

文章编号: 1000-8055(2000)03-0325-03

结构热动力响应分析有限元方法

吴恒安 梁海弋 王秀喜

(中国科学技术大学 力学和机械工程系, 安徽 合肥 230027)

摘要: 传统的热应力分析是把热载荷当作静态或者准静态载荷来处理, 在工程实际中如果温度的变化非常剧烈, 则该方法不能满足需要, 本文提出了一种结构在动态热载荷(包括热冲击)作用下响应的有限元求解方法, 算例表明该方法是可行的、正确的。

关键词: 有限元; 热应力; 热动力; 热冲击

中图分类号: V 231. 91

文献标识码: A

1 引言

在求解一般结构动力学问题时, 如果结构内部温度发生了显著变化, 就需要进行热动力分析。因为温度的变化必然导致结构内部的热变形, 这就是通常所说的温度载荷的作用, 同时结构的各种材料参数往往是温度的函数, 这些材料特性参数会随着温度的改变而变化, 这些都会对结构的响应造成直接的影响。热动力分析计入了这些影响, 从而能使计算结果更加接近实际情况^[1]。

热动力分析的核心是求解动态热应力。传统的热应力求解, 无论是理论^[2]还是计算软件^[3], 一般都认为温度变化缓慢, 而近似当作准静态问题处理。当剧烈的非稳态温度变化而产生高速的热变形时, 就必须研究动态热应力, 即考虑惯性影响。严格的说, 变形和热是相互耦合的, 但通常变形对温度的影响较小而被忽略。我们首先通过求解瞬态温度场而得到结构的随时间和空间变化的温度场, 然后把这个温度场作为载荷对结构进行动态热应力分析。

2 热动力响应方程和有限元列式

由于温度变化产生的热变形表达为:

$$\epsilon_{kl}^{\Delta T} = \alpha(T - T_0)\delta_{kl} \quad (1)$$

其中: δ_{kl} 为笛卡儿张量, $(T - T_0)$ 为温度的改变

量, α 是材料的热膨胀系数, 这是热弹理论中一个很重要的物理参量, 很多热应力都是由于物体不同部分的热膨胀系数不一致造成的。

热动力的基本方程同一般结构动力学基本方程相比, 差别仅仅在于物理方程:

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}(\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^{\Delta T}) \quad (2)$$

为对热作用的物理本质有一个更加深入的理解, 需要得到以位移表示的运动方程, 将物理方程中的四阶本构张量和热变形改写为用物理参数表示的基本形式, 再将平衡方程用位移表示, 经过一系列推导^[4], 并写成矢量形式最后得到:

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda + \mu) \text{grad div } u + F = \rho u'' + \mu^* u' + \gamma \text{grad } T \quad (3)$$

$$\text{其中 } \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \\ \gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha$$

E 为材料的弹性模量, ν 为材料泊松比, μ^* 是阻尼系数。

式(3)清楚的表明: 对于以位移表示的运动方程, 热的影响表现为一体积力项 $-\gamma \text{grad } T$, 这个体积力由温度的梯度决定, 并且与温度的梯度方向相反。

利用变分原理可以得到与热动力学问题基本控制方程对应的有限元法列式如下^[2]:

$$M \ddot{a} + C \dot{a} + K a = Q(t) \quad (4)$$

式中: 质量矩阵 M 、阻尼矩阵 C 和刚度矩阵 K 完

收稿日期: 1999- 08- 6; 修订日期: 1999- 12- 04

作者简介: 吴恒安(1975-), 男, 中国科学技术大学力学和机械工程系博士研究生

全同于一般动力学问题,只是节点载荷向量有所不同。

$$Q(t) = \sum_e Q^e(t)$$

$$Q^e(t) = \int_e N^T f dV + \int_{\sigma} N^T \bar{T} dS + \int_e B^T D \epsilon^{\Delta T} dV \quad (5)$$

(5) 式中右端第三项积分表示温度变化引起的热载荷。

很容易证明,对于一个边长为 $2a \times 2b$ 厚度为 d 的四节点矩形有限元,如果单元内产生均匀温度变化 ΔT ,则单元节点热载荷向量为:

$$Q_e^{\Delta T}(t) = \frac{E\alpha\Delta T d}{1-\nu} \cdot \{b \ a \ -b \ a \ -b \ -a \ b \ -a\}^T \quad (6)$$

注意(6)式中的 ΔT 不仅是空间的函数,也是时间的函数,所以热载荷附加项也是空间和时间的函数。(6)式的计算结果,我们可以用图 1 表示。

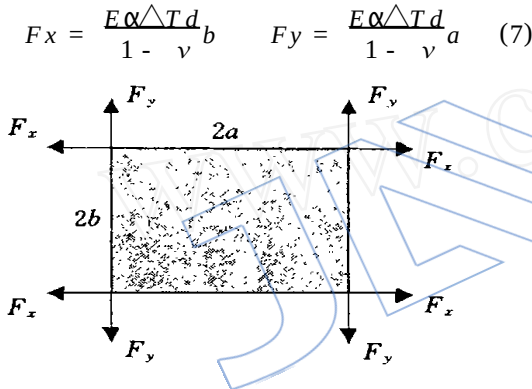


图 1 等效载荷示意图

由图可以看出,当单元受到热作用的时候,它相当于受到一“热膨胀力”,(7)式决定了这一膨胀力的大小,也揭示了与之有关的因素。

3 算例分析^[5]

考虑图 2 所示的模型, $1 \times 1 \text{ m}^2$ 弹性平板,厚度为 2 mm ,弹性模量 $E = 2.0 \times 10^{11} \text{ Pa}$,泊松比 $\nu = 0.3$,热膨胀系数 $\alpha = 1.4 \times 10^{-5}$,密度 $\rho = 8.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,结构的基频为 2620 Hz ,周期 $T_0 = 0.382 \text{ ms}$ 。平板初始温度为 0°C ,当温度准静态升高 100°C 时,按照一般静态热应力计算方法可以得到平板的变形和应力分布情况。静态结果为 A 点 Y 方向位移为 0.91 mm ,B 点 X 方向应力为 280 MPa 。

为验证本文所述理论的必要性和正确性,对

平板施加如图 3 所示的动态温度载荷,分别考虑 T

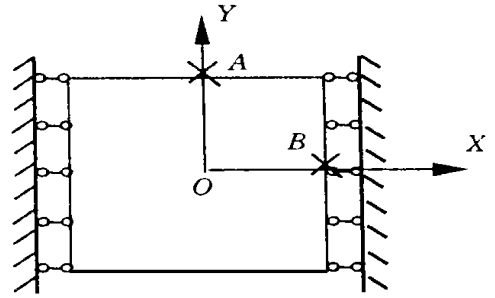


图 2 算例模型

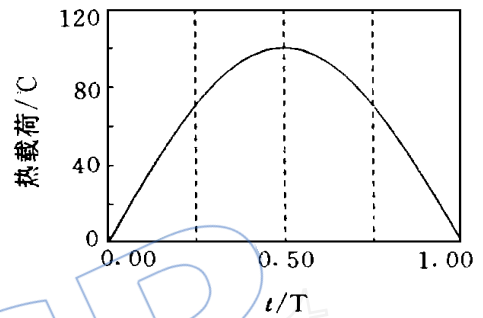


图 3 温度激励

$= 16T_0, 4T_0, 2T_0$ 和 T_0 4 种情况。利用本文提出的方法,可以得到结构在这些动态温度载荷作用下的位移和应力的时程响应。图 4 是 A 点的位移—时间曲线,图 5 是 B 点的 X 方向应力—时间曲线,准静态解是把温度载荷当作准静态载荷,用传统静热应力方法求解,再由线性叠加原理得到,它们均为半正弦波形。

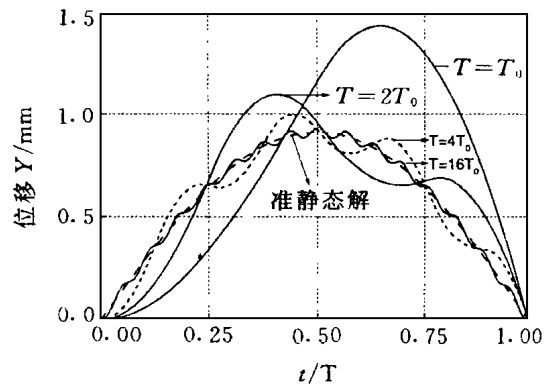


图 4 A 点的 Y 方向位移时间曲线

图 4 和图 5 计算结果表明: $T = 16T_0$ 时,动力解和准静态解很接近,也就是说当温度变化不是很剧烈时,传统的准静态处理方法是有效的。当 T 逐步减小时,响应的动态特征愈加显著,直到 $T = T_0$ 时,动力解和准静态解相差较大,动力解的位移值在 $t = 0.65T$ 时达到准静态解的 1.8 倍,动力

解的应力值在 $t=0.8T$ 时达到准静态解的 5 倍, 此

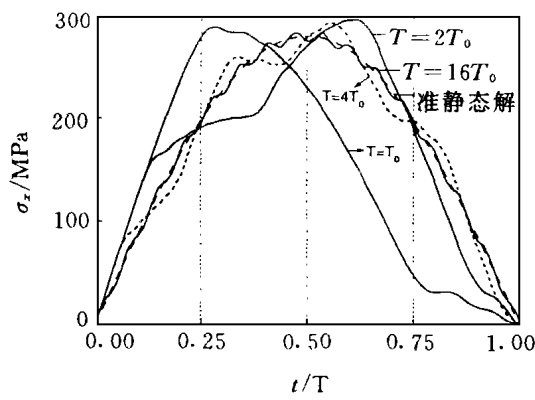


图 5 B 点的 X 方向应力时间曲线

时必须把随时间变化的温度载荷当作动载荷进行动力计算, 准静态计算不再适用。本算例位移响应与单自由度体系在半正弦波冲击载荷作用下的位移响应理论解^[6]相吻合, 并且当 $T \gg T_0$ 时收敛于准静态解, 而应力解在有限元计算中直接由位移解得到, 所以本算法的正确性得到了验证。

4 结 论

本文提出一种用有限元方法求解动态热应力问题的计算程式, 方法较为简单, 有一定的实用意义。应用该方法可以对大型有限元分析程序进行

改造, 扩充其功能, 使之能够处理一般结构的热动力分析, 包括冲击热载荷的响应分析。算例表明, 一般结构热分析按准静态处理还是适用的, 而对于结构温度急剧变化(热冲击), 该方法是必要的, 也是可行的、正确的。我们用该方法结合 MSC/PATRAN 程序中的 PCL 语言, 扩充了 MSC/NASTRAN 程序的功能, 并用于航空航天结构热动力响应分析, 得到了很好的结果。

致谢 本文作者感谢中国科技大学先进材料力学行为和材料设计研究实验室提供的大力支持和帮助。

参 考 文 献

- 1 Hetnarski R B. Special Issue on Thermal Stresses[J]. Appl Mech Rev, 199750(9):
- 2 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997
- 3 MSC/NASTRAN Users Manual[S]. 1998
- 4 Nowacki W. Dynamic Problems of Thermoelasticity [M]. PWN-Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1975
- 5 Bathe K J. Finite Element Procedures in Engineering Analysis [M]. P88, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1982
- 6 俞载道. 结构动力学基础[M]. 上海: 同济大学出版社, 1987

(责任编辑 王震华)

A Finite Element Method
for Thermal Transient Response of Structure

Wu Hengan, Liang Haiyi, Wang Xiuxi

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China
Hefei 230027, China)

Abstract Traditional thermal stresses analyses consider thermal load as static load or quasi-static load. When the temperature field of the structure varies drastically, these analyses can not satisfy the real need. A finite element method is presented for solving the response of structure under dynamic thermal load (including thermal impulse). A numerical example verifies the feasibility and validity of the presented method.

Key words: finite element method; thermal stress; dynamic thermo-elasticity; thermal impulse