

文章编号: 1000-8055(2002) 04-0412-04

发动机可靠性多级综合的信息熵法 第一近似限

孙有朝, 左洪福, 施 军
(南京航空航天大学 民航学院, 南京 210016)

摘要: 从信息理论的基本原理出发, 根据部件或分系统的试验或使用数据提供的信息量与产品折合试验应提供的信息量相等的原则, 将部件或分系统的试验或使用信息折合为产品的等效试验信息, 建立了由各种成敗型部件或分系统组成系统时部件或分系统试验信息等效折合的数学模型; 根据单元可靠性评定的基本原理, 给出了基于信息理论的发动机可靠性第一近似限综合评定的基本模型。通过实例说明了模型的具体应用, 并与传统方法的评定结果进行了比较, 说明了模型的正确性和实用性。

关键词: 发动机; 信息量; 信息熵; 可靠性综合; 第一近似限

中图分类号: TB114. 3; O213. 2

文献标识码: A

Information Entropy Method for Engine Reliability First Approximate Confidence Limits

SUN You-chao, ZUO Hong-fu, SHI Jun

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: According to the equivalence theorem of information quantity provided by the practical test of the parts or subsystems and the equivalence test of the system the test data of the parts or subsystems are converted into the equivalence test data of the system. Furthermore, the computation model of the practical test information of the parts or subsystems and the system equivalence conversion model are formulated and presented. In the light of the basic principle of unit reliability assessment, the general models of entropy method synthesis are established for system reliability first approximate confidence limits. These models include system reliability s-Classical non-randomization optimization first approximate limits (lower, upper and two-side limits), and system reliability s-Bayes first approximate limits (lower and upper limits). An example is given and the assessment results are satisfactory in comparison with the traditional methods.

Key words: engine; information quantity; information entropy; reliability synthesis; first approximate confidence limit

1 引言

对于发动机等大型复杂系统, 全系统试验耗

资大、周期长, 不允许也不可能象零部件、元器件那样进行大批量的试验, 因而, 通常不能取得足够数量的试验数据, 此时仅利用系统自身的试验数

据进行可靠性评估是非常困难或是根本不可能的。因此, 为了对发动机的可靠性进行有效地评估, 必须借助于组成发动机的子系统、组合件以及零部件这些低装配级的大量试验和使用信息, 进行多级综合。复杂系统可靠性多级综合的关键是试验数据(信息)的折合, 即把组成系统的各低装配级的试验数据折算成系统的等效试验数据。试验或使用数据通常来自服从某一分布的总体, 可能是成败型的、指数型的, 也可能是正态型的或威布尔型的。成败型系统是指试验结果仅分为成功与失败两种结果的系统。在不知道系统的寿命分布时, 如果取系统的试验时间等于系统每次工作的任务时间, 并在试验时间终止时记录系统是否失效, 进行这种试验的系统也视为成败型系统。通常发动机及其零部件的使用或试验数据可视为成败型数据。可靠性的传统评定方法(如 Classical 法和 Bayes 法等)都是以概率统计为基础的。作者引入信息理论, 提出了 1 种基于信息理论的评定方法^[1, 2], 为了与传统方法相区别, 这里称其为熵法。本文主要讨论这种基于信息理论的发动机可靠性熵法多级综合的基本方法。

2 产品部件或分系统的实际试验信息

由信息理论可知, 信息量是概率的单调减函数, 具有可加性, 对离散变量, 信息源中每个消息的平均信息量可表示为^[3]:

$$H = - \sum_{i=1}^K P_i \ln P_i \tag{1}$$

式中: P_i 为第 i 个消息所示事件发生的概率, K 为消息数。

设产品由 M 个相互独立的成败型部件或分系统组成, 第 i 个部件或分系统试验 n_i 次, 失败 f_i 次, 成功 $s_i (= n_i - f_i)$ 次。第 i 个部件或分系统在每次试验中出现成功消息的概率为 p_i , 出现失败消息的概率为 $1 - p_i$ 。按(1)式, 第 i 个部件或分系统在每次试验中提供的平均信息量为:

$$H_i = - [p_i \ln p_i + (1 - p_i) \ln (1 - p_i)] \tag{2}$$

由此可知, 第 i 个部件或分系统在 n_i 次试验中提供的信息量为 $n_i H_i$ 。根据信息量的可加性特性, 可求出组成产品的 M 个相互独立的成败型部件或分系统在全部实际试验中提供的总信息量为:

$$I = \sum_{i=1}^M n_i H_i = - \sum_{i=1}^M n_i [p_i \ln p_i + (1 - p_i) \ln (1 - p_i)] \tag{3}$$

3 产品的等量折合试验信息

这里, 应用信息量相等的原则, 将部件或分系统的试验信息等量折合为产品的成败型等效试验信息。

设产品等量折合的试验次数为 n , 其中失败次数为 f 、成功次数为 $s (= n - f)$, 产品在其每次等效试验中出现成功消息的概率(可靠度)为 P , 出现失败消息的概率(不可靠度)为 $1 - P$ 。则产品在 n 次等效试验中应提供的总信息量为:

$$\tilde{I} = - n [P \ln P + (1 - P) \ln (1 - P)] \tag{4}$$

利用总信息量相等的原则(即令 $\tilde{I} = I$), 并对 p_i 与 P 取其极大似然估计(MLE):

$$\hat{p}_i = s_i / n_i, \quad \hat{P} = s / n$$

经推导可得组成产品的 M 个部件或分系统的实际试验信息等效为成败型产品的等量折合试验信息为:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^M (s_i \ln s_i + f_i \ln f_i - n_i \ln n_i)}{P \ln P + (1 - P) \ln (1 - P)} \left. \begin{array}{l} f = n(1 - P) \quad , \quad s = nP \end{array} \right\} \tag{5}$$

在工程实际中, 公式(5)中 P 可根据产品的可靠性结构模型, 用部件或分系统的试验信息来具体确定^[1]。

4 系统可靠性熵法第一近似限的基本模型

设系统的实际试验次数为 N' ; 系统综合的试验次数为 N , 则有:

$$n = s + f \quad , \quad N' = S' + F' \\ N = S + F \tag{6}$$

其中, S 和 F 分别表示系统实际试验的成功次数和失败次数; S 和 F 分别表示系统综合的成功次数和失败次数。由(6)式可以得出系统数据综合的基本公式如下:

$$N = n + N' \quad , \quad S = s + S' \\ F = f + F' \tag{7}$$

当 $N \leq 0$ (即系统自身没有试验数据)时, 上

式变为:

$$N = n, \quad S = s, \quad F = f \quad (8)$$

由于本文主要讨论基于信息理论的系统可靠性近似限的评定问题,为了与其它近似限评定方法相区别和比较,这里用 s-Classical 法表示基于信息论折合思想的经典法,用 s-Bayes 法表示基于信息论折合思想的 Bayes 法。此时,由式(7)或(8)求得的综合结果,再根据成败型单元可靠性评定的基本理论,即可求出系统可靠性的熵法第一近似限。

4.1 系统可靠性 s- Classical 非随机化最优

第一近似下限 $\bar{R}_{L,s-c}$

设 X 为系统失败次数变量, $\mathcal{Y}$ 为预先给定的置信度,根据二项单元非随机化最优置信限的基本条件,有下式成立:

$$\sum_{X=0}^F \binom{N}{X} \bar{R}_{L,s-c}^{N-X} (1 - \bar{R}_{L,s-c})^X = 1 - \mathcal{Y} \quad (F = 0, 1, \dots, N-1) \quad (9)$$

若用不完全 β 分布或 F 分布分位数表示,则:

$$I_{\bar{R}_{L,s-c}}(S, F+1) = 1 - \mathcal{Y} \quad (F = 0, 1, \dots, N-1) \quad (10)$$

$$\bar{R}_{L,s-c} = \left[1 + \frac{F+1}{S} F_{2F+2, 2S; \mathcal{Y}} \right]^{-1} \quad (F = 0, 1, \dots, N-1) \quad (11)$$

上述式中, $I_{\bar{R}_{L,s-c}}(S, F+1)$ 表示参数为 $(S, F+1)$ 的 β 分布的分布函数(即为不完全 β 函数), $F_{2F+2, 2S; \mathcal{Y}}$ 表示自由度为 $2F+2, 2S$ 的 F 分布的 $\mathcal{Y}$ 分位数。注意,当 $F=N$ 时, (9) 式无解,由正则性 ($\bar{R}_{L,s-c}$ 随失败次数观测值 F 的增加而减少) 规定其 $\bar{R}_{L,s-c} = 0$ 。

4.2 系统可靠性 s- Classical 非随机化最优

第一近似上限 $\bar{R}_{U,s-c}$

根据二项单元非随机化最优置信上限的基本公式^[5], $\bar{R}_{U,s-c}$ 应满足:

$$\sum_{X=0}^{F-1} \binom{N}{X} \bar{R}_{U,s-c}^{N-X} (1 - \bar{R}_{U,s-c})^X = \mathcal{Y} \quad (F = 1, 2, \dots, N) \quad (12)$$

若用不完全 β 分布或 F 分布分位数表示,则有:

$$I_{\bar{R}_{U,s-c}}(S+1, F) = \mathcal{Y} \quad (F = 1, 2, \dots, N) \quad (13)$$

$$\bar{R}_{U,s-c} = \left[1 + \frac{F}{S+1} F_{2F, 2S+2; 1-\mathcal{Y}} \right]^{-1} \quad (F = 1, 2, \dots, N) \quad (14)$$

注: $F=0$ 时, 式(12) 无解, 由正则性条件, 规定 $\bar{R}_{U,s-c} = 1$ 。

4.3 系统可靠性 s- Classical 非随机化最优

双侧近似限(区间) ($\bar{R}_{L,s-c}, \bar{R}_{U,s-c}$)

根据二项单元非随机化置信区间的基本原理^[5], 有:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{X=0}^F \binom{N}{X} \bar{R}_{L,s-c}^{N-X} (1 - \bar{R}_{L,s-c})^X &= \frac{1-\mathcal{Y}}{2} \\ \sum_{X=0}^{F-1} \binom{N}{X} \bar{R}_{U,s-c}^{N-X} (1 - \bar{R}_{U,s-c})^X &= \frac{1+\mathcal{Y}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

用不完全 β 函数或 F 分布分位数表示, 有:

$$\left\{ \begin{aligned} I_{\bar{R}_{L,s-c}}(S, F+1) &= \frac{1-\mathcal{Y}}{2} \\ I_{\bar{R}_{U,s-c}}(S+1, F) &= \frac{1+\mathcal{Y}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{R}_{L,s-c} &= \left[1 + \frac{F+1}{S} F_{2F+2, 2S; (1+\mathcal{Y})/2} \right]^{-1} \\ \bar{R}_{U,s-c} &= \left[1 + \frac{F}{S+1} F_{2F, 2S+2; (1-\mathcal{Y})/2} \right]^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

4.4 系统可靠性 s- Bayes 第一近似下限

$\bar{R}_{L,s-B}$ 及上限 $\bar{R}_{U,s-B}$

$\bar{R}_{L,s-B}$ 及 $\bar{R}_{U,s-B}$ 的定义为:

$$\int_{\bar{R}_{L,s-B}}^{\bar{R}_{U,s-B}} \tilde{f}(R) dR = 1 - \mathcal{Y}$$

$$\int_{\bar{R}_{U,s-B}}^{\bar{R}_{L,s-B}} \tilde{f}(R) dR = \mathcal{Y}$$

式中, $\tilde{f}(R)$ 为系统可靠性 R 的近似后验密度函数, 可用 β 分布来近似^[5]。设 R 的先验密度函数为 $f_0(R) = \beta(s_0, f_0)$, 在给定 R 下试验结果为 (S, F) 的条件概率为 $P(S, F|R)$, 由 Bayes 定理可得:

$$\begin{aligned} \tilde{f}(R) &= f(R|S, F) = \\ &= \frac{f_0(R) P(S, F|R)}{\int f_0(R) P(S, F|R) dR} = \\ &= \beta(R|s_0 + S, f_0 + F) \end{aligned} \quad (18)$$

式中: $P(S, F|R) = \binom{N}{F} R^S (1-R)^F$,

所以置信限为 $\mathcal{Y}$ 的 Bayes 下限 $\bar{R}_{L,s-B}$ 和上限

$\tilde{R}_{U,s-B}$ 分别满足:

$$\int_{\tilde{R}_{L,s-B}}^{L,s-B} f(R|S,F) \, dR = I_{\tilde{R}_{L,s-B}}(s_0 + S, f_0 + F) = 1 - \gamma \quad (19)$$

$$\int_{\tilde{R}_{U,s-B}}^{U,s-B} f(R|S,F) \, dR = I_{\tilde{R}_{U,s-B}}(s_0 + S, f_0 + F) = \gamma \quad (20)$$

式中, 参数 (s_0, f_0) 有多种取法, 常用的有:

- (1) Reformulation 方法:
 $f_0(R) = \beta(R|0, 0) \propto R^{-1}(1 - R)^{-1}$
- (2) Box-Tiao 方法:
 $f_0(R) = \beta(R|0.5, 0.5) \propto R^{-0.5}(1 - R)^{-0.5}$
- 由此, 与之对应的 $\tilde{R}_{L,s-B}$ 及 $\tilde{R}_{U,s-B}$ 的计算模型

如下:

基于 Reformulation 方法, 有:

$$\left. \begin{aligned} I_{\tilde{R}_{L,s-B}}(S, F) &= 1 - \gamma \\ I_{\tilde{R}_{U,s-B}}(S, F) &= \gamma \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

基于 Box-Tiao 方法, 有:

$$\left. \begin{aligned} I_{\tilde{R}_{L,s-B}}(S + 0.5, F + 0.5) &= 1 - \gamma \\ I_{\tilde{R}_{U,s-B}}(S + 0.5, F + 0.5) &= \gamma \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

5 算 例

例 设某发动机燃烧室、压气机、涡轮、润滑系统的统计数据分别为:

$(f_1, n_1) = (0, 45) \quad , \quad (f_2, n_2) = (2, 45)$

$(f_3, n_3) = (f_4, n_4) = (1, 41)$

求 $\gamma = 0.8, 0.9$ 时发动机可靠性熵法第一近似下限 $\tilde{R}_{L,s-C}$ 和 $\tilde{R}_{L,s-B}$ 。

解 燃烧室、压气机、涡轮、润滑系统等是发动机的关键部件或系统, 其故障均可导致发动机空中停车等严重后果, 因此可将其视为串联系统。将已知数据代入式(6), 经折合可得:

$n = 57.90716 \quad , \quad f = 5.23993$

又系统自身没有试验数据, 由式(8)可知 n 和 f 即为系统综合的试验次数和失败次数, 将其代入式(10)和式(21), 查二项可靠性非随机化最优置信下限表, 并经线性插值, 可得系统可靠性熵法第一近似限为:

$\gamma = 0.8$ 时 $\tilde{R}_{L,s-C} = 0.86223$
 $\tilde{R}_{L,s-B} = 0.87989$

$\gamma = 0.9$ 时 $\tilde{R}_{L,s-C} = 0.84079$
 $\tilde{R}_{L,s-B} = 0.85930$

为了便于与传统评定方法进行比较, 引入文

献[5]中经典第一近似下限和 Bayes 第一近似下限的计算结果, 分别记为 $\tilde{R}_{L,C}$ 和 $\tilde{R}_{L,B}$ 。本例结果与其它几种评定方法的结果比较见表1。

表1 各种评定结果的比较

	$\gamma = 0.8$	$\gamma = 0.9$
$\tilde{R}_{L,C}$	0.85257	0.82718
$\tilde{R}_{L,s-C}$	0.86223	0.84079
$ \tilde{R}_{L,s-C} - \tilde{R}_{L,C} / (\%)$	0.966	1.361
$\tilde{R}_{L,B}$	0.87602	0.85183
$\tilde{R}_{L,s-B}$	0.87989	0.85930
$ \tilde{R}_{L,s-B} - \tilde{R}_{L,B} / (\%)$	0.387	0.747

6 结 论

(1) 将信息理论引入复杂系统的可靠性综合之中, 利用信息量相等的原理对部件或分系统的试验信息进行折合, 有效地将信息论与可靠性工程理论相结合, 为发动机等大型复杂产品的可靠性多级综合评估探索了新的途径。由实例可以看出, 利用这些模型对系统进行可靠性评定, 其结果与传统评定方法的评定结果非常接近, 说明了本文模型的正确性和实用性。

(2) 发动机是飞机的心脏, 是典型的、要求高可靠性的复杂系统, 本文的研究对正确评估发动机的可靠性、提高航空器的安全性具有重要的理论意义和工程应用价值。同时, 通过对发动机及其各子系统进行可靠性评估, 可有效地发现影响发动机整体可靠性的薄弱环节, 从而为发动机的可靠性设计提供理论指导。

参考文献:

[1] 孙有朝, 施军. 求解具有多层试验数据成败型单元混联系统可靠性近似限的信息论方法[J]. 航空学报, 1999, 20(6): 553- 557.

[2] 孙有朝, 施军. 相同成败型单元组成系统可靠性信息熵法评定[J]. 机械工程学报, 1999, 35(6): 25- 28.

[3] 王崇彦, 陆锦辉. 信息论基础[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1992.

[4] Buehler R J. Confidence Interval for the Product of Two Binomial Parameters[J]. JASA, 1957, 52: 482- 493.

[5] 周源泉, 翁朝曦. 可靠性评定[M]. 北京: 科学出版社, 1990.

[6] Stevens W L. Fiducial Limits of the Parameter of a Discontinuous Distribution[J]. Biometrika, 1950, 37: 117- 129.

(责任编辑 王震华)