

文章编号: 1000-8055(2002)03-0273-07

适用于激波/边界层相互作用的 线性涡粘性湍流模式

杨晓东, 马晖扬

(中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要: 本文选择了两个激波/边界层相互作用诱导分离的跨声速问题(轴对称圆弧突起和二维管道突起), 采用五个有代表性的湍流模式(BL 模式, $k-\epsilon$ 模式, $k-\omega$ 模式, SST 模式和双尺度模式), 通过将数值计算结果和实验结果进行比较, 对有关的湍流模式进行了评估和分析。

关键词: 跨声速流动; 湍流; 激波/边界层相互作用; 线性涡粘性模式

中图分类号: O 357.4⁺ 2

文献标识码: A

Assessment of Linear Eddy-Viscosity Turbulence Models in Shock/Boundary-Layer Interaction

YANG Xiao-dong, MA Hui-yang

(Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: Five popular turbulence models have been tested and validated against experimental data of two turbulent flows. The models are: (1) the zero-equation model of Baldwin-Lomax; (2) the two-equation $k-\epsilon$ model of Jones and Launder; (3) the two-equation $k-\omega$ model of Wilcox; (4) the two-equation $k-\omega/k-\epsilon$ SST model of Menter; (5) the two-scale $k-\epsilon$ model. The benchmark flows are two transonic flows over bump geometries with shock-wave/boundary-layer interaction including separation. The computational results demonstrate that the SST model yields superior performance and the zero-equation turbulence model does not provide satisfactory results.

Key words: transonic flows; turbulence; shock/boundary-layer interaction; linear eddy-viscosity models

1 引言

激波/边界层相互作用是空气动力学中一种重要的气动干扰现象。在航空工程中, 例如压气机通道内和涡轮叶片间的内部流动中, 以及绕过飞机机翼和直升机桨叶的外部流动经常会发生这种现象。激波的位置和强度, 以及由激波/边界层相互作用所诱导的流动的分离都会对飞行器气动性

能产生很大的影响。由于其复杂的流动机理, 对该流动现象的正确预估仍然具有相当的挑战性。

研究表明, 激波/边界层相互作用数值计算的准确程度主要取决于所采用湍流模式的精确度。线性涡粘性模式假设雷诺应力和平均应变间存在 Boussinesq 近似关系, 这对于完全发展的附体湍流边界层能够很好的模拟, 并且易于实施^[1, 2]。二阶矩封闭模式给出更为准确的雷诺应力的表达,

收稿日期: 2001- 09- 28; 修订日期: 2001- 12- 05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50076043)

作者简介: 杨晓东(1977-), 男, 山西太原人, 中国科学院研究生院硕士生

但为了得到稳定的数值解,需要更多的计算时间,对数值方法也很苛刻。在某些算例下,二阶矩封闭模式得到的结果并不如线性涡粘性模式。所以,线性涡粘性模式在计算准确性和计算机资源的利用上达到了一个最佳的平衡。

本文选择了5个有代表性的湍流模式,包括 Baldwin-Lomax 零方程模式 (BL), Jones-Launder $k-\epsilon$ 两方程模式 (JL), Wilcox $k-\omega$ 两方程模式 (W), Menter $k-\omega$ 剪切应力输运模式 (SST), 双尺度模式 (TS), 研究了典型的激波/边界层相互作用的流动: 轴对称圆弧突起跨声速绕流^[3] 和二维管道突起跨声速流动^[4]。计算结果给出了不同模式下壁面压力、壁面摩擦阻的分布,以及分离区附近平均速度、湍动能和湍流剪切应力沿径向的分布,还有位移边界层厚度和最大湍流剪切应力沿流向的分布,比较了上述五种模式的优劣,分析了产生差异的原因。

2 运动方程

研究湍流的基本方程是雷诺平均 N-S 方程,其守恒形式为:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j - \tau_{ij} + p \delta_{ij}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} [u_j (e + p) - u_i \tau_{ij} - q_i] = 0 \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(U_{i,j} + U_{j,i} - \frac{2}{3} U_{k,k} \delta_{ij} \right)$$

其中,雷诺应力为:

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} + \mu_t \left(U_{i,j} + U_{j,i} - \frac{2}{3} U_{k,k} \delta_{ij} \right) \quad (4)$$

3 湍流模式

3.1 JL $k-\epsilon$ 模式 (JL)

本文选择 Jones-Launder $k-\epsilon$ 模式^[5] 作为标准 $k-\epsilon$ 两方程模式。涡粘性定义为 $\mu_t = c_\mu f_\mu \rho k^2 / \epsilon$, 湍流输运方程:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho u_j k - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = \tau_{ij} S_{ij} - \rho \epsilon + \mathcal{Q} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\rho u_j \epsilon - \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] = c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \tau_{ij} S_{ij} - c_{\epsilon 2} f_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} + \mathcal{Q}_\epsilon \quad (6)$$

模式参数: $c_\mu = 0.09$, $c_{\epsilon 1} = 1.45$

$$c_{\epsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3$$

f_μ 和 f_2 是近壁衰减函数, $\mathcal{Q}$ 和 $\mathcal{Q}_\epsilon$ 是壁面项。

3.2 $k-\omega$ 两方程模式 (W)

$k-\omega$ 模式^[6] 在壁面附近较稳定,不需要壁面衰减函数。涡粘性为 $\mu_t = \rho k / \omega$, 湍流输运方程:

$$\frac{d \rho k}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma^* \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} S_{ij} - \beta^* \rho \omega k \quad (7)$$

$$\frac{d \rho \omega}{dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} \cdot \tau_{ij} S_{ij} - \beta \rho \omega^2 \quad (8)$$

模式参数: $\alpha = 5/9$, $\beta = 3/4$

$$\beta^* = 9/100, \quad \sigma = 0.5, \quad \sigma^* = 0.5$$

3.3 SST 两方程模式 (SST)

Menter^[7] 利用近壁附近 $k-\omega$ 模式的稳定性和边界层外部 $k-\epsilon$ 模式的独立性, 引用一混合函数把两种模式合并为一个模式。涡粘性定义为 $\nu_t = a_1 k / \max(a_1 \omega, \Omega F_2)$, 这里 Ω 是涡量的绝对值, F_2 是混合函数, $a_1 = 0.31$ 。 ν_t 的形式限制了边界层内过高的剪切应力,使之满足 Bradshaw 关于剪切应力的假设 $\tau = \rho a_1 k$, 反映了一定的非线性效应,可以较好地处理湍流剪切应力在逆压梯度边界层内的输运。

3.4 双尺度模式 (TS)

本文采用 Liu & Wu 的 $k-\epsilon$ 双尺度模式^[8]。选择了两个长度尺度,一个是典型大涡的尺度,其输运方程反映了大涡对湍动能产生的贡献。另一个是小涡尺度,主要贡献是湍动能的耗散,在小涡的输运方程中,大涡的能量耗散恰好成为小涡湍动能的来源。该模型简单而合理地反映了湍流的能量级串效应。

4 数值方法

采用体中心有限体积法,隐式求解 Favre 平均可压缩 N-S 方程和模式输运方程,在数值求解过程中,采用线松弛 Gauss-Seidel 算法和 Roe 近似,各变量离散中采用 Yee 的 minmod TVD 格式。平均量方程和湍流输运方程解耦进行,每一步得到的新的平均量立即代入模式输运方程求解,其对流项和生成项可以用最新的平均速度分布得到,这样既加速收敛,又减少了矩阵的体积。该算法计算稳定,可以使用较大的时间步长,可以较快地收敛到定常解。

表1 算例1: 不同湍流模式得到的激波位置、分离点、再附点以及最大马赫数与实验值的比较

模 式	BL	JL	W	SST	TS	实验
激波位置 x/c	0.76	0.67	0.67	0.63	0.68	0.63
分离点 x/c	0.77	0.70	0.70	0.65	0.94	0.70
再附点 x/c	1.05	1.03	1.07	1.18	1.05	1.10
最大马赫数	1.37	1.31	1.31	1.28	1.31	1.32

5 结果和讨论

5.1 算例1: 轴对称圆弧突起跨声速绕流

实验是由Bachab 和 Johnson^[3]在美国 Ames 跨声速风洞中完成的。一个弦长 c 为20.30 cm 的环形圆弧突起, 固定在平行于来流的圆柱上。自由来流马赫数 $M_{a\infty}=0.875$, 雷诺数为 $Re=13.6\times 10^6$ 。驻点总压95000 Pa, 总温302 K。

计算区域取为- 0.63 m 到0.887 m, 网格为 221×101 , 在壁面附近和干扰区域进行加密, 见图1。该网格保证了距离壁面最近的格点上 $y^+<0.5$ 。入口边界层厚度为4 mm, 入口值由计算 y 方向相同网格分布的圆柱绕流得到。壁面等温, 无滑移, 在亚声速出口处给定自由流线的静压。

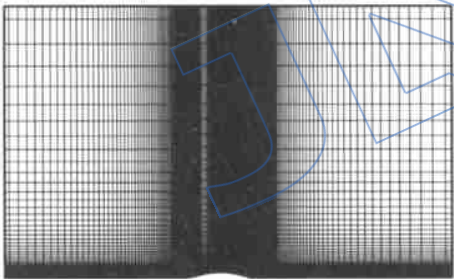


图1 轴对称圆弧突起 221×101 网格

图2表示壁面压力的分布, 压力分布曲线上

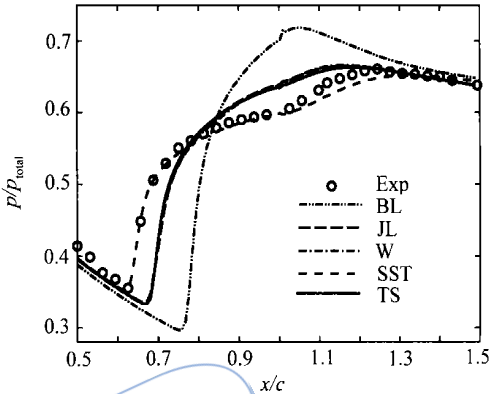


图2 算例1: 壁面压力分布

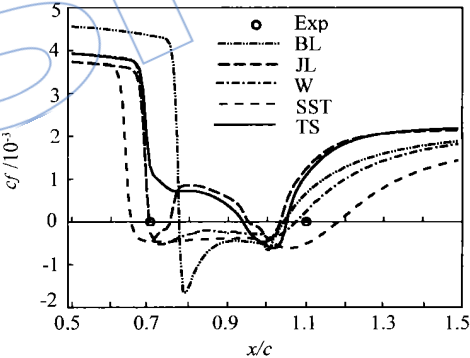


图3 算例1: 壁面摩擦分布

位于 $0.8<x/c<1.1$ 的平台区域可以检验模式模拟激波后流动分离的能力。BL 给出的压力值和实

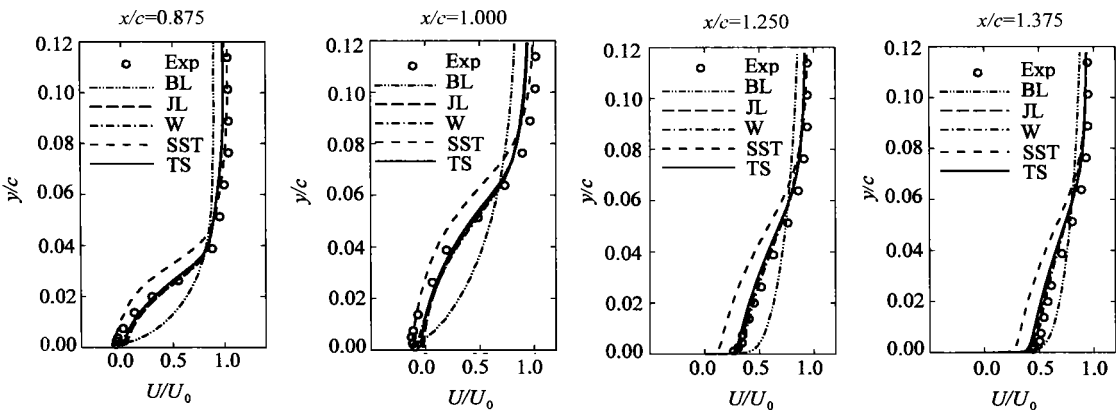


图4 算例1: 流向平均速度分布

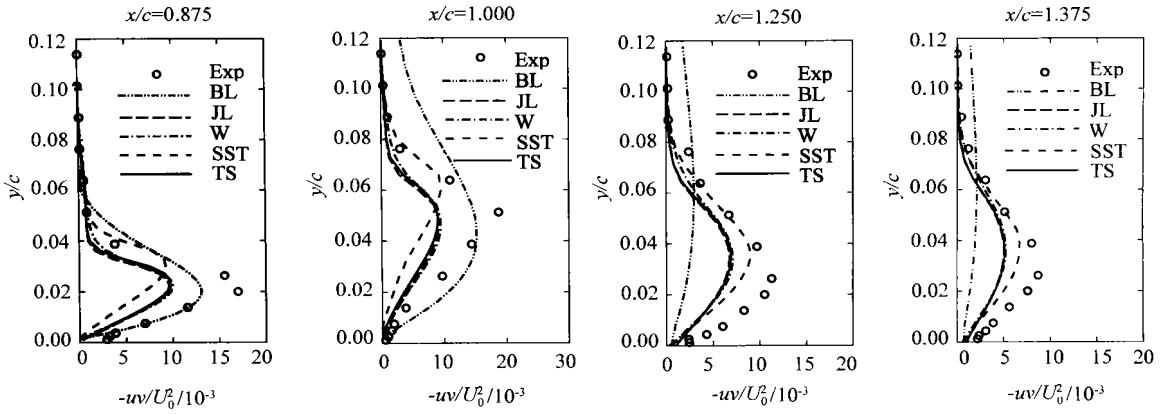


图5 算例1: 无量纲剪切应力剖面图

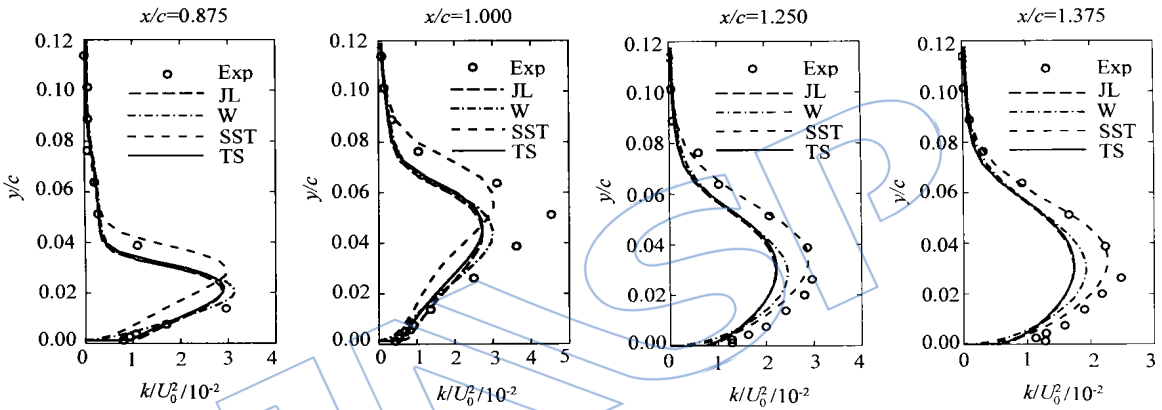


图6 算例1: 无量纲湍动能剖面图

验值差别最大, JL、TS 和 W 给出基本相同的结果, 模拟分离的效果稍好, SST 的结果最好。图3 表示壁面摩擦的分布, 可以看到, 所有的模式都表现出分离前摩擦的陡降和再附后摩擦的快速上升, 除了 BL, 其他模式在 $x/c=1.0$ 附近给出了摩擦的最小值。SST、W 对分离区给出了很好的估计, TS 对其估计不足, JL 只是反映出了分离点和再附点附近的特征, 对整个分离区模拟欠缺。表1 列出了由不同湍流模式得到的激波位置、分离点、再附点及最大马赫数与实验值之间的比较, SST 给出的激波位置与实验一致, W 模式得到的分离点、再附点以及最大马赫数与实验值最为接近。

图4 是在分离区附近 $x/c=0.875, 1.000, 1.250$ 以及 1.375 共4个站的径向平均速度剖面。除 BL 以外的各种模式给出的结果较好, W、TS 和 JL 正确地反映了平均流动的速度分布。由于 SST 对于边界层厚度估计稍大(见图8), 所以得到的平均速度比实验值稍小, 这与 SST 对分离区过大的估计是一致的。图5给出上述4个站的无量纲湍流剪切应力剖面。所有模式都低估了湍流剪切应力,

其中 BL 的结果最不可靠。在分离区内, JL、W 以及 TS 得到的剪切应力剖面分布趋势与实验符合较好, 由于 SST 计算的分离区稍厚, 致使剪切应力剖面有一个 y 方向的位移。在分离区外, $x/c=1.250$ 和 1.375 处, SST 较成功地模拟了湍流剪切应力分布。图6是无量纲湍动能剖面图, 各个模式的计算结果与湍流剪切应力结果类似, SST 比较充分地模拟了湍动能的分布。

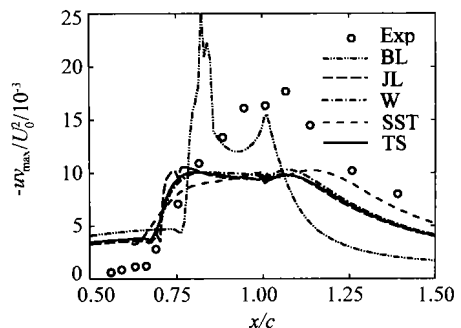


图7 算例1: 最大无量纲湍流剪切应力分布图

图7为最大湍流剪切应力分布图。在 $x/c=$

0.80到1.25之间, 最大剪切应力的计算结果低于实验值。图8是位移边界层厚度分布图, 所有模式都对最大位移边界层厚度及其位置估计准确, SST 给出的值稍大。图9是分别由W 和 SST 模式得到的分离泡示意图, 图中画出了尾缘附近的

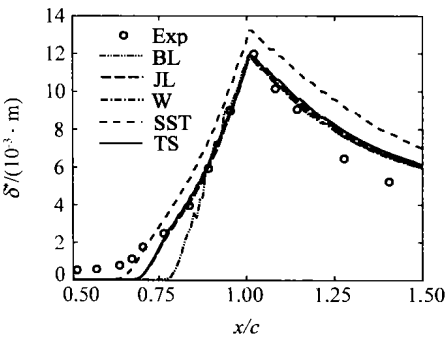


图8 算例1: 位移边界层厚度分布图

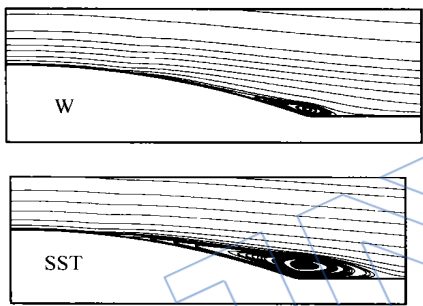


图9 算例1: W 和 SST 模式分离泡示意图

流线分布。可以看出, 分离泡的大小和形状依赖于采用的湍流模式, SST 估计的分离泡长而厚, W 的结果显得稍微逊色。这一结果也可由表1得出。

5 2 算例2: 二维管道突起跨声速流动

实验是由 Delery^[4] 在 ONERA 完成的。管道上壁面稍微倾斜, 下壁面的突起代表跨声速翼型的吸力面剖面。自由来流马赫数 $M_{a\infty} = 0.615$, $Re_{\infty} = 11.0 \times 10^6$, 驻点总压 96 kPa, 总温 300 K。

计算域从 -74 mm 到 426 mm, 只考虑了突起区域和含有激波及分离的亚声速区域, 没有考虑管道后端使流动加速到超声速的第二喉道区域, 所以计算域出口背压要在 61500 Pa 附近根据不同的模式调节, 使得计算得到的上壁面激波位置与实验相符合。为了和实验相符合, 先计算与 Delery 管道具有相同网格分布的直管道流动, 将位移边界层厚度达到 3 mm (管道高度的 3%) 时的 p , U , V , k , ϵ 或 ω 作为 Delery 管道的入口值。上、下壁面绝热无滑移。在利用 221×221 网格进行网格独立性试验后, 采用 121×121 网格, 在激波区域沿流向加密, 壁面附近加密使得 $y^+ < 0.5$, 见图10。图11和图12分别给出了上壁面及下壁面的压力分布。虽然在上壁面激波/边界层的相互作用很微弱, 还是可以看到, 甚至在附体流动条件下, 各个模式都低估了相互作用的强度, SST 的结果较好。激波在下壁面诱导了流动的分

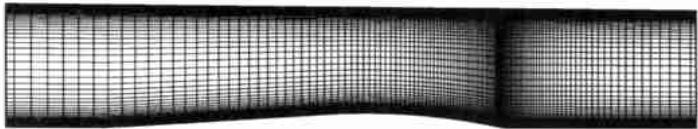


图10 二维管道突起121×121网格

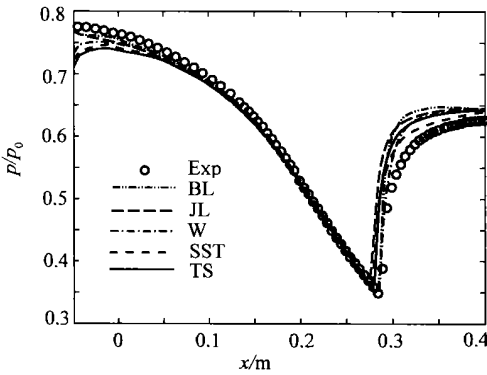


图11 算例2: 上壁面压力分布

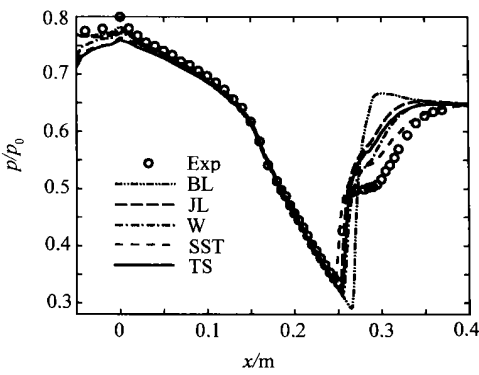


图12 算例二: 下壁面压力分布

出了下壁面两个激波之间的压力平台区, 估计的激波/边界层相互作用的强度最强, 其次是W 和 TS, JL 也略微显示出了此趋势, 只是压力恢复过快, BL 不能正确地给出下壁面激波的位置和强度, 没有模拟出压力平台区域。

结合图13的下壁面摩擦分布和表2的具体数值, 可以看出 SST 和W 得到的分离区位置和长度很接近实验值, SST 估计的分离泡长度稍大, TS, JL 以及BL 对分离泡的估计不足。W, SST 和 BL 得到的最大马赫数与实验值接近。

图14是位移边界层厚度分布, SST 准确地给出了位移边界层厚度的峰值及其位置, 其他模式则对分离估计不足, 位移边界层厚度均小于实验

值, BL 的值最小。图15列出了在激波/边界层相互作用区实验干涉图和各模式得到的等马赫线图。SST 较合理地显示了流场中 λ 激波的结构, 模拟了较强的相互作用, TS 和W 其次, JL 对激波结构的数值扩散较大, BL 最大。

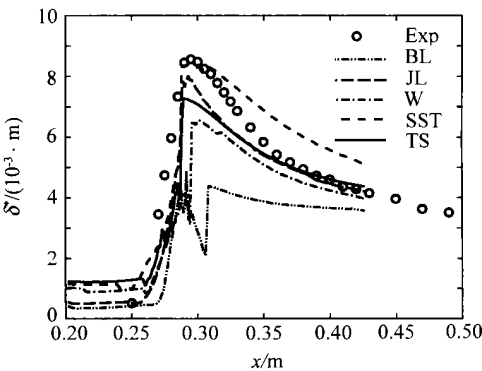


图14 算例2: 位移边界层厚度分布

图16是沿流向 $x = 0.27\text{ m}$, 0.29 m , 0.33 m 以及 0.38 m 四站的径向平均速度剖面, 其中 $x = 0.27\text{ m}$ 和 $x = 0.29\text{ m}$ 位于分离区附近, 而 $x = 0.33\text{ m}$ 和 $x = 0.38\text{ m}$ 则位于再附区附近, SST 的平均速度值始终比其他模式小, 又证明了 SST 对分离和再附的过高估计。没有哪一种模式给出与实验完全符合的结果, JL、W 及 TS 的结果相差不大。BL 给出的平均速度最大, 即模拟的回流区最

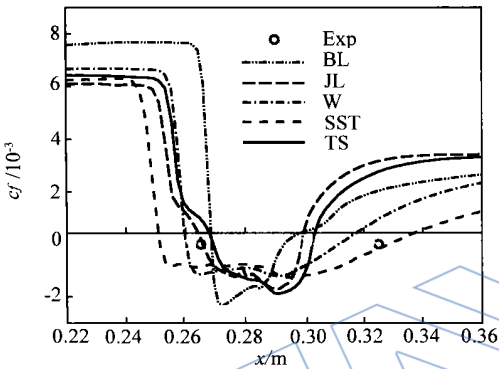


图13 算例2: 下壁面摩擦分布

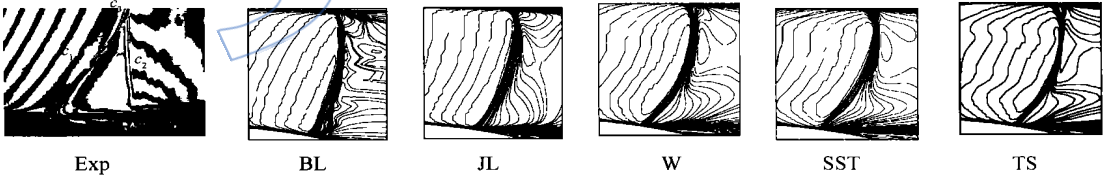


图15 算例2: 激波/边界层相互作用区域实验干涉图与各模式等马赫线图

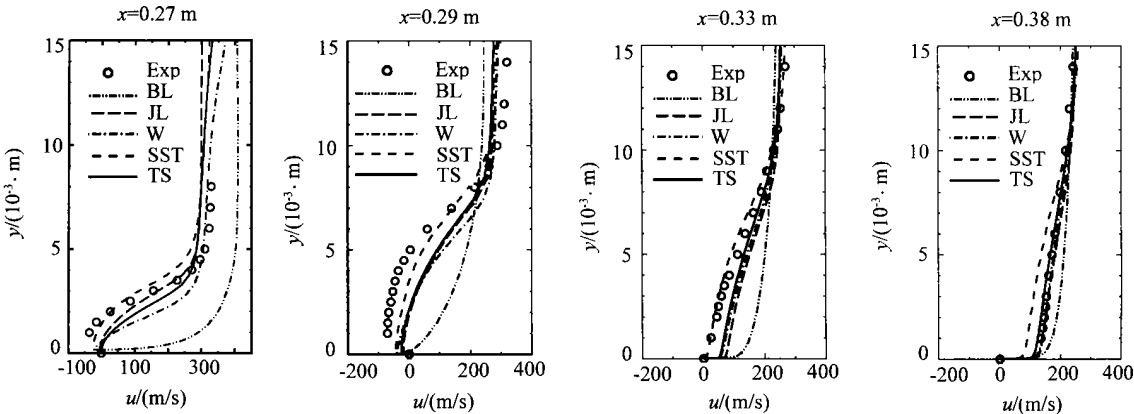


图16 算例2: 流向平均速度分布

表2 算例2: 不同湍流模式得到的激波位置、分离点、再附点以及最大马赫数与实验值的比较

模式	BL	JL	W	SST	TS	实验
分离点/mm	268. 7	265. 5	260. 1	251. 5	269. 2	265
再附点/mm	293. 1	298. 8	311. 5	328. 2	302. 6	325
分离区长度/mm	24. 4	33. 3	51. 4	76. 7	33. 4	60
最大马赫数	1. 41	1. 34	1. 45	1. 47	1. 61	1. 42

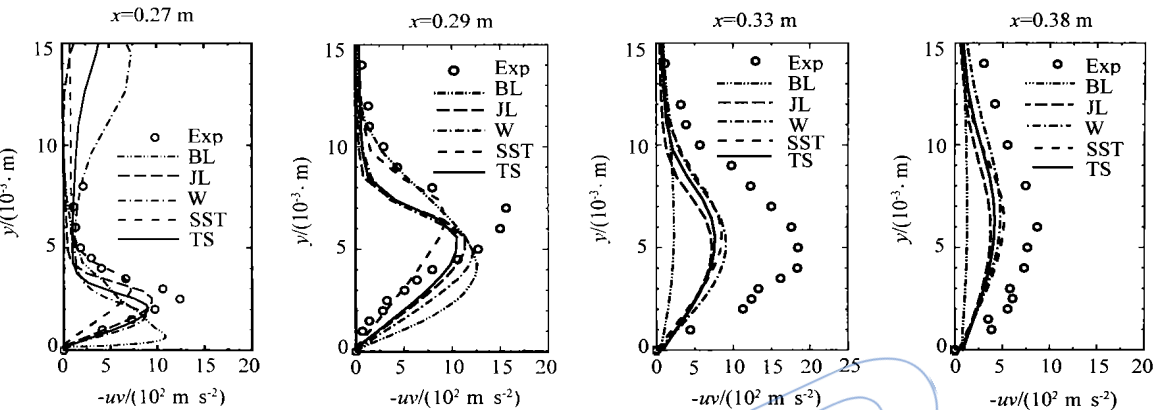


图17 算例2: 湍流剪切应力分布

短, 激波/边界层相互作用最弱。

图17是上述四站的径向雷诺剪切应力剖面。可见, 在分离区附近, 各模式计算值和实验值相接近。但在再附区附近, 计算值明显小于实验值。其中 SST 的计算值与实验值的分布趋势最为接近。

性, 需要非线性涡粘性模式来模拟。非线性涡粘性模式的研究是将来发展的主要方向。

6 结 论

回流区的正确预估是衡量湍流模式捕捉激波/边界层相互作用能力的关键因素。SST 模式很好地模拟了 λ 激波结构, 是由于该模式很好地估计了分离区的平均速度, 得到位移边界层厚度分布与实验最接近, 进而成功地预测了流动的分。这主要归功于 SST 模式中涡粘性项中的 Bradshaw 假设, 该假设限制了湍流剪切应力, 从而在某种程度上引入了非线性效应, 而不仅仅局限于 Boussinesq 假设, 所以说 SST 相当于非线性模式。

总体来说, 对于有分离的流动, BL 零方程模式得不到令人满意的结果。两方程线性涡粘性模式可以给出大体上符合实验的结果, 可供湍流工程计算应用。但由于在这些模式中雷诺应力和平均应变只是线性关系, 所以一般只能反映湍流的各向同性。当湍流远离平衡状态, 平均流动对雷诺应力张量的各个分量都很敏感时, 线性模式给出的结果就不会很理想。对于近壁的激波/边界层相互作用, 尤其再加上流动分离, 湍流高度各向异

参考文献

[1] Barakos G, Drikakis D. A sssessment of Various Low -Reynolds Number Turbulence Models in Shock-Boundary Layer Interaction [J]. Comput Methods Appl Mech. Engrg, 1998, 160: 155- 174

[2] L iu W W, Huang G, Shih T H. Turbulence Model A sssessment of Shock Wave/Turbulent Boundary-Layer Interaction in Transonic and Supersonic Flows[J]. Computers and Fluids, 2000, 29: 275- 299

[3] Johnson D A, Horstman C C, Bachab W D. Comparison Between Experiment and Prediction for a Transonic Turbulent Separated Flow [J]. A IAA J., 1982, 20(6): 737- 744

[4] Delery J. Experimental Investigation of Turbulence Properties in Transonic Shock-Boundary-Layer Interactions[J]. A IAA J. 1983, 21: 180- 185

[5] Jones W P, Launder B E. The Prediction of Laminarization with a two Equation Model of Turbulence[J]. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 1972, 15: 301- 304

[6] Wilcox D C, Traci R M. A Complete Model of Turbulence [R]. A IAA Paper 76- 351, 1976

[7] Menter F R. Two Equation Eddy Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications[J]. A IAA J., 1994, 32: 1598 - 1605

[8] L iu W W, Shih T H. A Multiple-Scale Model for Compressible Turbulent Flows[R]. NA SA TM - 106072, 1993

(责任编辑 杨再荣)