和 D 为包围网格节点 (I, J, K) 的 6 个邻近节点。

压力修正方程为泊松(Poisson)方程, 其离散形式为:

$$A_p \hat{p}_p = \sum_i A_i \hat{p}_i + S_p \quad (i = e, w, s, n, u, d) \quad (2)$$

其中 e, w, s, n, u 和 d 为包围压力点 $p_{i,j,k}$ 的 6 个邻近压力点。

速度修正方程的离散形式为:

$$A_p \hat{\Phi}_p^{n+1} = A_p \hat{\Phi}_p^n - \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_j} \quad (3)$$

其中 $\hat{\Phi}$ 为 $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}$ 。

为保证数值解的稳定和收敛, 本文采用的是由中心差分格式和逆风差分格式构造而成的混合差分格式, 这种格式适用于高、低雷诺数的流动。

2 计算网格、边界条件和求解方法

计算网格: 图 1 为本文所采用的二维计算网格, 三维网格由一系列二维网格叠加而成。

边界条件的处理: 进口边界条件: 在进口边界上给定进口总压 P_{0i} 、总温 T_{0i} 、进口周向气角 α 和径向气流角 β , 这些值可以在平面叶栅实验测量时获得; 湍流动能 k_i 可由实验测得的进口湍流度 T_{ui} 求出, $k_i = T_{ui} U_i^2$; 湍流能耗散率 ϵ 可按经验公式 $\epsilon = C_\mu k_i^{1/5}$ 估算出, 这里 C_μ 为湍流模型常数, l 为湍流长度尺度, 计算时取叶栅栅距的百分之一; 进口静压 p_i 由相邻内点的值外推得到; 其它静参数可按上述给定值由气动关系式获得。

出口边界条件: 在出口边界上给定出口静压 p_z , 其余流动参数可用一阶外推方法获得, 即 $Q_{n,j,k} = Q_{n-1,j,k_0}$

固壁边界条件: 在固体壁面上, 采用粘性流体的无滑移条件, 即认为流体在壁面处的速度分量 U, V 和 W 都为零, 并取 k 和 ϵ 值为零; 假定壁面为绝热壁面; 在近壁区还应用了壁面律。

周期性边界条件: 在叶栅进出口区, 规定所有流动参数都满足周期性边界条件。

求解方法: 为简化计算过程, 本文采用点松弛逐步迭代的方法求解上述离散化方程组 (1) ~ (3)。为加快收敛速度和消除压力场可能出现的波动现象, 本文采用了多重网格技术。

收敛准则是两次迭代的速度差 $\Delta U, \Delta V$ 和 ΔW 小于 ϵ ($\epsilon = 10^{-4}$), 并且进、出口流量之差小于百分之一。本文平面叶栅算例, 需要迭代约 1800 步, 在 586 微机上运行所用 CPU 时间约为 10 个小时。

3 解决锯齿状分布速度修正方法

本文采用对计算压力单元控制体通量的速度进行修正的方法, 较好地解决了采用简单交错网格后压力和速度场沿控制体对角线方向仍然存在呈锯齿状分布的问题, 下面以二维情况为例予以说明。

如图 2 所示, 设 b 为压力 $p_{i,j}$ 单元控制体 E 表面的中点, 并设 $\rho = 1.0$, 那么压力 $p_{i,j}$ 单元控制体 E 表面的通量 F_E 为:

$$\begin{aligned} F_E &= \frac{1}{2} [U(I, J) + U(I, J-1)] \Delta \eta \\ &= \frac{\Delta \eta}{2} U(I, J) + \frac{\Delta \eta}{2} U(I, J-1) \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 式实际上等价于将 $U(I, J)$ 当作 E 表面 ab 段的平均速度 u_1 , 将 $U(I, J-1)$ 当作 E 表面 bc 段的平均速度 u_2 。理论分析表明, 在上式 $U(I, J)$ 计算过程中, 压力差分用:

$$\frac{\Delta p}{\Delta \xi} = \frac{(1/2)(p_{i,j} + p_{i,j+1}) - (1/2)(p_{i+1,j} + p_{i+1,j+1})}{D\xi}$$

计算是造成压力和速度沿对角线方向呈锯齿状分布的原因。为此, 本文建议对 $U(I, J)$ 之

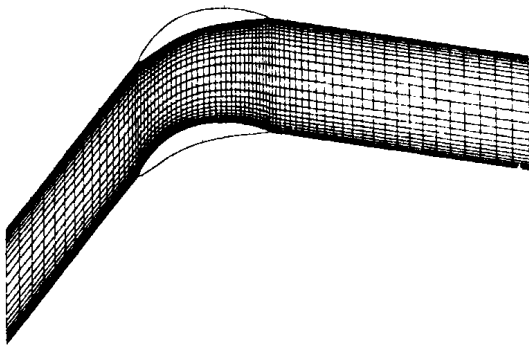


图 1 二维计算网格

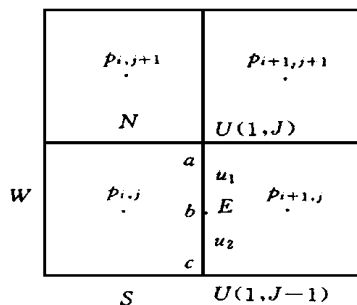


图 2 单元控制体和网格节点图

计算进行压差修正,修正关系式为: $U^*(I, J) = U(I, J) - (\alpha/A_p)[(\Delta p'/\Delta \xi) - (\Delta p/\Delta \xi)]$ 其中 α 和 A_p 与式(1)的 α 和 A_p 相同。速度 $V^*(I, j)$ 的求解方法与上述过程类似。而式中的 $\Delta p'/\Delta \xi$ 为更精确的压力差分关系式:

$$\frac{\Delta p'}{\Delta \xi} = \frac{1}{2} \left[p_{i,j} + \frac{1}{2}(p_{i,j} + p_{i,j+1}) \right] - \left[p_{i+1,j} + \frac{1}{2}(p_{i+1,j} + p_{i+1,j+1}) \right]$$

数值结果表明,采用对计算压力单元控制体通量的速度进行修正以后,较好地解决了压力和速度场锯齿状分布的问题,图3为叶中高度叶栅进口附近位置($I=5, J=8\sim 17, K=16$)处的改进前后压力 p 和速度 U 的对比图。

类似地,可导出三维情况下的 $U(I, J, K)$ 的压力项差分格式及修正关系式^[3]。

4 数值模拟结果与实验测值对比

应用本文数值方法对两组平面叶栅的三维湍流流场进行了数值模拟,并将数值结果和实验测值进行了对比。

图4是原始叶栅(无端弯)下游距出口0.5倍弦长位置处的落后角的计算值和实验值的对比图,从图中可以看出,落后角的计算值与实验值吻合较好,基本上将端区气流的过转和亏转现象模拟出来了,并且在近端壁区计算值与实验值更为接近。图5为端弯叶栅总压损失系数的计算值和实验值对比图,可以看出,其总趋势是一致的。数值计算还将15%叶高

处的总压损失系数的局部增大的特征模拟出来了。但在叶中大部区域计算值与实验值相比偏大。这是由于数值粘性过大造成的,可以通过加密计算网格或提高格式精度等方法来改善总压损失的数值模拟结果。

图6和图7分别为原始叶栅和端弯叶栅下游距叶栅出口0.25倍弦长处的二次流矢量计算值与实验值的对比图,从图中可以看到,数值计算较好地模拟了端区二次流旋涡特征。

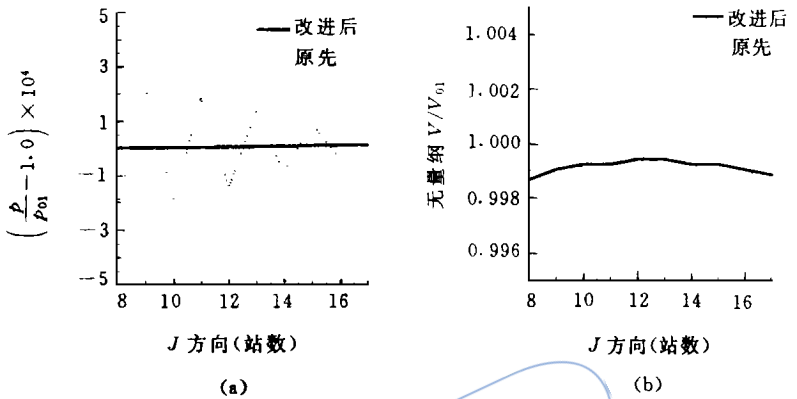


图3 压力、速度锯齿状分部改进效果图

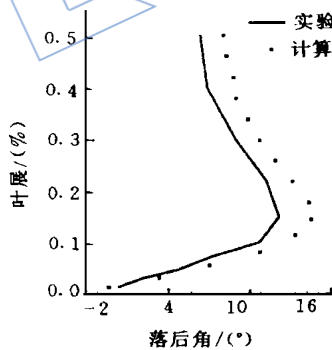


图4 原始叶栅(距出口0.5b处)
落后角

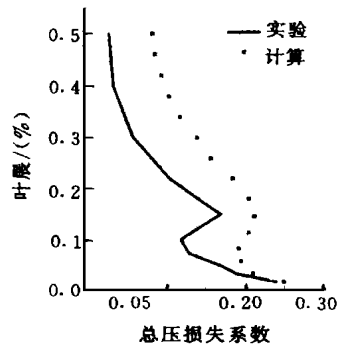


图5 端弯叶栅(距出口0.5b处)
总压损失系数

对于端弯叶栅比原始叶栅更为强烈的压力面附近的端区气流向端壁迁移, 以及吸力面附近的端区气流向叶中区迁移等实验结果均得到了本数值模拟的较好反映。

5 结 论

(1) 采用 N-S 方程压力修正算法对端弯和无端弯叶栅进行了三维粘性数值模拟, 数值结果较好地模拟了端区二次流(旋涡)诱导的气流出口角的过转和亏转现象, 计算结果和实验测值吻合较好。由本数值方法计算的总压损失分布趋势和实验测值基本吻合, 但数值精度有待改进, 可通过提高格式精度加以解决。(2) 采用了较为简单的对计算压力单元控制体通量的速度进行高阶压差修正的方法, 较好地解决了压力修正算法中压力和速度场呈锯齿状分布的现象, 使数值模拟解进一步逼真。(3) 通过对端弯叶栅的数值模拟, 提供了更为全面的流场信息, 对进一步分析和了解端弯叶栅内部的端壁附近流动情况很有帮助。(4) 本方法可用作对静子全三维设计(含端弯、端掠、拱形静叶等)进行数值模拟之参考。

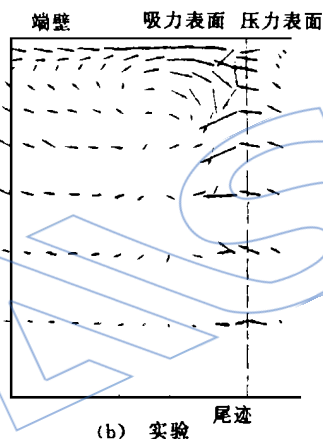
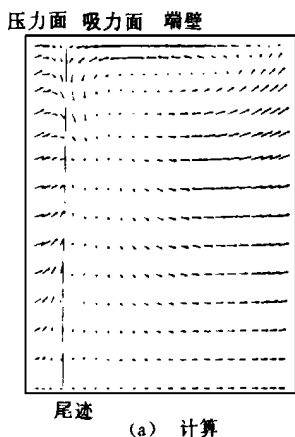


图 6 原始叶栅(距出口 $0.25b$ 处)
二次流矢量图

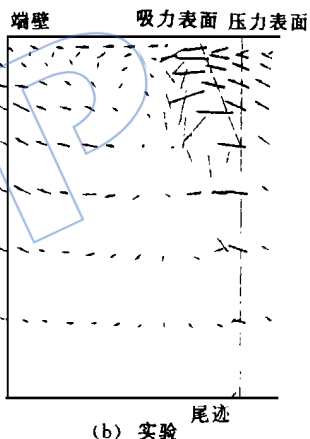
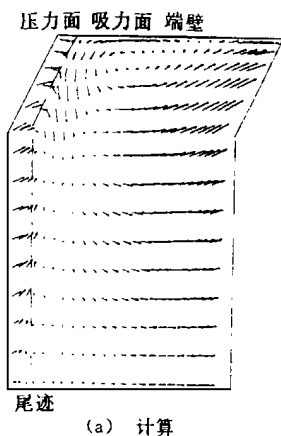


图 7 端弯叶栅(距出口 $0.25b$ 处)
二次流矢量图

参 考 文 献

- HO Y H, B Lakshminarayana. Application of Unsteady Viscous Flow Using a Pressure- Based- Algorithm. AIAA Journal Volume, 1993, 31(12):
- 吕盘明. 基于单一非交错网格有限容积数值积分求解 N-S 方程的粘性分离流动数值分析. 中国工程热物理学会热机气动热力学学术会议文集, 1994: II- 62
- 严明. 压气机端弯叶片的理论、实验和应用研究: [博士论文]. 北京航空航天大学, 1998

(责任编辑 杨再荣)

compressor were investigated in detail. The experimental results show that all these factors have a great effect on the rotor– stator interaction. The incidence change caused by the velocity defect in the rotor wake has a major impact on the unsteady pressure distribution and lift of the stator blade. The amplitude of the pressure fluctuation reaches maximum at the blade leading edge and decays rapidly towards the trailing edge on the pressure side. The interaction intensifies with the decrease in the mass flow or the increase in the rotation speed. The results of the investigation on the influence of axial gap between rotor and stator ($\tilde{l}$) show that, the unsteady pressure distribution and the lift of the stator blade fluctuate strongly as $\tilde{l} < 0.4$, and the fluctuation intensity decreases quickly as $\tilde{l}$ increases.

Key Words Blades Unsteady aerodynamics Experiment
Aerodynamic characteristics

SIMULATION OF VORTEX STRUCTURE IN BOWED BLADE CHANNEL

Wang Songtao, Wang Zhongqi, Yuan ning, Feng Guotai
(2nd Dept. Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

ABSTRACT

Flow fields in a bowed and a straight turbine blade channels were simulated with 3D N– S solver. Generation and development of horse vortex and passage vortex were also considered in detail. There is distinguished difference between topological structure of passage vortex in the bowed blade and that in the straight blade. The passage vortex core is changed from unsteady focus point in the straight blade channel to steady focus point in the bowed blade channel in the most part of the domain. The effect of the topological structure flow pattern difference on energy loss was also analyzed. The steady passage vortex core not only makes passage vortex more tight, but also is beneficial to wrap low energy fluid cumulating in corner into passage vortex to reduce the energy loss of the secondary flow.

Key Words Cascades Flow fields Numerical models

A 3– D VISCOUS NUMERICAL SIMULATION FOR STATIC COMPRESSOR CASCADE

Yan Ming and Peng Zeyan

(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT

A 3– D viscous numerical simulation was completed for the plane cascade flow fields of end– bend and original blade with the helps of pressure– based method of N– S equations and a K– ϵ two equations model. In the case of using simple stagger grid, by the way of velocity modification for calculating flux of a control volume, the well– known problem of checkerboard distribution of pressure and velocity fields in the pressure– based method is well settled. The accuracy and reliability of this numerical simulation are verified with the experimental data.

Key Words Cascades Flow fields Numerical models