

文章编号: 1000-8055(2001)04-0331-04

多参数载荷组合的概率分布研究

宋迎东¹, 张 勇², 温卫东¹, 高德平¹

〔 1 南京航空航天大学 动力工程学院, 江苏 南京 210016;
2 沈阳航空发动机研究所, 辽宁 沈阳 150015 〕

摘要: 本文提出了航空发动机多参数载荷谱编制的概率分布方法。首先根据发动机构件受力特点选取基准参数, 然后根据多参数载荷时间历程统计出各参数之间的双参数表, 利用双参数表对载荷参数进行相关性检验, 获得各参数之间的相关关系以及相关参数的相关区间, 进而得到拟参数, 再根据实测参数载荷历程统计出拟双参数表, 并求出参数的边缘概率分布和条件概率分布, 最后根据概率理论求解任意参数组合下发生的联合概率。利用该方法编制了某战斗机发动机的多参数载荷谱, 给出了 3 个方向的过载与发动机转速组合的发生概率。

关键词: 载荷谱; 概率分布; 多参数系统; 统计

中图分类号: V 231.91

文献标识码: A

1 引言

目前我国已经对多种发动机飞行任务剖面进行了比较全面的空测和统计, 获得了大量有用的使用信息。如何利用这些飞行任务剖面编制合理的载荷谱, 为发动机的应力分析和寿命设计提供依据就成为十分突出的问题。以往国内在编制发动机飞行载荷谱时往往只考虑一个飞行剖面参数的变化, 即单参数谱的编制。单参数谱的编制方面国内已经做了大量深入细致的研究工作。然而, 大多数航空发动机构件承受的载荷是一个多分量的载荷谱, 如轴承、封严装置、涡轮盘的轮缘所承受的应力等, 不仅与转速有关, 而且与温度、压力等因素有关。而安装节上的应力与发动机的推力和 3 个方向的飞行过载系数(轴向过载 N_X 、法向过载 N_Y 、侧向过载 N_Z)有关, 是一个承受多参数载荷的零件。单参数编谱对于某些零件可能十分有效, 而对承受复杂载荷的零件则显得明显不足。航空发动机飞行任务剖面的处理实际上是一个多参数谱问题, 在进行编谱时必需考虑飞行任务剖面多参数的作用及其相互间的影响。多参数载荷谱的编制理论目前尚不成熟, 因此, 研究多参数载荷

谱的编制方法具有重要的理论意义和工程应用价值。本文提出了推导航空发动机多参数载荷组合的概率分布方法, 并编制了某发动机的 4 参数载荷谱。

2 多参数载荷谱编制的方法与步骤

发动机载荷谱编制就是要根据实际飞行使用任务和使用条件按照统计规律制定载荷作用方案, 而获得统计规律的过程就是根据外场实测子样推断出母体^[1]。对于单参数 A 而言即要给出该参数的概率分布 $P(A)$, 对于多参数 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 来说就是给出 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的联合概率分布 $P(A_1 A_2 \dots A_n)$ 。设某发动机空测载荷参数为 $A_1, A_2, \dots, A_n$, 根据概率理论^[2], 这 n 个参数的联合概率分布可表示为边缘分布和条件分布的函数, 即:

$$P(A_1 A_2 A_3 \dots A_n) = P(A_1) P(A_2 | A_1) \cdot P(A_3 | A_1 A_2) \dots P(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1}) \quad (1)$$

可见, 要计算载荷 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 的联合概率分布, 就必需要已知边缘概率密度分布 $P(A_1)$ 以及条件概率分布 $P(A_1), P(A_2 | A_1), P(A_3 | A_1 A_2), \dots, P(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1})$ 。对于边缘概率分布 $P(A_1)$ 利用单参数编谱方法可以得到。因此, 关

键是得到条件概率分布 $P(A_2 | A_1)$, $P(A_3 | A_1 A_2)$, $\dots$, $P(A_n | A_1 A_2 \dots A_{n-1})$ 。如果参数 A_i 与其它参数均不相关, 则根据实测载荷数据确定其边缘概率分布 $P(A_i)$, 其求解方法与单参数谱编制是一致的。如果参数 A_i 与某一个参数 A_j 相关, 则要确定其条件概率分布 $P(A_i | A_j)$ 。而当 A_i 与不止一个参数相关时, 则要确定条件概率分布 $P(A_i | A_j A_k \dots A_n)$ 。一旦确定了所有的边缘概率分布和条件概率分布, 就可以通过式子(1)得到多参数的联合概率分布。

下面详细介绍多参数载荷谱编制的步骤:

(1) 基准参数的选取

在实际空测中测量的发动机工作参数很多, 但对于某个构件而言只是一些参数对其载荷产生影响, 而且其中有一个或几个参数的影响比较大。例如对发动机中的压气机叶片而言, 影响其载荷的主要参数有发动机转速、流道内叶栅的进出口气流压力和流速等; 而对于涡轮叶片而言除了要考虑以上几个参数外, 还要考虑温度对叶片的影响; 发动机安装节则要考虑飞行过载、飞行角速度、飞行角加速度以及发动机推力的影响。因此, 在编制多参数载荷谱之前, 首先要针对不同的部件确定载荷参数, 并从中选取对部件载荷影响最大的参数作为基准参数。譬如, 发动机安装节载荷中法向过载影响较大, 可以选取为基准参数。在飞机机翼根部的多参数载荷谱编制中通常也是选取法向过载为基准参数^[3]。

(2) 对基准参数的峰谷值检测与无效幅值去除

根据疲劳理论, 载荷的峰谷值对寿命具有重要的影响, 保留载荷谱的峰谷系列后就能够保留大分布疲劳载荷信息, 因此要进行峰谷检测。航空发动机构件在实际工作中, 除了经受一些主要载荷循环外, 还经常受到一些随机的次小循环作用,

这些次小循环幅值较小, 对构件疲劳寿命损伤不大, 往往把这些构成次小循环的峰谷值去掉, 使有效峰谷点数大大减少, 即无效幅值去除处理。

(3) 载荷参数的双参数表统计

设定各载荷参数的统计区间后, 按照概率论中列联表的统计方法进行双参数表的统计。双参数表可以直观地反映两个参数之间的相关关系。

(4) 载荷参数间的相关性检验

利用双参数表, 采用数理统计中的 χ^2 检验或 K-S 检验^[4]确定各个参数间的相关关系。经过相关性检验以后, 对于每一个载荷参数来说, 可以得到两个方面的信息: ①该参数的分布与其它哪些参数相关; ②每一个相关参数的相关区间值。

(5) 拟参数的确定及拟双参数表的统计

根据第(4)步的检验结果, 将得到与任一载荷参数 A_i 相关的所有参数。将这种信息连同公式(1), 可得到要求解多参数联合概率分布中所必需求解的条件概率分布。譬如在公式(1)中要求解条件概率分布 $P(A_i | A_{i-1} A_{i-2} \dots A_{i-k} \dots A_{2A_1})$ ($1 \leq k \leq i-1$), 如果经相关性检验后知道 A_i 的分布与 A_{i-k} 无关, 则表明 $P(A_i | A_{i-1} A_{i-2} \dots A_{i-k} \dots A_{2A_1}) = P(A_i | A_{i-1} A_{i-2} \dots A_{i-k-1}, A_{i-k+1} \dots A_{2A_1})$, 这样只需要确定条件概率 $P(A_i | A_{i-1} A_{i-2} \dots A_{i-k-1}, A_{i-k+1} \dots A_{2A_1})$, 将参数 $(A_{i-1}, A_{i-2}, \dots, A_{i-k-1}, A_{i-k+1}, \dots, A_{2A_1})$ 当作一个参数 B , 本文称之为拟参数。根据原始载荷谱统计当参数 A_i 落入某一区间时, 拟参数落入相应组合区间内的频次, 可以得到类似与双参数表的表格, 称之为拟双参数表。

(6) 多参数载荷谱的编制

根据双参数表以及拟双参数表就可以确定每这些表格中每一列对应的分布函数, 即: $F(A_1)$, $F(A_2 | A_1)$, $F(A_3 | A_2, A_1)$, $\dots$, 再由公式(1)计算出多参数的联合概率分布, 计算公式为:

$$\begin{aligned}
 P(A_1 = A_{11} \sim A_{12}, A_2 = A_{21} \sim A_{22}, A_3 = A_{31} \sim A_{32}, \dots, A_n = A_{n1} \sim A_{n2}) = \\
 P(A_1 = A_{11} \sim A_{12}) \times P(A_2 = A_{21} \sim A_{22} | A_1 = A_{11} \sim A_{12}) \times \\
 P(A_3 = A_{31} \sim A_{32} | A_1 = A_{11} \sim A_{12}, A_2 = A_{21} \sim A_{22}) \times \dots \times \\
 P(A_n = A_{n1} \sim A_{n2} | A_1 = A_{11} \sim A_{12}, A_2 = A_{21} \sim A_{22}, A_3 = A_{31} \sim A_{32}, A_{n-1} = A_{n-1,1} \sim A_{n-1,2}) = \\
 [F(A_{12}) - F(A_{11})] \times [F(A_{22} | A_1 = A_{11} \sim A_{12}) - F(A_{21} | A_1 = A_{11} \sim A_{12})] \times \\
 [F(A_{32} | A_1 = A_{11} \sim A_{12}, A_2 = A_{21} \sim A_{22}) - F(A_{31} | A_1 = A_{11} \sim A_{12}, A_2 = A_{21} \sim A_{22})] \times \\
 \dots \times [F(A_{n2} | A_1 = A_{11} \sim A_{12}, A_2 = A_{21} \sim A_{22}, \dots, A_{n-1} = A_{n-1,1} \sim A_{n-1,2}) - \\
 F(A_{n1} | A_1 = A_{11} \sim A_{12}, A_2 = A_{21} \sim A_{22}, \dots, A_{n-1} = A_{n-1,1} \sim A_{n-1,2})] \quad (2)
 \end{aligned}$$

上式中各条件概率中条件参数的选用要根据相关性检验结果确定。

3 某发动机四参数载荷谱的编制

以某战斗机发动机为例, 对战斗特技类飞行

任务的法向过载 N_Y 、轴向过载 N_X 、侧向过载 N_Z 及发动机低压转速 N_1 (百分比转速)等 4 参数载荷谱进行编制, 得出各种载荷组合出现的概率和频次表。本次计算选取 8 个特技与空战类飞行科目空测数据, 以法向过载 N_Y 为基准参数。8 个飞行任务剖面总的飞行时间为: 4.875 小时。选取 N_Y 峰谷检测门槛值 $\triangle N_Y = 0.1$, 得到总峰谷点数为: 4499。由统计得到 4 个参数之间的 6 个双变量表。根据相关性检验的结果表明: 各参数之间均相关。因此这 4 个载荷参数的联合概率分布为:

$$P(N_Y, N_X, N_1, N_Z) = P(N_Y) \cdot P(N_X | N_Y) \cdot P(N_1 | N_Y, N_X) \cdot P(N_Z | N_Y, N_X, N_1)$$

这样该发动机的多参数载荷中有 2 个拟参数参数, 它们是: (1) N_Y, N_X ; (2) N_Y, N_X, N_1 。表 1 为经过相关性检验后合并同分布区间后的双参数表 $N_X - N_Y$ 。表 2 为拟双参数表 $N_Z - (N_Y, N_X, N_1)$ 的部分统计结果。双参数表和拟双参数表的每一列对应一个分布函数。分别求解出法向过载 N_Y 的边缘概率分布函数 $F(N_Y)$ 、轴向过载

表 1 双参数表 $N_X - N_Y$

N_Y	$N_X = 0.0 \sim 2.0$	$N_X = 2.0 \sim 6.0$
- 1.0 ~ - 0.8	1	0
- 0.8 ~ - 0.6	6	1
- 0.6 ~ - 0.4	48	37
- 0.4 ~ - 0.2	483	298
- 0.2 ~ 0.0	1371	110
0.0 ~ 0.2	1199	154
0.2 ~ 0.4	419	247
0.4 ~ 0.6	27	82
0.6 ~ 0.8	2	14

N_X 在下 N_Y 的条件概率分布: $F(N_X | N_Y)$ 、百分比转速 N_1 在拟参数 (N_Y, N_X) 下的条件概率分布函数: $F(N_1 | N_Y, N_X)$ 、侧向过载 N_Z 在拟参数 (N_Y, N_X, N_1) 的各区间下的条件概率分布函数: $F(N_Z | N_Y, N_X, N_Z)$ 。根据上述边缘概率分布函数和条件概率分布函数按公式(2)就可以计算出这 4 个载荷参数的联合概率分布:

$$P(N_Y = N_{Y1} \sim N_{Y2}, N_X = N_{X1} \sim N_{X2}, N_1 = N_{11} \sim N_{12}, N_Z = N_{Z1} \sim N_{Z2}) = [F(N_{Y2}) - F(N_{Y1})] \times [F(N_{X2} | N_Y = N_{Y1} \sim N_{Y2}) - F(N_{X1} | N_Y = N_{Y1} \sim N_{Y2})] \times [F(N_{12} | N_Y = N_{Y1} \sim N_{Y2}, N_X = N_{X1} \sim N_{X2}) - F(N_{11} | N_Y = N_{Y1} \sim N_{Y2}, N_X = N_{X1} \sim N_{X2})] \times [F(N_{Z2} | N_Y = N_{Y1} \sim N_{Y2}, N_X = N_{X1} \sim N_{X2}, N_1 = N_{11} \sim N_{12}) - F(N_{Z1} | N_Y = N_{Y1} \sim N_{Y2}, N_X = N_{X1} \sim N_{X2}, N_1 = N_{11} \sim N_{12})] \tag{3}$$

表 2 拟双参数表 $N_Z - (N_Y, N_X, N_1)$ 的部分内容

	$N_Y = 0.0 \sim 1.5$							
	$N_X = - 1.0 \sim - 0.2$		$N_X = - 0.2 \sim 0.0$		$N_X = 0.0 \sim 0.2$		$N_X = 0.2 \sim 0.8$	
	0 ~ 90	90 ~ 110	0 ~ 90	90 ~ 110	0 ~ 90	90 ~ 110	0 ~ 90	90 ~ 110
$N_Z = - 0.8 \sim - 0.6$	0	1	0	0	0	0	0	0
$N_Z = - 0.6 \sim - 0.4$	0	1	1	0	0	0	0	0
$N_Z = - 0.4 \sim - 0.2$	0	5	14	5	12	0	0	0
$N_Z = - 0.2 \sim 0.0$	15	308	442	299	290	12	10	2
$N_Z = 0.0 \sim 0.2$	34	29	331	5	403	184	6	277
$N_Z = 0.2 \sim 0.4$	18	1	56	0	34	11	0	17
$N_Z = 0.4 \sim 0.6$	5	0	2	0	2	0	1	3
$N_Z = 0.6 \sim 0.8$	3	0	0	0	0	0	0	0
$N_Z = 0.8 \sim 1.0$	0	1	0	0	0	0	1	0

根据原始载荷的统计区间可以得到总的区间数为: 6804 个, 这些区间内 4 个载荷参数的组合概率计算结果见表 3。表 4 为按照出现概率由大到小进行排列的结果。可见出现概率最大的状态

为: $N_Y = 0.50 \sim 1.00, N_X = - 0.40 \sim - 0.20, N_1 = 90.0 \sim 100.0, N_Z = - 0.20 \sim 0.00$, 发生的概率为: $0.2821E-01$, 在 4.875 飞行小时内出现的频次为: $0.1269E+03$ 。

表 3 某发动机的多参数组合发生的概率(统计时间为 4.875 小时)(仅列出部分结果)

序号	N_Y	N_X	N_1	N_Z	出现概率	出现频数
1	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	0.0~40.0	- 0.8~- 0.6	0.9162E- 10	0.4122E- 06
2	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	0.0~40.0	- 0.6~- 0.4	0.5819E- 09	0.2618E- 05
3	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	0.0~40.0	- 0.4~- 0.2	0.3395E- 08	0.1528E- 04
4	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	0.0~40.0	- 0.2~0.0	0.1307E- 07	0.5881E- 04
5	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	0.0~40.0	0.0~0.2	0.1685E- 07	0.7583E- 04
6	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	0.0~40.0	0.2~0.4	0.6104E- 08	0.2746E- 04
7	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	0.0~40.0	0.4~0.6	0.1147E- 08	0.5161E- 05
8	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	0.0~40.0	0.6~0.8	0.1836E- 09	0.8260E- 06
9	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	0.0~40.0	0.8~1.0	0.2858E- 10	0.1286E- 06
10	0.0~0.5	- 1.0~- 0.8	40.0~50.0	- 0.8~- 0.6	0.2750E- 09	0.1237E- 05
⋮						
6803	5.5~6.0	0.6~0.8	90.0~100.0	0.6~0.8	0.1473E- 13	0.6628E- 10
6804	5.5~6.0	0.6~0.8	90.0~100.0	0.8~1.0	0.1447E- 15	0.6510E- 12

表 4 某发动机的多参数组合发生概率(统计时间 4.875 小时,仅列出了部分结果)

N_Y	N_X	N_1	N_Z	发生概率	发生频次
0.50~1.00	- 0.40~- 0.20	90.0~100.0	- 0.20~0.00	0.2821E- 01	0.1269E+ 03
1.00~1.50	- 0.40~- 0.20	90.0~100.0	- 0.20~0.00	0.2488E- 01	0.1119E+ 03
0.50~1.00	- 0.20~0.00	80.0~90.0	- 0.20~0.00	0.2078E- 01	0.9349E+ 02
1.00~1.50	- 0.20~0.00	80.0~90.0	- 0.20~0.00	0.1833E- 01	0.8245E+ 02
0.50~1.00	- 0.20~0.00	70.0~80.0	- 0.20~0.00	0.1547E- 01	0.6958E+ 02
1.00~1.50	- 0.20~0.00	70.0~80.0	- 0.20~0.00	0.1364E- 01	0.6138E+ 02
0.50~1.00	- 0.20~0.00	0.0~40.0	- 0.20~0.00	0.1219E- 01	0.5485E+ 02
0.50~1.00	- 0.40~- 0.20	90.0~100.0	- 0.40~- 0.20	0.1156E- 01	0.5200E+ 02
0.50~1.00	- 0.20~0.00	60.0~70.0	- 0.20~0.00	0.1146E- 01	0.5154E+ 02
0.00~0.50	- 0.40~- 0.20	90.0~100.0	- 0.20~0.00	0.1080E- 01	0.4861E+ 02
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

4 结 论

本文提出的航空发动机多参数载荷谱编制的概率分布方法可以给出任意载荷组合发生的概率。编谱过程为: (1) 根据发动机构件受力特点选取基准参数; (2) 根据多参数载荷时间历程统计出各参数之间的双参数表; (3) 利用双参数表对载荷参数进行相关性检验, 获得各参数之间的相关关系以及相关参数的相关区间, 进而得到拟参数; (4) 根据实测参数载荷历程统计出拟双参数表, 并求出参数的边缘概率分布和条件概率分布; (5) 最后根据概率理论求解任意载荷组合下发生的联合

概率。

参考文献:

[1] 宋兆鸿主编 发动机寿命研究[M] 北京: 航空工业出版社, 1987.

[2] 中山大学数学力学系 概率论及数理统计(上册)[M] 北京: 高等教育出版社, 1980

[3] Lauridia R R. Statistical Analysis of Aircraft Maneuvering Data[R] AIAA 79- 729- 834, 1979

[4] 庄楚强, 吴亚森编 应用数理统计基础[M] 广州: 华南理工大学出版社, 1992

(责任编辑 王震华)

CFRP Cylindrical Panels Using Finite Element Method
[J] Composites Part A: Applied Science and
Manufacturing, 1999, 30A (9): 1092

[5] 李顺林等 复合材料工作手册[M] 北京: 航空工业出版社,
1987: 221.

[6] 李达明 有限单元法在燃气涡轮发动机零件强度计算中的
应用[M] 北京: 国防工业出版社, 1987: 265

(责任编辑 王震华)

FEA Method for the Critical Buckling Load
of Aeroengine Composite Case

Q I Hong-yu¹, W EN W ei-dong¹, Q I Hong-yuan², W AN G L in-jiang¹

- 1 Department of Power Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing 210016, China;

2 College of Mechanical & Electric Engineering, Northern Jiaotong University,
Beijing 100044, China

Abstract: The advanced composite material as a new material has been developed since 1960's. Now laminated continuous fiber-reinforced composite materials are being used in some primary components in aircraft structures. Using linear shell and buckling theory and modeling finite element, this paper analyses the buckling of laminated plate and composite aeroengine case. At the same time some advice on engineering design is given.

Key words: composite material; aero-engine case; finite element analysis; buckling

(The Chinese text of the following abstract is printed in PP331- 334)

A Study of Probability Distribution
of Multiparameter Load Spectrum Combination

SONG Ying-dong¹, W EN W ei-dong¹, GAO De-ping¹, ZHANG Yong²

- 1 College of Energy and Power, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,
Nanjing 210016, China;

2 Shenyang Aeroengine Research Institute, Shenyang 110015, China

Abstract: A method of multiparameter load spectrum formulation for aeroengine is provided. Firstly, according to the loading condition of the engine component, a parameter is selected as the nom. Secondly, the biparameter tables from the initial multiparameter load-time histories are made. Thirdly, by performing a statistical analysis of biparameter table data, the dependency relationships and interval spaces among the parameters can be obtained, and the pseudo-parameters are determined. Fourthly, the pseudo-biparameter tables are deduced from the initial multiparameter load-time histories, and the marginal and conditional probability distributions of the concerned parameters can then be estimated. Finally, based on probability theory the joint probabilities of any parameter combinations are calculated. Using this method, the paper deals with the multiparameter load spectrum of a fighter engine, and provides the joint probabilities of the combination between three directional overload coefficients and the engine rotational speed.

Key words: load spectrum; probability distribution; multiparameter system; statistics