

文章编号: 1000-8055(2000)01-0105-04

变比热激波关系式 及其在高超声速进气道计算中的应用

秦立森

(中国科学院 工程热物理研究所, 北京 100080)

摘要: 本文根据空气热力性质表建立了空气热力性质的解析表达式, 从气动热力学基本方程和激波前后比热比不同出发建立并推导出完全变比热激波方程组及其解法。对分别使用变比热激波关系式与定比热激波和等熵流关系式计算结果进行的比较表明, 使用变比热激波关系式进行高超声速进气道气动热力学分析计算, 能够减少定比热假定产生的偏差, 提高计算准确性。

关键词: 超音速; 进气道; 热力计算

自由词: 变比热; 激波关系式

中图分类号: V 211. 48; V 231. 1

文献标识码: A

1 前言

为满足空气和燃气变比热计算的需要, 起初采用预先编制的空气和各种成分燃气的热力性质表^[1, 2], 或平均比热图表^[3], 以及对比热不变的计算所作的修正系数^[4]。后来通过对各种典型计算的结果进行滞止温度比热比归纳, 得到超声速膨胀与压缩过程中变比热对气动参量变化的影响及其近似解法^[5]。80, 90 年代以来, 随着计算机和计算技术的发展, 提出了燃气的热力性质数学公式表示法^[6], 以及采用静态、滞止状态、临界状态和激波前、后等两两状态之间平均比热和比热比求解变比热气功函数和正激波和斜激波的解析解法^[7~10]。这些解法都采用了平均的概念, 而且相当复杂。本文从气体的热力性质是状态函数这一基本概念出发, 考虑到比热比跨越激波的突跃, 而没有使用任何平均的概念, 建立了严格的变比热激波方程, 推导出相应的激波关系式, 利用气体热力性质解析表达式, 获得了数值计算方法, 编制了计算机程序, 对高超声速进气道混合压缩斜、正激波系进行了数值计算, 并与文献[5, 8, 9]的正激波和文献[10]的斜激波计算结果进行了比较, 得到比较满意的结果。

2 变比热激波方程组及其解法

在建立变比热激波方程组时, 我们将气体当作半完全气体, 即气体仍适用状态方程, 但考虑比热等热力性质随温度的变化及其对激波关系式的影响。采用温度的 5 次幂级数多项式近似表示空气的焓如下^[6]:

$$h(T) = B_0 + B_1T + B_2T^2 + B_3T^3 + B_4T^4 + B_5T^5 \quad (1)$$

其它主要热力性质的计算方法与通常热力学方法相同, 但在等熵过程中压力须采用相对压力函数计算^[2]。本文根据空气的热力性质表^[1], 采用曲线拟合的方法, 得到在 55~2044 K 温度范围内适用的解析式系数 ($B_0 = 28.57741, B_1 = 100774.9, B_2 = -803.3688, B_3 = 197.0184, B_4 = -9.327604, B_5 = 0.1481819$), 从而可由温度求焓和其它参数, 或由已知焓反求温度和其它参数。

首先考虑二维斜激波。当超声速气流因凹角壁面向内折转 δ 角时, 产生激波角为 β 的斜激波。由于激波前、后的温度发生突跃, 所以在变比热条件下, 比热比 k 也发生突跃。以激波面前、后作为控制体的前、后表面, 分别以下标 1 和 2 表示, 以下标 n 和 t 分别表示激波面的法向和切向, 可

收稿日期: 1999-01-29; 修订日期: 1999-04-30

作者简介: 秦立森(1944-), 男, 副研究员, 中国科学院工程热物理研究所 100080

以得到连续方程、动量方程、能量方程等基本方程。

由斜激波定义, 连续方程可写成:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\tan \beta}{\tan (\beta - \delta)} \quad (2)$$

由连续方程和动量方程, 利用状态方程和音速方程, 并令:

$$x = k_1 M a_{1n}^2, \quad y = k_2 M a_{2n}^2 \quad (3)$$

经过推导, 可得到如下方程:

$$\frac{1+x}{1+y} = \frac{x \rho_1}{y \rho_2} \quad (4)$$

解之得:

$$y = \left[\frac{1+x}{x} \right] \frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \quad (5)$$

以及

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1+x}{1+y} \quad (6)$$

利用焓的解析表达式(1)和音速方程, 能量方程可化为:

$$\begin{aligned} h(T_1) + \frac{1}{2} x R T_1 \\ = h(T_2) + \frac{1}{2} y R T_2 \end{aligned} \quad (7)$$

由状态方程可得:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{T_1}{T_2} \quad (8)$$

利用公式(6)和相对压力函数 π_0 可求出激波前后总压比

$$\begin{aligned} \frac{p_{20}}{p_{10}} &= \frac{p_{20}}{p_2} \frac{p_2}{p_1} \frac{p_1}{p_{10}} \\ &= \frac{\pi_{02}}{\pi_{01}} \frac{p_2}{p_1} \frac{\pi_{01}}{\pi_{00}} \end{aligned} \quad (9)$$

方程(2)~(8)是以 $x = k_1 M a_{1n}^2, y = k_2 M a_{2n}^2$ 为主变量的变比热斜激波方程组, 可通过迭代求解, 根据激波角 β 的误差判断收敛后, 由(9)求出 p_{20} , 最后利用状态方程计算 ρ_2 和 ρ_{20} 等。

对于二维正激波的情况, $\delta = 0, \beta = 90^\circ, W_{1t} = W_{2t} = 0$, 上述斜激波方程组中的 W_{1n} 和 W_{2n} 应分别改成 W_1 和 W_2 , 方程(3)~(8)构成以 $x = k_1 M a_{1n}^2, y = k_2 M a_{2n}^2$ 为主变量的变比热正激波方程组, 迭代求解过程中根据密度比 ρ_2/ρ_1 的变化判断收敛程度。

3 高超声速进气道计算结果分析

3.1 来流的滞止参数

来流的总压、总温等参数计算对进气道的性

能(如总压恢复系数等)和发动机的强度和材料选择具有重要的意义, 图 1 和图 2 是分别采用定比热等熵关系式和变比热计算所得来流温度、压力及其滞止参数的比较。从图中可以看出, 超声速流动当 Ma 数较低时, 两种方法计算结果差别不大; 而 Ma 数越高, 定比热与变比热相比, 计算出的总温越偏高 ($Ma = 8$ 时约高 18%), 总压越偏低 ($Ma = 8$ 时约低 38%)。

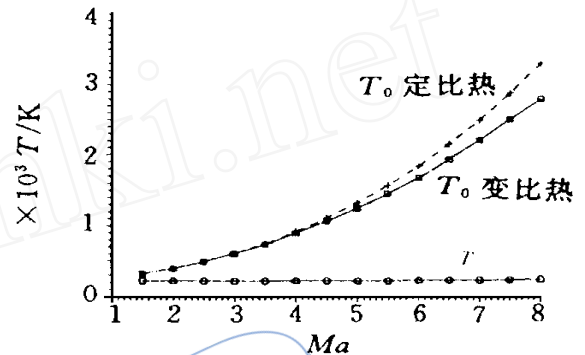


图 1 大气温度、来流滞止温度计算结果比较

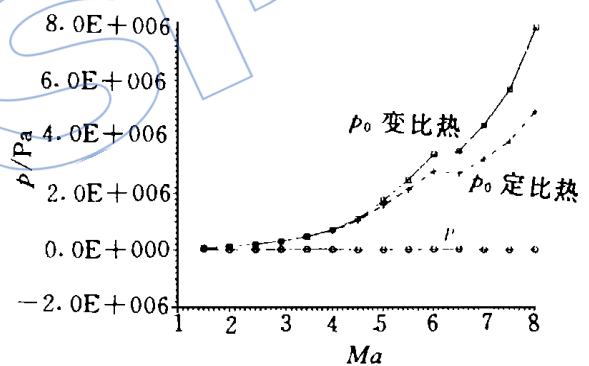


图 2 大气压力、来流滞止压力计算结果比较

3.2 进气道混合压缩激波系

本文采用变比热激波关系式对飞行迹线各点进气道混合压缩激波系(一般由三道外压缩斜激波、二道内压缩斜激波和最后一道正激波组成)进行了详细计算, 表 1 上半部分给出了对飞行迹线各点假定的一道斜激波分别采用变比热和定比热 ($k = 1.4$) 斜激波关系式所得计算结果 ($Ma \geq 5$ 部分) 比较。表 1 下半部分则是假定上述飞行迹点为正激波时的计算结果比较。由表 1 可见, 定比热与变比热计算相比, 随着波前法向 Ma 数的提高, 波后 Ma 数、温度和总压恢复逐渐偏高, 而波后静压则逐渐偏低。

表 1 变比热和定比热斜激波和正激波计算结果比较

Ma_1		$\delta/(^\circ)$	$T_1/(K)$	Ma_2		T_2/T_1		p_2/p_1		p_{20}/p_{10}	
				变比热	定比热	变比热	定比热	变比热	定比热	变比热	定比热
斜激波 计算结果比较	8.0	24.0	239.28	3.4926	3.3069	4.1010	4.3299	19.9836	20.1940	0.1185	0.1195
	7.0	22.0	230.97	3.4998	3.3964	3.1837	3.2657	13.7702	13.8302	0.2200	0.2197
	6.0	20.0	224.03	3.4269	3.3803	2.4755	2.4960	9.2421	9.2458	0.3771	0.3764
	5.0	18.0	220.56	3.2290	3.2123	1.9573	1.9584	6.0819	6.0727	0.5782	0.5778
正激波 计算结果比较	8.0		239.28	0.3731	0.3929	11.4903	13.3867	77.5147	74.5000	0.0054	0.0085
	7.0		230.97	0.3791	0.3974	9.3511	10.4694	58.8619	57.0000	0.0113	0.0154
	6.0		224.03	0.3914	0.4042	7.3034	7.9406	42.9527	41.8333	0.0246	0.0297
	5.0		220.56	0.4086	0.4152	5.5008	5.8000	29.5757	29.0000	0.0562	0.0617

3.3 总压恢复系数

进气道的总压恢复系数的计算对进气道损失和需要面积的计算有很大影响,常用的由动能效率计算总压恢复系数的ONERA 经验公式是:

$$\sigma_{g0} = \left[1 + \frac{k-1}{2} Ma_\infty^2 (1 - \eta_{KE}) \right]^{-\frac{k}{k-1}} \tag{10}$$

采用变比热、定比热以及ONERA 公式(取 $\eta_{KE} = 0.94$)3种方法的计算结果比较见图3。

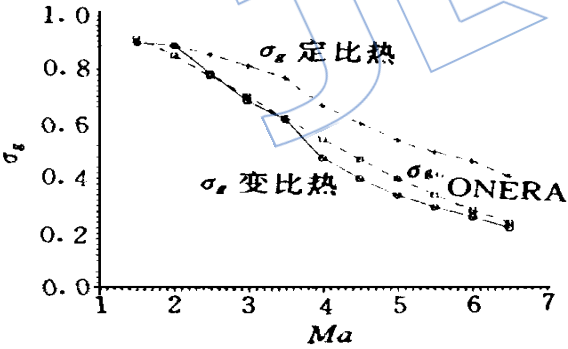


图 3 进气道总压恢复系数 σ_g 计算结果比较

由图可见,变比热法与ONERA 经验公式计算的总趋势比较接近,但在高 Ma 数时稍低,而定比热法则比ONERA 公式高出很多。

3.4 密流比和等熵密流函数

在定比热等熵流气流截面面积计算中,通常采用密流函数 $q(k, M)$ 或 $q(k, \lambda)$

$$\frac{S}{S_\infty} = \left[\frac{q(k, \lambda_\infty)}{q(k, \lambda)} \right] \sigma_\infty \tag{11}$$

其中 σ_∞ 为来流到最后一道正激波前或后的总压恢复系数。然而在高超声速流动中,比热的变化使压力与总压、温度与总温、密度与总密度之间对应

的等熵关系式不复存在,只能根据密流比的定义用连续方程:

$$S/S_\infty = \rho_\infty w_\infty / \rho_w \tag{12}$$

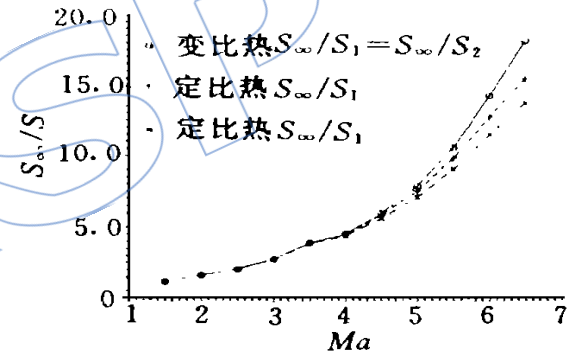


图 4 进气道密流比计算结果比较

来计算捕获面积。图4是分别采用定比热($k = 1.4$)密流函数法和变比热相对压力函数法,在不同来流 Ma 数下所得密流比(气流截面积比)比较。其中 ∞ 为来流,1和2分别为进气道最后一道正激波前后,定比热采用公式(11),变比热采用公式(12)。从计算结果看出,当来流 Ma 数不高时,使用变比热密度乘速度或定比热密流函数,对于气流截面积的计算结果影响不大;但随着 Ma 数的增高,不同算法之间的差别会愈来愈大,当 $Ma = 6.5$ 时,相对误差达到14.6%,结果将直接影响进气道捕获面积的计算。

4 几种变比热激波计算方法的比较

对于文献[5, 8, 9, 10]所载的几个算例,分别采用定比热、本文推导的变比热激波关系式进行了验算。结果分析表明,本文变比热计算与定比热计算相比,波后 Ma 数、温度、尤其是总压均偏低,

波后静压均偏高,且波前 $M a$ 数越高,相差越大; 比较接近。本文仅列与文献[5, 8]的正激波比较于
本文变比热与另外 3 种变比热算法相比,结果都 表 3(其中 $M a_1=5.0$)。

表 3 定比热和几种变比热方法正激波计算结果比较

	$T_1/(K)$	$M a_2$	$T_2/(K)$	T_2/T_1	p_2/p_1	p_{20}/p_{10}
定比热		0.4152	1612.40	5.80	29.0000	0.06172
变比热[文献 5]	278	0.4060	1495.00	5.3800	29.0000	0.0534
变比热[本文]		0.4038	1495.17	5.3783	29.7026	0.0529
变比热[文献 8]	222	0.4086	1217.94	5.4862	29.4989	0.0567
变比热[本文]		0.4084	1220.45	5.4975	29.5797	0.0561

5 结 论

本文从气动热力学基本方程和激波前后比热比不同这一基本概念出发,建立了严格的变比热激波方程组,推导出相应的激波关系式,利用根据空气热力性质表建立的空气热力性质解析表达式,建立了变比热激波方程组的数值解法。在高超声速进气道计算中,对分别使用变比热激波关系式与定比热激波关系式计算结果进行的比较表明:在高 $M a$ 数时,定比热计算的来流总温偏高,总压偏低;激波后 $M a$ 数、温度和总压恢复偏高,而静压则偏低。

进气道总压恢复系数偏高;使用等熵密流函数计算捕获面积比偏低;使用变比热激波关系式进行高超声速进气道气动热力学分析计算,能够避免定比热假定产生的偏差,提高计算准确性。与定比热计算及文献[5, 8, 9, 10]的变比热激波计算方法进行的比较表明,本方法概念明确、方程比较简洁,结果是可信的,能够满足工程实际需要。

参 考 文 献

1 Keenan J H, Kaye J. Gas Tables[M]. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1945

2 吴仲华. 燃气的热力性质表(增订版)[M]. 北京: 科学出版社, 1959

3 Hall N A. Mean Specific Heats for the Working Media of Gas Turbine Powerplants[J]. S. A. E. Trans. July, 1947

4 Durham F P. Supersonic Flow with Variable Specific Heat [J]. Journal of App. Mech Mar. 1952

5 吴仲华. 燃气和空气的变比热超声速膨胀与压缩过程[J]. 机械工程学报, 1962, 10(4): 1- 44

6 张世铮. 燃气热力性质的数学公式表示法[J]. 工程热物理学报, 1980, 1(1): 10- 16

7 崔济亚. 变比热气功函数式及计算的准确解和近似解[J]. 工程热物理学报, 1986, 7(3): 201- 205

8 崔济亚. 变比热气功函数式的简化及正冲波解析解[J]. 工程热物理学报, 1990, 11(2): 123- 125

9 崔济亚. 改进的变比热正冲波解析解[C]. 中国工程热物理学会第八届年会论文集(第二分册): 热机气动热力学, 推进技术, 1992, (6): 1- 5

10 崔济亚. 变比热斜冲波解析解[C]. 中国工程热物理学会热机气动热力学学术会议论文集, 北京: 1994, III- 9- 16

(责任编辑 杨再荣)

Solution of Shock with Variable Specific Heat
for Calculation of Hypersonic Inlet

Q in L isen

(Institute of Engineering Thermophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: The shock equations with fully variable specific heat are derived from the fundamental aerothermodynamic equations, considering different specific heats across the shock. A method for their solution is provided. From the comparison between the solutions with constant and variable specific heat, it can be concluded that the former gives: (1) higher total temperature, lower total pressure; (2) higher Mach number, temperature and total pressure recovery, but lower static pressure behind the shock; (3) higher total pressure recovery of the inlet; (4) lower caught area ratio than the latter at high Mach number.

Key words: supersonic velocity; inlet chambers; thermodynamic calculation

