

文章编号: 1000-8055(2002)02-0178-05

叶轮机械三维粘性动静叶干涉的数值模拟

任玉新, 王 筑

(清华大学 工程力学系, 北京 100084)

摘要: 本文发展了 1 套模拟叶轮机械三维粘性动静叶干涉的数值方法。在成熟的空间离散方法基础上, 提出了 1 种高效的双时间步隐式时间推进方法, 并构造了一种保证守恒的动静叶交界面处的数值通量计算方法。本文对某三维亚音速涡轮的动静叶干涉进行了数值模拟, 结果与实验符合较好。

关 键 词: 动静叶干涉; 数值模拟; 三维粘性流动

中图分类号: O 357; V 211

文献标识码: A

Numerical Methods for Three-Dimensional Viscous Rotor/Stator Interactions in Turbomachinery

REN Yu-xin, WANG Zhu

(Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A numerical method is developed for the simulation of three dimensional viscous rotor-stator interactions in turbomachinery. The governing equations are three dimensional unsteady Navier-Stokes equations in absolute frame of reference with velocity components relative to blade fixed rotating coordinates. The simple Baldwin-Lomax two layer algebraic model is adopted to account for the turbulence effects. Central type finite volume method with anisotropic artificial viscosity is used for the spatial discretization of the governing equations. An efficient implicit time marching scheme is proposed in terms of dual time-stepping technique. This time marching scheme is in similar form to Runge-Kutta method with residual smoothing but it does not need any free parameter and runs faster than traditional four stage Runge-Kutta scheme. At the interfaces of rotor grids and stator grids, a conservative method is developed for the evaluation of numerical flux. The proposed method has been applied to simulating the three dimensional viscous rotor/stator interactions in a subsonic turbine stage under different rotational speed and rotor/stator distance. The numerical results agree favorably with the experimental data.

Key words: rotor/stator interactions; numerical simulation; 3D viscous flow

1 引 言

叶轮机械中的流动本质上是非定常的湍流流动。长期以来, 由于理论和计算条件的限制, 在叶轮机械的气动设计和性能分析中, 一直采用所谓

的定常假定, 即认为叶道中气体的相对运动是定常的。近年来, 航空及能源动力工业的发展, 对叶轮机械的性能提出了更高的要求。在这种情况下, 定常假定的缺陷和研究动静叶干涉造成的非定常流动的必要性均日益显著。目前, 在动静叶干涉的

收稿日期: 2001- 03- 26; 修订日期: 2001- 06- 22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19972035)

作者简介: 任玉新(1966-), 男, 清华大学工程力学系副教授, 博士

数值模拟方面, 已经进行了一些有意义的探索, 其中包括以 Euler 方程和 N-S 方程为模型的二维数值模拟^[1~6]和以 N-S 方程为模型的三维数值计算^[7]等。叶轮机械动静叶干涉的数值模拟是一项非常困难的工作, 其难点包括: (1) 动叶叶片和静叶叶片的数目不等, 为了准确模拟非定常流动的特征, 有时必须同时计算所有叶道中的流动, 因而计算量很大。(2) 由于动叶和静叶处于不断相对运动之中, 在计算网络的划分上, 要采用多块网格, 因而必须构造处理具有相对运动的不同网格块交界面的数值方法。(3) 由于动静叶干涉, 叶道内的流动是有强旋转效应的复杂非定常湍流流动, 发展适用于这类流动的湍流模式对于准确预测动静叶的干涉具有重要的意义。

本文把参考文献[4]的工作推广到三维动静叶干涉的数值模拟中, 并针对上述前 2 个问题提出了自己的解决方案。首先, 我们发展了计算非定常流动的一种高效数值方法, 使得可以在现有计算机条件下, 模拟多级环境下的动静叶干涉。其次我们构造了一种动静叶网格交界面的一种保证守恒的处理方法, 这种方法具有良好的稳定性, 且可以处理有激波间断通过动静叶网格交界面的情形。利用上述数值方法, 我们对某亚音速涡轮级内部三维动静叶干涉进行了数值模拟, 计算结果与实验测量值符合得较好。

2 数值方法

2.1 基本方程

三维非定常可压缩的雷诺平均的 Navier-Stokes 方程可以写为如下形式:

$$\frac{\partial(J^{-1}Q)}{\partial t} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(H - H_v)}{\partial \zeta} = S$$
$$Q = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{Bmatrix}, \quad F = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ \rho H U - \xi_p \end{Bmatrix}$$
$$G = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ \rho H V - \eta_p \end{Bmatrix}$$

$$H = J^{-1} \begin{Bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ \rho H W - \zeta_p \end{Bmatrix}, \quad S = J^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \Omega v \\ -\rho \Omega w \\ 0 \end{Bmatrix}$$
$$\begin{aligned} U &= \xi_t + \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w \\ V &= \eta_t + \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w \\ W &= \zeta_t + \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \end{aligned} \tag{1}$$

其中 ρ, u, v, w, p, T, E 和 H 分别代表密度、 x, y, z 方向的绝对速度分量、压力、温度、总能和总焓。方程(1)中的速度为绝对速度, 但其分量为相对于静止坐标系以角速度 Ω 旋转的非惯性系中的分量。 ξ, η 等为坐标变换度量系数, ξ, η 等为网格的法向运动速度, J 为坐标变换的雅可比行列式。 F_v, G_v, H_v 为粘性通量, 其具体表达式从略。我们假定气体是完全气体。湍流模式采用简单的 Baldwin-Lomax 代数模式^[8]。

2.2 空间离散

空间方向的离散采用 Jameson^[9]等的中心型有限体积方法。为了保证计算的稳定性和自动捕捉激波, 格式中附加了二阶和四阶人工粘性项。为了确保边界层中流场计算的精度, 采用 Martinelli^[10] 和 Swanson^[11]等人提出的各项异性方案计算人工粘性系数。粘性通量采用中心差分计算。

2.3 时间离散

在时间方向的数值离散方面, 本文提出了一种简单高效的双时间步——隐式方法。设空间离散后的半离散格式可以写为:

$$\frac{1}{J} \frac{\partial Q}{\partial t} = R(Q) \tag{2}$$

本文采用下述形式的双时间步隐式格式:

$$\frac{Q^{(m+1)} - Q^m}{J \Delta \tau} + \frac{(1 + \Phi)(Q^{(m+1)} - Q^n) - \Phi(Q^n - Q^{n-1})}{J \Delta t} = R(Q^{(m+1)}) \tag{3}$$

(3) 式中的 τ 代表虚拟时间, m 是与虚拟时间对应的内迭代指标。 $m = 0$ 时, $Q^m = Q^n$, 当内迭代收敛时, $Q^{(m+1)} \rightarrow Q^{n+1}$ 。显然 (3) 式对物理时间而言是隐式格式, 即相对于 Δt 格式是无条件稳定的。 $\Phi = 1/2$ 时, 格式在时间方向为二阶精度, (3) 式的效率主要取决于与虚拟时间相关的内迭代的计算效率。下面简要论述本文提出的内迭代算法。

把 (3) 式中的 $R(Q^{(m+1)})$ 在 $Q^{(m)}$ 处进行线性化处

理, 可得:

$$\left[\left(\frac{1}{J \Delta \tau} + \frac{1+\Phi}{J \Delta t} \right) I + \frac{\partial}{\partial \xi} A + \frac{\partial}{\partial \eta} B + \frac{\partial}{\partial \zeta} C \right] \Delta Q^m = R_t(Q^m) \quad (4)$$

其中

$$R_t(Q^m) = - \left[\frac{(1 + \Phi(Q^m - Q^n) - \Phi Q^n - Q^{n-1})}{J \Delta t} \right] + R(Q^m)$$

$$\Delta Q^m = Q^{m+1} - Q^m, \quad A = \frac{\partial(F - F_v)}{\partial Q}$$

$$B = \frac{\partial(G - G_v)}{\partial Q}, \quad C = \frac{\partial(F - F_v)}{\partial Q}$$

为了构造求解(4)式的隐式方法, 我们在(4)式的两端同乘以预处理矩阵算子:

$$P = \left[\left(\frac{1}{J \Delta \tau} + \frac{1+\Phi}{J \Delta t} \right) I - \frac{\partial}{\partial \xi} A - \frac{\partial}{\partial \eta} B - \frac{\partial}{\partial \zeta} C \right]$$

则:

$$P \left[\left(\frac{1}{J \Delta \tau} + \frac{1+\Phi}{J \Delta t} \right) I + \frac{\partial}{\partial \xi} A + \frac{\partial}{\partial \eta} B + \frac{\partial}{\partial \zeta} C \right] \Delta Q^m = P R_t(Q^m) \quad (5)$$

(5)式的左侧的任何化简在不影响计算的收敛性时, 不会影响结果的精度。所以, 我们可对(5)式的左侧进行大幅简化, 先把 A, B, C 局部冻结, 再把 A^2, B^2, C^2 用相应矩阵的谱半径的自乘代替, 略去交叉导数项并做近似因式分解处理, (5)式可简化为:

$$\left[I - (J \Delta t) \Lambda_\xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \right] \left[I - (J \Delta t) \Lambda_\eta^2 \frac{\partial}{\partial \eta} \right] \cdot \left[I - (J \Delta t) \Lambda_\zeta^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \right] \Delta Q^m = (J \Delta t) P R_t(Q^m) \quad (6)$$

其中 $\Delta t \triangleq \frac{1}{(1/\Delta \tau) + [(1+\Phi)/\Delta t]}$ 为等效时间步长。与左端项不同, 对于(5), (6)式的右端项的任何近似处理, 均应以保证原隐式格式的时空精度为前提, 为此我们采用预测-校正的方法估算(6)式右端项。预测步为:

$$\left. \begin{aligned} \Delta Q^m &= J \Delta t R_t(Q^m) \\ \Delta Q^{m+1} &= Q^m + \Delta Q^m \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

由此可计算出 $R_t(Q^{m+1})$ 。校正步给出 $P R_t(Q^m)$ 的估计值:

$$P R_t(Q^m) \cong \frac{1}{J \Delta t} R_t(Q^{m+1}) + \frac{1+\Phi}{J \Delta t} R_t(Q^m)$$

(7b)

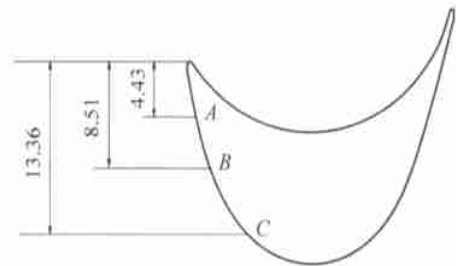
(6), (7)式就构成了完整的时间推进格式。对于线化方程可证明这种格式是无条件稳定的, 且内迭代收敛后的解, 就是(3)式中物理时间方向隐式格式的解。(6), (7)式的计算量与二阶 Runge-Kutta 方法加一次隐式残差平滑的计算量相近, 但是无需人为选定光滑算子的系数。数值计算表明, 它的收敛速度通常高于 Runge-Kutta 方法。

2.4 动、静叶网格交界面的处理方法

本文发展了一种完全守恒的动静叶交界面处数值通量的计算方法。记动叶流道中的计算网格为 G_r , 静叶流道中的计算网格为 G_s 。 G_r 和 G_s 有一公共交界面。本文计算界面数值通量的步骤为: (1)分别在 G_r 和 G_s 中构造由 G_s 和 G_r 延伸得到的虚拟网格。(2)通过插值计算出虚拟网格上的物理量的值。(3)利用和内点同样的方法分别计算以 G_r 和 G_s 为基准的界面面积元的数值通量, 这样就得到了通过交界面的两组数值通量 F_r, F_s 。(4) G_r 和 G_s 在它们的公共交界面处的网格线, 把界面分割成一系列小的面积元, 称为亚面积元。把数



(a) 计算网格



(b) 动叶压力观测点

图 1 计算条件

值通量 F_r, F_s 分配到亚面积元上并进行代数平均。(5) 分别在交界面处属于 G_r 的面积元和属于 G_s 的面积元上收集亚面积元上的平均通量, 从而重构出 G_r 和 G_s 在交界面上各面积元上的数值通量。上述方法显然是守恒的, 数值实验表明, 该方法, 有较好的稳定性, 且可以捕捉到通过界面的重要流动结构, 如激波、尾迹等。

3 计算结果及分析

为了验证本文发展的数值方法, 我们对某级亚音速透平的动静叶干涉进行了模拟, 实验^[12]中静叶有 44 个叶片, 动叶有 98 个叶片。为了减少

道。我们对动叶的栅距进行了调整, 使流道的面积与实验相同。计算网格如图 1(a) 所示。计算和实验中的流动条件如下: 静叶进口总压 202.7 kPa; 静叶进口总温 125℃; 动叶出口静压 175.3 kPa; 转速 Ω 分别为 3230, 4502 r/m in; 动静叶间距 d 为 11.3 mm 或 3 mm。

图 2($\Omega=3230\text{ r/m in}, d=11.3\text{ mm}$) 比较了动静叶之间沿叶高方向的一些总体参数的分布。总的来看, 实验和计算值符合得很好。图 3($\Omega=4502\text{ r/m in}, d=3\text{ mm}$) 是动叶吸力面 A, B, C 3 个点上压力(见图 1(b))随时间变化的前三阶简谐分量。在点 A 和点 B 处和实验符合较好。在 C 点

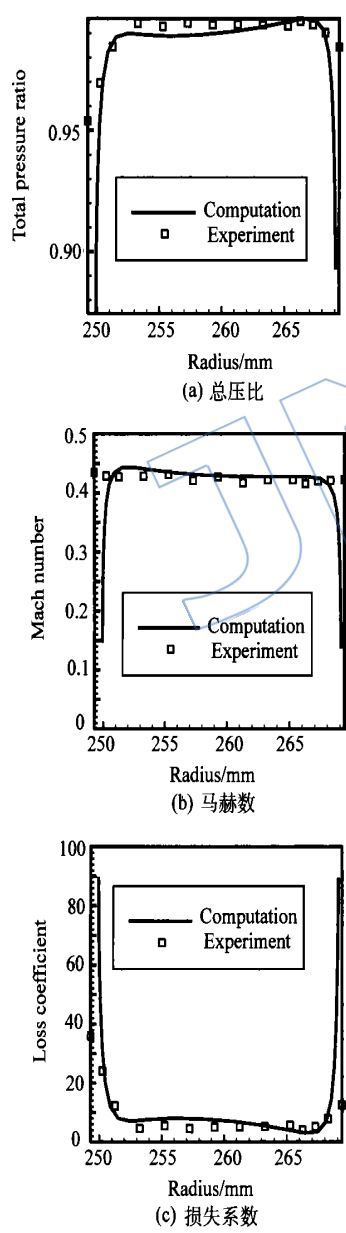


图 2 总体参数和实验的比较

计算量, 在计算中取一个静叶通道和两个动静通

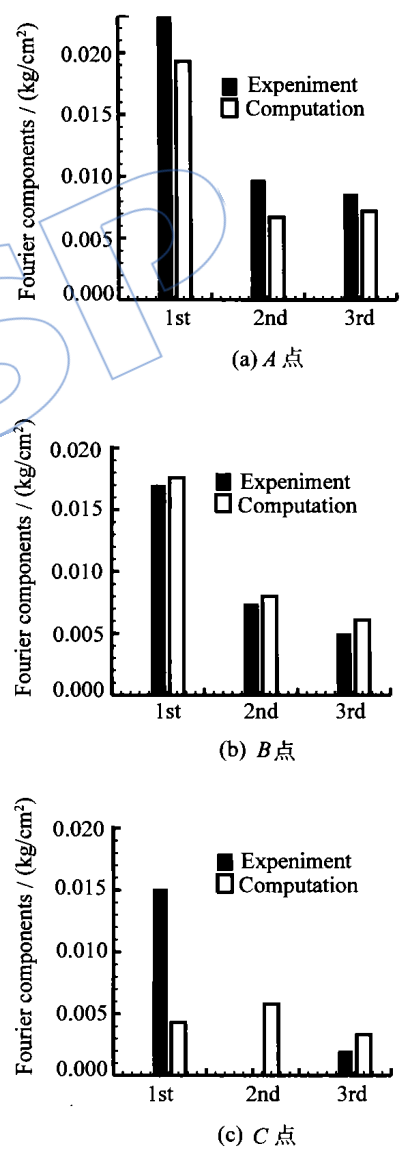


图 3 压力观测点的简谐分量

与实验差别较大(注意到实验数据不完整)。这说明本文的方法在总体上捕捉到了流动的主要特征; 非定常运动的细节上, 也能和实测值基本相

符,这说明本文的方法和计算结果是可信的。

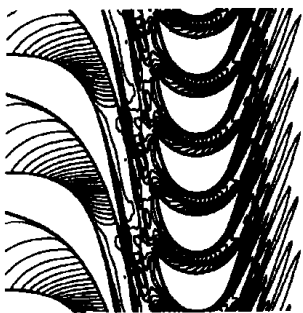


图4 $d = 11.3 \text{ mm}$ 时的马赫数分布

当转速较低($\Omega = 3230 \text{ r/min}$)且动静叶距离较远时,动静叶干涉效应比较弱。图4给出了这种情况下某一时刻的马赫数分布。从图中可以看出,此时静叶的尾迹在到达动叶通道时,已经较弱。这时的动静叶干涉主要体现为由于动叶转动造成的流动阻力的周期性变化。但当转速较高($\Omega = 4502 \text{ r/min}$)且动静叶间距较小时,流动的非定常性增强。图5是这种情况下某一时刻的马赫数分布,可以看出由于尾迹较强,在尾迹与动叶吸力面之间形成了一个高速区域。这个区域随尾迹一同运动,造成动叶的升力有较大的波动,对这一现象的深入分析,有助于预测可能发生的颤振现象。



图5 $d = 3 \text{ mm}$ 时的马赫数分布

综上所述,本文发展了计算三维粘性动静叶干涉的1种高效可行的方法。数值实验表明,本文的方法与实验测量可以较好的符合,且求解效率较高,我们将在湍流模式和数值计算方法方面对

本文的工作做进一步改进,以期发展一个高效,准确的动静叶干涉的数值模拟方法。

参考文献

- [1] Erdos J L, Alzner E, McNally W. Numerical Solution of Periodic Transonic Flow Through a Fan Stage[J]. AIAA Journal, 1977, 15(11): 1559- 1568
- [2] Giles M B. Stator Rotor Interactions in a Transonic Turbine [R]. AIAA Paper 88- 3093, 1988
- [3] Dawes W N. Simulating Unsteady Turbomachinery Flows on Unstructured Meshes Which Adapt both in Time and Space[R]. ASME Paper 93- GT- 104, 1993
- [4] Ren Yuxin. Numerical Simulation of Rotor-Stator Interactions in a Transonic Compressor Stage [J]. Tsinghua Science and Technology, 2000, 5(1): 76- 81
- [5] He L. New Two-Grid Acceleration Method for Unsteady Navier-Stokes Calculations [J]. AIAA J. of Power and Propulsion, 1993, 9(2): 272- 280
- [6] Arnone A, Pacciani R. Rotor-Stator Interaction Analysis Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1996, 118: 679- 689
- [7] Jung A R, Mayer J F, Stetter H. Simulation of 3d Unsteady Stator/Rotor Interaction in Turbomachinery Stages of Arbitrary Pitch Ratio [R]. ASME Paper 96- GT- 69, June 1996
- [8] Baldwin B S, Lomax H. Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows[R]. AIAA Paper 78- 257, 1978
- [9] Jameson A, Schmidt W, Turkel E. Numerical Solution of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes[R]. AIAA Paper 81- 1259, 1981
- [10] Martinelli L, Jameson A. Validation of a multigrid method for the Reynolds-Averaged Equations[R]. AIAA Paper 88- 0414, 1988
- [11] Swanson R C, Turkel E. Artificial Dissipation and Central Difference Scheme for the Euler and Navier-Stokes Equations[R]. AIAA Paper 87- 1107, 1987
- [12] Nishi H, Watanabe T, et al. Rotor/Stator Interactions for a Turbine Stage with Large Turning Angle[A]. The 14th Gas Turbine Symposium [C]. Autumn Section, 1999, 7- 12

(责任编辑 杨再荣)