

转子特性参数的预估和临界响应的预报

廖明夫¹, 蒲秋洪², 钟志才²

(1. 西北工业大学 旋转机械与风能装置测控研究所, 陕西 西安 710072;

2. 中国燃气涡轮研究院, 四川 成都 610500)

摘要: 建立了转子系统临界转速和阻尼比的估计方法。利用转子升速至80%~90%的临界转速之前的数据就可估计出转子的临界转速和阻尼比, 而无须使转子越过临界转速。由此可避免转子过临界时的剧烈振动。

本文还给出了转子在临界转速处的不平衡响应的预报方法。实验结果表明, 本文建立的方法是有效的。

关键词: 航空、航天推进系统; 转子; 临界转速; 阻尼比; 预估

中图分类号: V231.96

文献标识码: A

Estimation of Critical Speed and Damping Ratio of a Rotor and Prediction of the Rotor Response at Critical Speed

LIAO Ming-fu¹, PU Qiu-hong², ZHONG Zhi-cai²

(1. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Gas Turbine Establishment of China, Chengdu 610500, China)

Abstract: This paper presents methods for estimating critical speed and damping ratio of a rotor and predicting the rotor response to imbalance at the critical speed. The estimation and prediction are carried out by means of the vibration values measured during the escalation stage of the rotor speed but below critical speed. In this way the critical speed and damping ratio can be obtained without running the rotor over its critical speeds, therefore a violent and dangerous vibration of the rotor at critical speed can be avoided. Additionally the prediction of the rotor response to imbalance at critical speed can give an assessment of condition of the rotor balance. Experimental results show that the critical speed and damping ratio can satisfactorily be estimated by these methods below 80 percent of the critical speed.

Key words: aerospace propulsion system; rotor; critical speed; damping ratio; prediction

1 前言

转子的临界转速在设计阶段可经计算获得。但由于转子结构的复杂性, 其临界转速往往难以算准。而转子系统的阻尼更难获得。因此, 临界转速和阻尼需经动态测量得到。若允许任意操纵转子的升、降速过程, 则据转子的幅频特性, 很容易

测得临界转速和阻尼。但在实际情况下, 升速时要么使机器急速通过临界转速区域, 例如发电机组; 要么保证在过临界时的振动值限定在某一允许的范围内, 否则, 不能越过临界转速。航空发动机就属此类。为此, 期望利用升速过程中转速在临界转速的80%~90%以下的数据估计出转子的临界转速和阻尼, 同时能预报出转子在临界转速时的

响应幅度,这样就可以为做出继续升速超过临界转速还是结束升速过程的决定实时地提供依据,同是又不浪费此次升速过程中得到的数据。

本文建立了转子临界转速和阻尼的估计方法以及转子过临界转速时响应幅值的预报方法。利用这些方法,可在转子升速至临界转速的 80%~90%之前估计出转子系统的临界转速和阻尼,同时预报出转子过临界时的响应幅值。实验结果表明,这些方法是有效的。

2 Jeffcott 转子的不平衡响应及参数的估计方法

对于 Jeffcott 转子,其不平衡响应为:

$$r = \frac{\Omega^2 \epsilon}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega^2)^2 + (2D\omega\Omega)^2}} \quad (1)$$

式中: ϵ 为转子质量偏心, ω 为转子临界转速, Ω 为转速, D 为转子的阻尼比。其中 ϵ, ω 和 D 皆为未知数。

2.1 转子的临界转速和阻尼比的估计方法

2.1.1 转子升速过程中临界转速和阻尼比的估计

若能将转子升速得到转子响应的幅频曲线,则临界转速和阻尼皆可很容易求得。但在有些情况下,无法直接升速越过临界转速而得到完整的幅频特性。而是先升至慢车转速,然后再升至约 80%至 90%的临界转速。若此时转子振动过大,则立刻降速待检,此时只能得到 80%~90%临界转速以下的幅频特性。事实上,仍可利用这些数据进行估计,并且可实时在线进行。

转子在转速 Ω_1, Ω_2 和 Ω_3 时的响应分别为:

$$r_j = \frac{\Omega_j^2 \epsilon}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega_j^2)^2 + (2\omega\Omega_j D)^2}} \quad (j = 1, 2, 3) \quad (2)$$

由式(2)得到幅值比:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\sqrt{(\omega^2 - \Omega_1^2)^2 + (2\omega\Omega_1 D)^2} \Omega_2^2}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega_2^2)^2 + (2\omega\Omega_2 D)^2} \Omega_1^2} \quad (3)$$

和

$$\frac{r_3}{r_2} = \frac{\sqrt{(\omega^2 - \Omega_2^2)^2 + (2\omega\Omega_2 D)^2} \Omega_3^2}{\sqrt{(\omega^2 - \Omega_3^2)^2 + (2\omega\Omega_3 D)^2} \Omega_2^2} \quad (4)$$

可见幅值比 r_2/r_1 和 r_3/r_2 与转子不平衡 ϵ 无关。其中 $r_1, r_2, r_3, \Omega_1, \Omega_2$ 和 Ω_3 在升速过程中由测量获得,但 ω 和 D 为未知参数,也正是需要估计

的目标。假设阻尼比 D 与转速无关。

由式(3)和(4)得到两个关于 ω 和 D 的方程:

$$(A_1^2 - 1)\omega^4 - 2P_1\omega^2 + 4D^2P_1\omega^2 + A_1^2\Omega_2^4 - \Omega_1^4 = 0 \quad (5)$$

$$(A_2^2 - 1)\omega^4 - 2P_2\omega^2 + 4D^2P_2\omega^2 + A_2^2\Omega_3^4 - \Omega_2^4 = 0 \quad (6)$$

其中:

$$A_1 = \frac{r_2\Omega_1^2}{r_1\Omega_2^2}, \quad A_2 = \frac{r_3\Omega_2^2}{r_2\Omega_3^2}$$

$$P_1 = A_1^2\Omega_2^2 - \Omega_1^2, \quad P_2 = A_2^2\Omega_3^2 - \Omega_2^2$$

由此解得:

$$\omega^4 = -\frac{P_1[A_2^2\Omega_3^4 - \Omega_2^4] - P_2[A_1^2\Omega_2^4 - \Omega_1^4]}{P_1(A_2^2 - 1) - P_2(A_1^2 - 1)} \quad (7)$$

$$D^2 = \frac{1}{4P_2\omega^2} [2P_2\omega^2 - (A_2^2 - 1)\omega^4 - A_2^2\Omega_3^4 + \Omega_2^4] \quad (8)$$

在转子升速过程中,第一步先测量三个转速及对应的转子响应,然后求解式(7)和(8)就可得到临界转速 ω 和阻尼比 D 。此后每测量一个转速及对应的响应,就可由式(7)和(8)求得临界转速 ω 和阻尼比 D 。随着转速不断升高,求得的临界转速 ω 和阻尼比 D 越来越趋近准确值。

2.1.2 转子临界转速及阻尼比的估计算法及数值模拟

如上所述,在转子升速过程中,根据测量的转子响应值和转速来估计临界转速 ω 和阻尼比 D 。测量误差和噪声将会影响临界转速值和阻尼比 D 的估计精度。仅靠 3 个转速 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 处测得的响应值很难一次得到 ω 和 D 值的较精确的估计。在增速过程中,从低速到高速可很密集地测得转子的转速和对应的转子响应。一旦测得 3 个转速及对应的响应,就可由方程(7)和(8)算出转子的临界转速及阻尼比。每增加一组测量值(转速及转子响应),则把已使用过的第一组测量值取掉,用第二、三组测量值及新增的测量值进行计算。由于 ω 和 D 是以转子的不平衡响应为基础来估计的,而转子发生挠曲变形时,才能进行估计。因此,估计时的转速起点不宜太低。随着转速的升高,所估计的 ω 和 D 值越来越逼近真值。

不妨以式(1)进行数值模拟。假设临界转速 $\omega = 200$, 阻尼比 $D = 0.02$, 则由式(1)得到如图 1 所示的幅频特性。在图 1 所示的幅频特性线上取 3 个不同的转速 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 及所对应的幅值 r_1, r_2 和

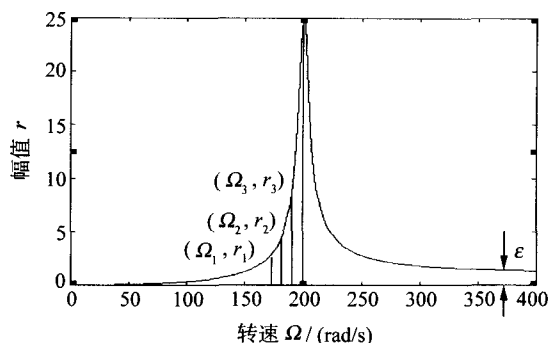
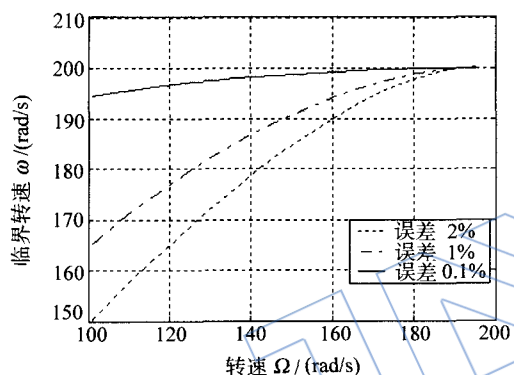


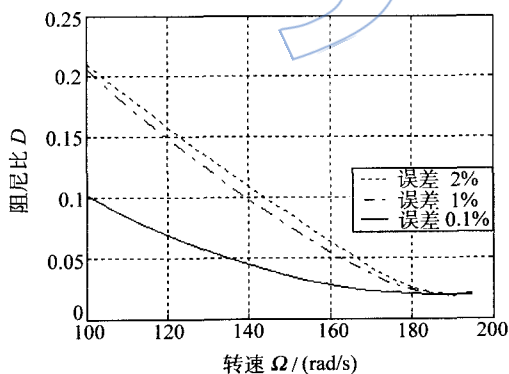
图 1 转子幅频特性

临界转速 $\omega = 200$; 阻尼比 $D = 2\%$; 不平衡 $\epsilon = 1.0 \text{ mm}$

Fig. 1 Frequency response of a rotor
critical speed $\omega = 200$; damping ratio $D = 2\%$;
excentricity $\epsilon = 1.0 \text{ mm}$



(a) 测量误差对临界转速估计的影响



(b) 测量误差对阻尼比估计的影响

图 2 测量误差对临界转速和阻尼比估计的影响

Fig. 2 The influence of measurement error
on the estimation of critical speed
and damping ratio

r_3 。则由方程(7)和(8)可算出临界转速 ω 和阻尼比 D 。取相等的转速步长, 即为:

$$\Omega_2 - \Omega_1 = \Omega_3 - \Omega_2 = 10$$

由于 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 及对应的 r_1, r_2 和 r_3 是精确值, 故可算得 ω 和 D 的精确值。

为模拟实际情况, 人为地在响应幅值和转速测量中引入 $1\%, 1\%, 2\%$ 的随机误差, 估计的临界转速结果如图 2 所示。测量误差对临界转速 ω 和阻尼比 D 估计的结果有不同程度的影响。当测量误差为 $\pm 2\%$ 时, 在转速比 $\eta = \Omega/\omega = 80\%$ 时, 临界转速估计误差小于 10% ; 在 $\eta = 0.90$ 时, 临界转速估计误差小于 1% 。测量精度提高到 1% , 在转速比 $\eta = 0.8$ 时, 临界转速估计误差小于 5% ; 在转速比 $\eta = 0.9$ 时, 临界转速估计误差小于 1% 。测量精度提高到 0.1% , 在 $\eta = 0.6$ 时, 临界转速估计误差小于 10% , 在 $\eta = 0.8$ 时, 临界转速估计误差小于 1% 。可见测量误差对临界转速估计结果有影响。利用式(8)估计阻尼比 D 值时, 估计结果受测量误差的影响更甚。因此, 不宜用式(8)估计阻尼比。

由以上的数字模拟结果可见, 用响应幅值估计方法估计阻尼比 D 值, 很难估准。但估计临界转速值是合适的。

2.1.3 不平衡量 ϵ 的估计算法

小阻尼情况下, 在较低转速范围, 阻尼比 D 对转子振动幅值 r 的影响甚微。因此, 可先忽略阻尼的影响, 而较准确地估计出不平衡量 ϵ 。

无阻尼时, 式(1)变为:

$$r = \frac{\Omega^2 \epsilon}{\omega^2 - \Omega^2} \quad (9)$$

根据测得的转速 Ω_1 和 Ω_2 及测得的对应幅值 r_1 和 r_2 , 则得:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{(\omega^2 - \Omega_1^2)\Omega_2^2}{(\omega^2 - \Omega_2^2)\Omega_1^2} \quad (10)$$

解得:

$$\omega^2 = \frac{A_1 \Omega_2^2 - \Omega_1^2}{A_1 - 1}$$

其中:

$$A_1 = \frac{r_2 \Omega_1^2}{A_1 - 1} \quad (12)$$

而

$$\epsilon = \frac{\omega^2 - \Omega_1^2}{\Omega_1^2} r_1$$

或

$$\epsilon = \frac{\omega^2 - \Omega_2^2}{\Omega_2^2} r_2 \quad (13)$$

在达到临界转速的 80% 之前, 逐点进行计算, 就可求得临界转速 ω 和不平衡量 ϵ 值。

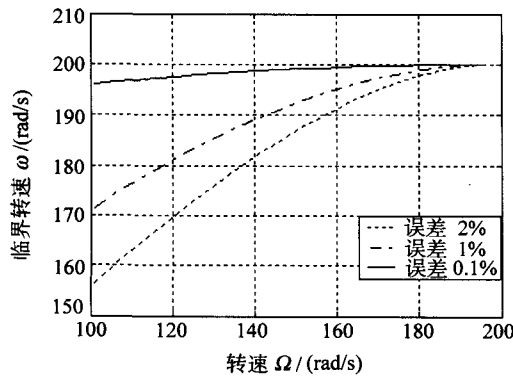
2.2 转子的临界转速和阻尼比的相位估计法

转子在不平衡作用下的相位 θ 满足表达式:

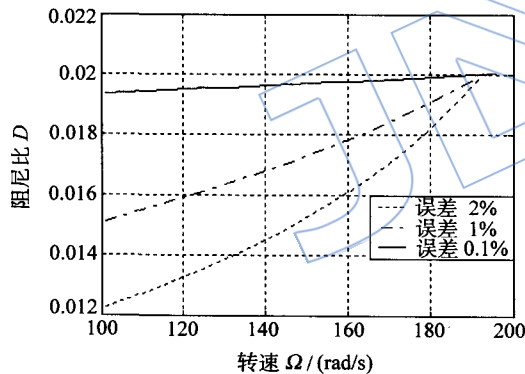
$$Z = \tan \theta = \frac{2\omega\Omega D}{\omega^2 - \Omega^2} \quad (14)$$

如果阻尼 D 随转速不变化或变化不大, 则可由式(14)估计阻尼比 D 值。在现场实验中可测量转子系统在 Ω_1 和 Ω_2 的相位 θ_1 和 θ_2 , 则据式(14)可得:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\Omega_1(\omega^2 - \Omega_2^2)}{\Omega_2(\omega^2 - \Omega_1^2)} \quad (15)$$



(a) 测量误差对临界转速估计的影响



(b) 测量误差对阻尼比估计的影响

图 3 相位测量误差对临界转速和阻尼比估计的影响

Fig. 3 The influence of errors in measurement of phase angle on the estimation of critical speed and damping ratio

由此解得:

$$\omega^2 = \frac{Z_1 \Omega_1^2 \Omega_2 - Z_2 \Omega_1 \Omega_2^2}{Z_1 \Omega_2 - Z_2 \Omega_1} \quad (16)$$

$$D = \frac{Z_1(\omega^2 - \Omega_1^2)}{2\omega\Omega_1}$$

或

$$D = \frac{Z_2(\omega^2 - \Omega_2^2)}{2\omega\Omega_2} \quad (17)$$

故可由式(16)和(17)解得临界转速 ω 和阻尼比

D 。

实验中我们可以较方便地测量转子实验器的转速 Ω 和对应的相位 θ , 故此方法是可行的。对此方法同样进行数字模拟。不妨假设临界转速 $\omega = 200$, 阻尼比 $D = 0.02$ 。由于转速和相位 $\tan \theta$ 皆为准确值, 故估计出的临界转速和阻尼比皆为理论值。为模拟实际情况, 人为地在转速和相位中引入 1%, 1%, 2% 的随机误差, 结果如图 3 所示。加入达 2% 的转速误差, 在低转速时估计结果误差亦小于 5%。所以此方法的估计结果对测量误差的敏感性与前面的方法相比要小得多。相位误差达 2% 时, 即使在 $\omega = 0.6$ 时, 估计的临界转速误差亦小于 10%, 而阻尼比 D 已经与理论值在同一数量级。因此, 用相位估计临界转速和阻尼比远优于用响应幅值。

3 复杂转子系统的不平衡响应及参数的估计

实际的转子系统要比 Jeffcott 转子复杂得多。但当在第一阶临界转速之下运行时, 一阶模态绝对占优。上节所述的估计方法仍然是适用的。

一般情况下, 转子的响应为:

$$r(z, \omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Omega^2 A_k S_k(z)}{\sqrt{(\omega_k^2 - \Omega^2)^2 + (2D_k \omega_k \Omega)^2}} \quad (18)$$

其中: ω_k 为转子系统第 k 阶临界转速, D_k 为第 k 阶阻尼, $A_k S_k$ 为第 k 阶模态不平衡量。

当转子转速 Ω 越过低阶临界转速 ($1 \sim k-1$ 阶) 而向第 k 阶临界转速 ω_k 趋近时, 转子的响应中第 k 阶模态不平衡量的影响绝对占优, 而其它阶的影响可忽略不计。此时, 转子的响应为:

$$r = \frac{\Omega^2 A_k S_k(z)}{\sqrt{(\omega_k^2 - \Omega^2)^2 + (2D_k \omega_k \Omega)^2}} \quad (19)$$

若在 $z = z_1$ 处测量转子的振动, 则有:

$$r = \frac{\Omega^2 A_k S_k(z_1)}{\sqrt{(\omega_k^2 - \Omega^2)^2 + (2D_k \omega_k \Omega)^2}} \quad (20)$$

可见, 此时转子的响应与式(1)所描述的 Jeffcott 转子的响应具有相同的形式。因此, 仍可用式(7)和(8)来估计转子的参数。

4 转子不平衡响应的预报

根据前面所述, 用响应幅值方法能比较精确地估计出转子系统的临界转速 ω 和系统的不平衡量 ϵ , 再用相位响应方法估计出转子系统的阻

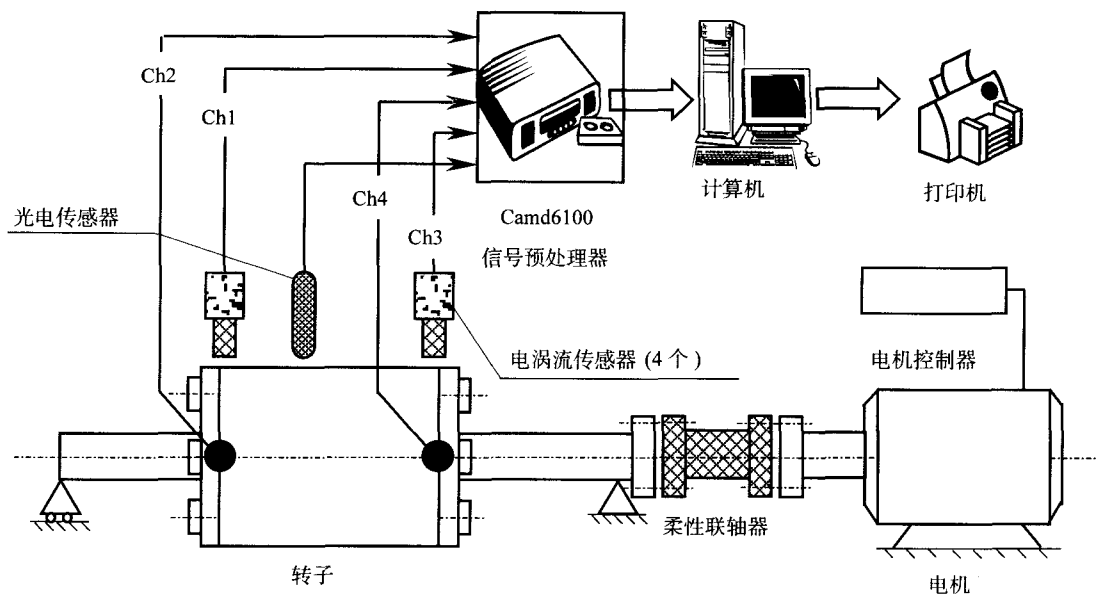


图 4 实验测试系统

Fig. 4 Test rig and measurement system

表 1 不同转速下估计的临界转速与实测值的比较

Table 1 Comparison of estimated critical speed with the measured value at different speeds

测量转速/(r/min)	与临界转速之比/%	估计临界转速/(r/min)	实测临界转速/(r/min)	误差/%
1600	69	2014	2300	12
1700	74	2114	2300	8.1
1800	78	2257	2300	1.8

尼比 D , 根据估计出的 ω , D 和 ϵ 值就可得到转子在整个转速范围的不平衡响应。

事实上, 如果对转子有平衡精度要求, 则根据转速达到 60% 临界转速之前所估计的 ϵ 值, 就可决定是否停机对转子进行动平衡, 而无须继续升速, 使转子振动超过限定值而被迫停机。

若以转子过临界转速时振动值作为评定转子平衡状态的依据, 则在转子升速过程中, 根据所估计的 ω , D 和 ϵ 值对转子不平衡响应 r 进行预报。在转速达到临界转速的 80% 至 90% 时, 就可给出较为满意的预报结果。根据预报结果, 就可做出停机平衡还是升速越过临界转速的决策。

5 实验验证

转子实验器及测试系统如图 4 所示。试验时改变直流电机的转速, 由 0~3000 r/min, 中间经过临界转速。利用前面介绍的响应幅值估计法和相位估计方法对临界转速和阻尼比进行了估计计

算, 得到其临界转速为 2257 r/min, 最大振动幅值为 0.746 mm。其预报曲线见图 5。在临界转速的

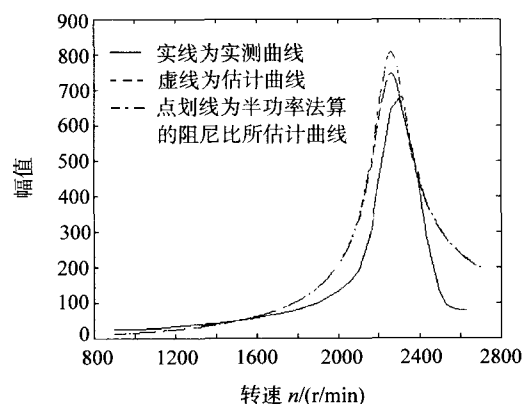


图 5 预估的幅频曲线和实测的幅频曲线

Fig. 5 Estimated frequency response of the test rig and the measured

80% 时用数据估计出的临界转速与实验室用仪器

测得的临界转速(2300 r/min)相比,误差为 1.8%,越靠近临界转速,估计精度越高。表 1 表示在 3 个不同转速下估计的临界转速。阻尼比估计为 $D=0.0403$,用半功率点法所测的阻尼比为 $D=0.0373$,误差约为 8%。最后估计的最大振动幅值响应误差为 8%,这主要是阻尼比的估计误差造成的,但可以接受。

6 结 论

本文建立了利用转子升速过程中部分幅频和相频数据估计转子临界转速和阻尼比的方法,并给出了转子临界响应的预报。进行了数值模拟验证和实验验证,得出如下的结论:

(1) 利用转子升速至 80%~90%临界转速以

下的幅频和相频数据可较准确的估计出转子的临界转速和阻尼比,并给出转子临界响应的预报。

(2) 用相位估计法估计阻尼比的精度远高于用幅值估计法。但用两种方法估计的临界转速却相差甚微。

(3) 上述的估计方法可在线进行。

参考文献:

- [1] 廖明夫. 裂纹转子动力学特性及其监测技术研究[D]. 西安: 西北工业大学, 1995.
- [2] 顾家柳, 刘启州. 转子动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985.
- [3] 季文美, 方同. 机械振动[M]. 北京: 科学出版社, 1985.
- [4] 杨伸记, 廖明夫, 赵旭民, 等. 旋转机械状态监测与故障诊断系统[J]. 测控技术, 2000, 19(1): 56-58.