

# SQP 方法在航空发动机加速过程控制中的应用研究

中航技国际支持公司

陈光明\*

西北工业大学

樊 丁

**【摘要】** 本文研究了采用非线性规划方法中的序列二次规划最优化方法解决涡轮风扇发动机加速过程的最优控制问题。在研究中,考虑了发动机加速过程中的压气机喘振边界、涡轮最高温度限制、转子最高转速限制、燃烧富油熄火限制等各种约束条件,以及执行机构的惯性、延迟等机械特性。仿真结果表明:应用序列二次规划法进行加速最优控制是可行的,发动机在加速过程中能准确地沿着各约束边界进行加速,从而充分发挥了发动机的潜力,大大地改善了发动机的加速性。

主题词: 航空发动机 非线性规划 最优化 控制

分类号: V233.751

## 1 引 言

现代高性能的航空发动机在加速过程中,除供油量外,还有尾喷口喉部面积,涡扇发动机风扇导流叶片可变角度,高压压气机前几级静止叶片的角度等控制作用量。另一方面,在发动机的加速过程中还存在着许多约束(如喘振、超温、超转及富油熄火等),限制了控制作用量的变化速率及幅度。为了使发动机能够尽可能快地加速,理想的情况是使发动机(在一定的裕度下)沿着这些约束的边界进行加速,这样的加速过程即是最优的。由于上述各控制作用量间的相互耦合及各约束边界和发动机这一被控对象自身的特性将随发动机的工作及飞行状态的变化而变化,从而使最优加速控制的难度更大。

我们可将航空发动机加速控制设计问题,看做是一个非线性动态规划问题。目前,序列二次规划法(Sequential Quadratic Programming)成为公认的当今求解光滑的非线性规划问题的最优秀方法之一。该方法的突出特点是:具有良好的全局收敛性和局部超一次收敛性,迭代次数少,并具有很强的沿约束边界进行搜索的能力。因此,对于解决像航空发动机加速优化控制这样优化变量少、约束条件也不多的优化问题是非常适宜的。

## 2 SQP 方法在航空发动机加速过程控制中的应用

### 2.1 基本理论

典型的非线性规划问题可表示成如下形式:

$$\min f(x); \text{ s. t. } h_i(x) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m_e); g_i(x) \geq 0 \quad (i = m_e + 1, \dots, m) \quad (1)$$

其中: 目标函数  $f(x)$ , 约束函数  $g_i(x)$  和  $h_i(x)$ , 均为定义于  $R^n$  中的二阶连续可微函数。

根据序列二次规划方法的设想, 将求解式 (1) 转换为求解一系列二次规划问题, 为确保  $\{x^{(0)}, \dots, x^{(k)}\}$  向问题 (1) 的可行点接近, 目标函数也一定逐步下降。可进一步将求  $x^{(k+1)}$  的二次规划问题改为求搜索方向的二次规划问题。这样可以得到如下形式的二次规划:

$$\min z^T \nabla f(x^k) + \frac{1}{2} z^T B^k z; \text{ s. t. } g(x^k) + \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} z \geq 0; h(x^k) + \frac{\partial h(x^k)}{\partial x} z = 0 \quad (2)$$

并通过步长的选取, 使由:

$$x^{k+1} = x^k + a^{k+1} \cdot z^{k+1} \quad (3)$$

获得的迭代点序列  $\{x^{(0)}, \dots, x^{(k)}\}$  能向 (1) 的最优解逼近。最后, 只要能够确定正定矩阵序列  $\{B^k\}$  和序列  $\{a^k\}$ , 问题 (1) 就可以得到解决。

这里我们采用了如下形式的公式来更新矩阵  $B^k$ 。

$$B^{k+1} = B^k + \frac{\tilde{y}^k (\tilde{y}^k)^T}{(\tilde{y}^k)^T \tilde{s}^k} - \frac{B^k s^k (s^k)^T B^k}{(s^k)^T B^k s^k} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} s^k &= x^{k+1} - x^k, \quad \tilde{y}^k = \theta y^k + (1 - \theta) B^k s^k \\ y^k &= \nabla_x L(x^{k+1}, \lambda^{k+1}, \mu^{k+1}) - \nabla_x L(x^k, \lambda^k, \mu^k) \\ \theta &= \begin{cases} 1 & (s^k)^T \cdot y^k \geq \beta \cdot (s^k)^T \cdot B^k \cdot s^k \\ \frac{(1 - \beta) \cdot (s^k)^T \cdot B^k \cdot s^k}{(s^k)^T \cdot B^k \cdot s^k - (s^k)^T \cdot y^k} & (s^k)^T \cdot y^k < \beta \cdot (s^k)^T \cdot B^k \cdot s^k \end{cases} \end{aligned}$$

其中:  $\beta$  为大于零的常数, 一般取  $0.1 \leq \beta \leq 0.2$ 。

至此, 在理论上保证了其局部收敛性。采用如下形式的罚函数进行一维搜索, 即可保证其全局收敛性。

$$F(x, r) = f(x) + r \cdot \left[ \sum_{i \in E} |h_i(x)| + \sum_{j \in K} |\min\{0, g_j(x)\}| \right] \quad (5)$$

其中:  $E = \{1, 2, \dots, m_e\}; K = \{m_e + 1, \dots, m\}; r$  是罚因子且大于零, 方括号中的项表示可行性程度。若是可行点, 则此项值为零, 随着  $x$  远离可行域, 它将取得更大的值。

罚因子  $r$  的确定方法: 设  $z^k$  是问题 (3) 的  $K-T$  点,  $\lambda^k$  和  $\mu^k$  是相应的 Lagrange 乘子, 则对于上式定义的罚函数  $F(x, r)$ , 且有  $F(x^k + \alpha \cdot z^k, r)$  在  $r=0$  处可微, 如果满足以下两个条件:

$$(z^k)^T \cdot B^k \cdot z^k > 0; \quad r > \max\{|\lambda_i|, |\mu_j|, i \in E, j \in K\}$$

则  $z^k$  是罚函数 (5) 在  $x^k$  处的下降方向。即:  $F(x^k + \alpha \cdot z^k, r)|_{\alpha=0} < 0$

根据这个定理, 沿  $z^k$  方向对罚函数进行一维搜索, 就可以找到满足  $F(x^k + a^k z^k) < F(x^k)$  的步长  $a^k$ 。于是, 由式 (3) 得到下一迭代点。

## 2.2 具体应用

我们选择的指标函数是: 加速时间最短及保持涡轮温度为最大允许值(以充分发挥发动机的潜力)等两项。选择的约束函数为: 加速过程中压气机不喘振、燃烧室不富油熄火、发动机转子不超转等三项(涡轮温度不超温这项约束已包含在第二项指标函数中了)。而在仿真研究中, 考虑到工程实际中发动机燃油系统存在惯性、滞后以及输出极限的限制, 又增加了最大供油量增加和减少速率限制, 最大供油量限制等三个约束条件, 同理还增加了尾喷口面积的最大、最小极限和尾喷口面积变化速率限制这三项约束。所以仿真研究时的指标函数为两项, 约束函数为九项。

### 3 仿真结果及结论

#### 3.1 序列二次规划法边界搜索能力的检验

仅为检验沿相应约束边界的搜索能力,所以相应的约束曲线随意给定,但低于正常情况所允许的值。同时,放松了其它无关约束条件,以确保所研究的约束起作用。为节省篇幅,仿真曲线仅给出了相关的一条。各图中的细实线为给定约束。加速区间为高压转子转速从 11775 r/min 到 16000 r/min。

**温度边界** 加速过程中,涡轮温度变化情况如图 1 所示。

**喘振边界** 加速过程中,高压压气机压比变化情况如图 2 所示。

**富油边界** 加速过程中,油气比变化情况如图 3 所示。

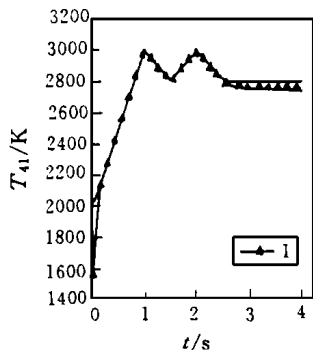


图 1 涡轮前温度变化曲线

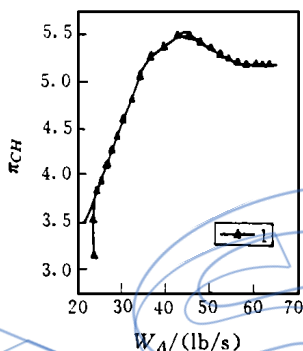


图 2 高压压气机压比随空气流量变化曲线

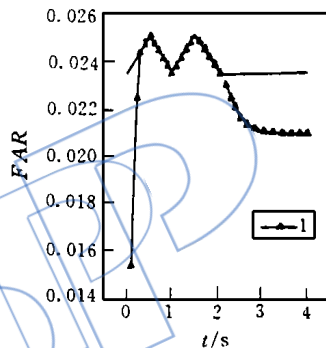


图 3 油气比变化曲线

**最高转子转速边界** 降低最高转子转速  $nh_{\max}$  至 15500 r/min, 而加速终点仍为 16000 r/min 仿真得到供油量、高、低压转子转速的变化曲线如图 4~6 所示。

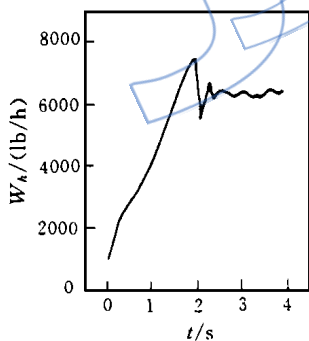


图 4 供油量变化曲线

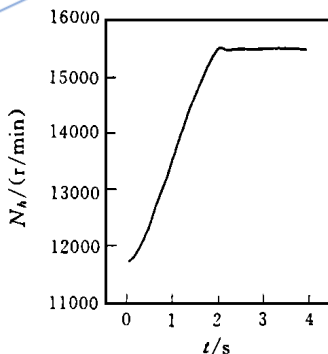


图 5 高压转子转速变化曲线

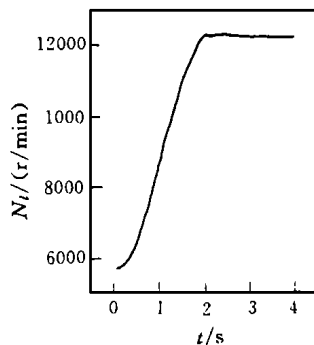


图 6 低压转子转速变化曲线

这些曲线充分地说明序列二次规划法具有很强的沿边界搜索能力。

#### 3.2 双变量全加速过程寻优控制

标准大气条件下从地面慢车状态到非加力最大状态的全加速过程寻优控制仿真曲线如图 7~图 10 所示。仿真指标函数及约束如 2.2 所述。从图中可以看出,加速初期,供油量为一直

线,这是受到最大供油量增加速率约束的结果。由于供油量的迅速增加,油气比约束先产生作

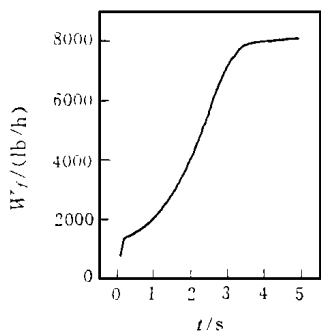


图 7 供油量变化曲线

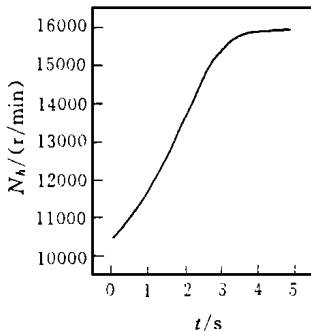


图 8 高压转子转速变化曲线

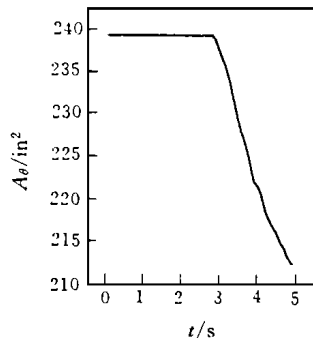


图 9 尾喷口变化曲线

用紧接着喘振约束也产生了作用,它们使供油量增幅变缓。另一方面,保持涡轮温度为最大允许值这一指标函数,使涡轮温度处于最大值附近。加速后期,转速趋向希望值,涡轮温度开始下降,这时尾喷口面积减小,以使涡轮温度保持较大值。全加速过程只用 4 秒左右时间即完成,与该发动机在原控制器作用下相比,加速过程明显变快(原发动机全加速过程 6 秒左右)。

### 3.3 结 论

(1) 序列二次规划法迭代次数少,收敛速度快(在 386/40 微机上仿真 4 秒的寻优加速控制过程,在没有对屏幕及硬盘操作的情况下,计算时间为 25 秒钟左右),具有全局收敛性以及很强的沿边界搜索的能力,比较适于解决航空发动机加速过程控制这样的问题。

(2) 使用序列二次规划算法寻优发动机的加速过程,可以在保证发动机安全性的前提下,显著改善发动机的加速性。

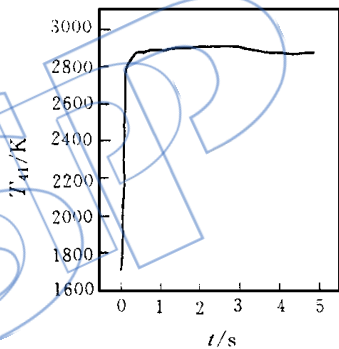


图 10 涡轮前温度变化曲线

### 参 考 文 献

- 1 Skire C A, Dehoff R L, Hall W E. Design Evaluation and Test of the F100 Turbinefan Engine System Control. Inc 1980
- 2 Junxiang Liang, Bruce K W. Constrained Nonlinear Optimal Jet Engine Acceleration Control. AIAA- 88- 3178 1988

(责任编辑 王震华)

to calculate the transient temperature fields of this system after LOL and the models for power losses and heat transfer (convection) coefficients are established. In these models, the time- variance characteristics of thermal physical parameters, such as viscosity, thermal conductivity are considered. A computer program is worked out for calculating the transient temperature fields of the system on the basis of these models. In the computation, the calculation results of the steady state temperature field in the transmission system are used as initial values of the transient temperature fields and the time steps are properly controlled so as to prevent " data oscillation". The transient temperature fields of the gear transmission system are obtained from the computation and can serve for predicting the survivability of the gear transmission system.

**Key Words** Gear transmission Temperature field Thermal analysis

## APPLICATION OF SQP TO ACCELERATION CONTROL OF TURBOFAN ENGINE

**Chen Guangming**

*(China National Aero- Technology Import and Export Corporation)*

**Fan Ding**

*(Northwestern Polytechnical University)*

### ABSTRACT

The optimal control for turbofan engine acceleration control has been investigated. The optimal method used in this paper is Sequential Quadratic Programming (SQP), one of the most successful methods for solving nonlinear constrained problem. Many limits in the process of engine acceleration have been studied such as compressor surge margin, overtemperature limit, overspeed limit, rich extinction in combustor, the maximum fuel flow and limit of the actuator property. The results of simulation show that SQP method is suitable and feasible in solving the problem of aero- engine acceleration control; the engine potentialities are brought into full play and the engine acceleration performance is improved greatly.

**Key Words** Nonlinear programming Optimazation Control

## MODELLING AND SIMULATION OF MAIN FUEL CONTROL SYSTEM FOR A TURBOFAN ENGINE

**Cheng Tao, Qi Ying, Meng Qingming**

*(4th Dept. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)*

### ABSTRACT

A turbofan engine and its main fuel control system with hydromechanical regulator are studied. The rotational speed control system and the acceleration control system are modelled according to the analysis of the engine control program. The temperature sensor, temperature amplifier and blade control system are also modeled. According to these mathematical models, all systems are simulated with the SIMULINK in toolbox of MATLAB. This work has important value for further research and improvement in the engine main fuel control system.

**Key Words** Turbofan engine Fuel regulator Model Simulation