

文章编号: 1000-8055(2002) 04-0464-05

单程叉流翅片管束式换热器的传热分析

蔡伟华, 徐国强, 陶 智, 耿汀
(北京航空航天大学 动力系, 北京 100083)

摘要: 采用对管外流体温度进行加权平均的方法, 应用 Laplace 变换和归纳法, 对任意 n 排单程叉流翅片管束式换热器的换温和温度分布进行了分析。得到了管内、管外流体的温度分布和换热器效率的简洁表达式。
关 键 词: 换热器; 叉流; 热效率
中图分类号: V 231. 1 文献标识码: A

An Analysis of the Effectiveness of One Pass Cross-Flow Finned Tube Bundle Heat Exchangers

CAI Wei-hua, XU Guo-qiang, TAO Zhi, DING Shui-ting
(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Using the method of weighted mean value of outside fluid temperature along with the Laplace transformation and recursive procedure, an analysis of the heat transfer and temperature fields of one pass finned tube bundle cross-flow heat exchanger has been carried out. The spatial distributions of the fluid temperature fields inside and outside the tubes are presented. It is shown that for such flow arrangement, the relation for heat exchanger effectiveness has a simple explicit form.

Key words: heat exchanger; cross-flow; thermal effectiveness

主要符号表

B	参数	Q	换热量
$C^* = \frac{(mC_p)_{\min}}{(mC_p)_{\max}}$	比热容量速率	T	管内流体温度
C_p	比热容	t	管外流体温度
D	管径	u	管内流体速度
$f_i(\eta)$	辅助函数	v	管内流体速度
K	传热系数	x	坐标
L	管长	ϵ	换热器效率
$\dot{m}$	质量流量	η	无因次坐标
n	管道数目	μ	参数
N_{tu}	传热单元数	π	圆周率
ntu	单根管一侧传热单元数	ω	加权系数
		σ	无因次参数

θ	管外无因次温度	in	进口
ξ	管内无因次温度	o	出口
脚标		$i-1/2$	第 i 根管进口边界
1	管内	$i+1/2$	第 i 根管出口边界
2	管外		

1 前 言

换热器设计过程中的目标之一就是尽量提高换热器的效率。这可以通过强化对流换热和增加换热面积, 从而提高换热器的紧凑度来实现。显然, 如果能详细地了解换热器运行情况, 诸如流动和温度分布情况, 在换热器的设计过程中就能合理地进行流动布局 and 分配换热面积, 从而提高换热器的换热效率。

对于叉流式换热器的温度分布的研究最早可见于 Smith^[1] 在 1934 年对管外流体混合, 管内流体不混合情况的分析。随后 Bowman R A^[2] 等分析了管束式换热器的平均温度分布情况。Mason J L^[3] 于 1954 年研究了两种流体均不混合的错流, 得到了基于流体出口温度混合平均值的换热器效率的级数解。Stevens R A^[4] 等于 1957 年用同样的方法分析了单程, 两程和三程错流换热器的平均温度分布。对于两侧流体均不混合的叉流换热器, London, A L 和 Kay W M^[5] 指出此种换热器的效率在基于流体出口温度的混合平均值时不存在封闭的解析解。因而计算此种流动方式的换热器效率时一般用 Mason^[3] 的级数解。1993 年, Bes 和 Roetzel^[6] 利用对管外流体温度进行加权平均的方法重新分析了叉流换热器内的温度分布。用同样的方法, Bes^[7] 于 1996 年分析了 n 程 n 排蛇型管换热器内的温度分布。通过复杂的数学变换, 最终得到了此类换热器内流体温度分布的表达式。本论文旨在利用 Bes 发展的管外流体温度加权平均的方法, 通过合理简化, 分析 n 排叉流式管束换热器—特别是翅片管式叉流换热器的热性能, 了解换热器内的温度分布情况, 寻求此种换热器效率的简洁表达, 以便有效方便地设计换热器。

2 问题分析

图 1 所示为工程中常用的任意 n 排管叉流管束换热器的流动布局。管外流体(通常为空气) 横向流过 n 排管束, 管内流气体或液体。假定管内流体在截面均匀分布, 截面温度处处相等; 传热系数沿管轴向处处相等; 管外流体沿管轴均匀地横向

流过管束, 且不混合。对于横掠翅片管的流动和换热, 上述假设是合理的。对于横掠光管的情况, 如果管外流体混合不充分, 同样可以作上述假设。

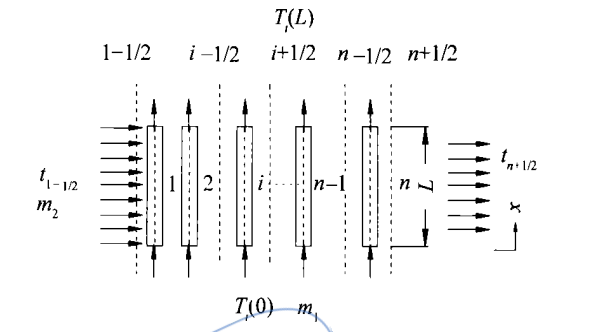


图1 n 排管叉流管束换热器的流动布局

Fig. 1 Arrangement of one pass cross-flow finned tubes bundle

取其中第 i 根管如图 2 进行传热分析。

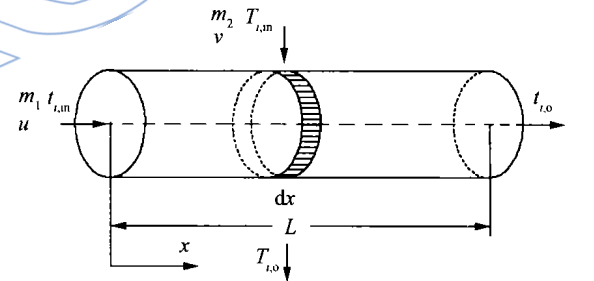


图 2 横掠单圆管流动示意图

Fig. 2 Cross-flow over single tube

取微元段 dx , 对管内流体, 由能量守恒知:

$$- \frac{d\xi_i}{d\eta} = ntu_i(\xi_i - \theta_i) \tag{1}$$

对管外流体, 由能量守恒知:

$$\theta_{i-1/2} - \theta_{i+1/2} = ntu_2(\theta_i - \xi_i) \tag{2}$$

式中:

$$\theta = \frac{t_i - T_1(0)}{t_{1-1/2} - T_1(0)}$$
$$\xi_i = \frac{T_i - T_1(0)}{t_{1-1/2} - T_1(0)} \tag{3}$$

t_i 为管外流体温度, T_i 为管内流体温度。

$$ntu_1 = \frac{K(\pi DL)}{(mC_p)_1} \quad , \quad ntu_2 = \frac{K(\pi DL)}{(mC_p)_2} \quad (4)$$

式中: D 为管径, L 为管长。 $\theta_{\pm 1/2}$ 对应第 i 根管的管外流体出口和进口温度。 θ 是采用 Bes Th^[6] 的方法, 对管外流体温度采取加权平均后的管外流体平均温度。

如图3, 在微分段 dx 内, 管内流体温度 ξ 可近似认为不变, 并可以证明管外流体温度沿管径作指数变化。图中 b 为管半周长。

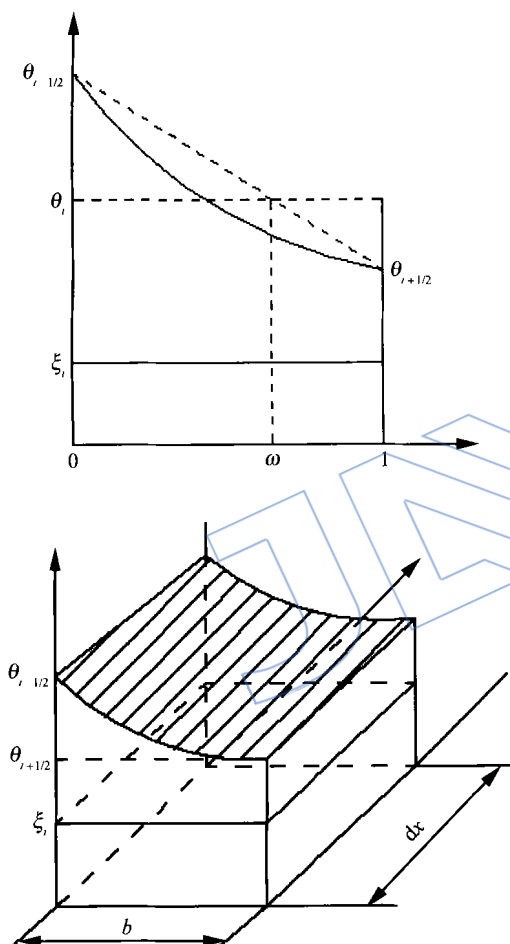


图3 微分段内的无因次温度分布

Fig. 3 Distribution of fluid temperatures in the infinitesimal small slice

由图3的温度分布易推导出:

$$\theta = \omega \theta_{i+1/2} + (1 - \omega) \theta_{i-1/2} \quad (5)$$

$$\omega = \frac{1}{1 - e^{-ntu_2}} - \frac{1}{ntu_2} \quad (6)$$

由公式(1), (2), (5)及(6)消去 θ 得:

$$-\frac{d\xi_i}{d\eta} = B(\xi_i - \theta_{i-1/2}) \quad (7)$$

$$\theta_{i+1/2} - \mu \theta_{i-1/2} = (1 - \mu) \xi_i \quad (8)$$

$$\text{式中:} \quad \mu = e^{-ntu_2} \quad (9)$$

$$B = \frac{n(1 - \mu)(mC_p)_2}{(mC_p)_1} \quad (10)$$

公式(7)和(8)是常系数线性微分方程组, 要得到定解还需要定义边界条件。对图1所示的流动结构其边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} \xi_i(0) &= 0 \\ \theta_{i-1/2} &= 1 \\ \theta_{i+1-1/2} &= \theta_{i+1/2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

3 问题求解

3.1 能量方程的求解

对 $i+1$ 根管, 重新写出公式(7)和(8)得到:

$$-\frac{d\xi_{i+1}}{d\eta} = B(\xi_{i+1} - \theta_{i+1/2}) \quad (12)$$

$$\theta_{i+3/2} - \mu \theta_{i+1/2} = (1 - \mu) \xi_{i+1} \quad (13)$$

由公式(7), (8)及(12)消去 θ 得到:

$$\left[\frac{d\xi_{i+1}}{d\eta} - \mu \frac{d\xi_i}{d\eta} \right] + B(\xi_{i+1} - \xi_{i+1}) = 0 \quad (14)$$

为了在求解过程中使方程式表达简洁, 这里

令:

$$\xi_i(\eta) = e^{-\eta B} f_i(\eta) \quad (15)$$

式中: $f_i(\eta)$ 为辅助函数。

将式(15)代入式(14)整理后得:

$$f_{i+1}'(\eta) = \mu f_i'(\eta) + B(1 - \mu) f_i(\eta) \quad (16)$$

再令无因次参数

$$\sigma = \eta B \left[\frac{1}{\mu} - 1 \right] \quad (17)$$

将其代入公式(16)有:

$$f_{i+1}'(\sigma) = \mu [f_i'(\sigma) + f_i(\sigma)] \quad (18)$$

式(18)是关于辅助函数 $f_i(\sigma)$ 的递推公式, 可以应用 Laplace 变换和边界条件求解。

对于图1所示的流动, 有如下边界条件:

当 $\eta = 0$ 时:

$$\xi_i(0) = 0, \quad f_i(0) = 0, \quad \sigma = 0$$

当 $\sigma = 0$ 时: $f_i(\sigma) = 0$ (19)

考虑边界条件, 对式(18)作 Laplace 变换有:

$$F_{i+1}(s) = \frac{\mu(s+1)}{s} F_i(s) = \left[\frac{\mu(s+1)}{s} \right]^i F_1(s) \quad (20)$$

当 $i=1$ 时, 式(7), (8) 变化为:

$$-\frac{d\xi_1}{d\eta} = B(\xi_1 - 1) \quad (21)$$

$$\theta_{+1/2} - \mu = (1 - \mu)\xi_1 \quad (22)$$

对公式(21)沿管长积分后得式如下:

$$\xi_1 = 1 - e^{-B\eta} \quad (23)$$

把公式(23)代入(22)有:

$$\theta_{+1/2} = 1 - (1 - \mu)e^{-B\eta} \quad (24)$$

由公式(15)得到:

$$f_1(\sigma) = e^{\mu\sigma(1-\mu)} - 1 \quad (25)$$

对公式(25)作 Laplace 变换得到:

$$F_1(s) = \frac{\frac{\mu}{1-\mu}}{s \left[s - \frac{\mu}{1-\mu} \right]} \quad (26)$$

将公式(26)代入(20)有:

$$F_{i+1}(s) = \frac{\mu^{i+1}(s+1)^i}{(1-\mu) \left[s - \frac{\mu}{1-\mu} \right] s^{i+1}} \quad (27)$$

对公式(27)作 Laplace 逆变换有:

$$f_{i+1}(\sigma) = \frac{\mu^{i+1}}{1-\mu} \lim_{s \rightarrow \frac{\mu}{1-\mu}} \frac{(s+1)^i e^{s\sigma}}{s^{i+1}} + \frac{\mu^{i+1}}{(1-\mu)i!} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^i}{ds^i} \left[\frac{(s+1)^i e^{s\sigma}}{s - \frac{\mu}{1-\mu}} \right] \quad (28)$$

由归纳法知道:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^i}{ds^i} \left[\frac{(s+1)^i e^{s\sigma}}{s - \frac{\mu}{1-\mu}} \right] = \sum_{j=0}^i \frac{-p_j^i}{\left[\frac{\mu}{1-\mu} \right]^{j+1}} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^{i-j}}{ds^{i-j}} [(s+1)^i e^{s\sigma}] \quad (29)$$

同样, 由归纳法得到:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^{i-j}}{ds^{i-j}} [(s+1)^i e^{s\sigma}] = \sum_{m=0}^{i-j} C_m^{i-j} p_m^i \sigma^{(i-j-m)} \quad (30)$$

因此公式(29)变换为:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{d^i}{ds^i} \left[\frac{(s+1)^i e^{s\sigma}}{s - \frac{\mu}{1-\mu}} \right] = \sum_{j=0}^i \frac{-p_j^i}{\left[\frac{\mu}{1-\mu} \right]^{j+1}} \left[\sum_{m=0}^{i-j} C_m^{i-j} p_m^i \sigma^{(i-j-m)} \right] \quad (31)$$

把公式(31)代入(28)得到:

$$f_{i+1}(\sigma) = e^{\mu\sigma(1-\mu)} - \sum_{j=0}^i \left\{ \frac{\mu^{i-j}(1-\mu)^j}{(i-j)!} \left[\sum_{m=0}^{i-j} C_m^{i-j} p_m^i \sigma^{(i-j-m)} \right] \right\} \quad (32)$$

把 $\sigma = \eta B \left[\frac{1}{\mu} - 1 \right]$ 代入公式(32)有:

$$f_{i+1}(\eta) = e^{\eta B} - \sum_{j=0}^i \frac{\mu^{i-j}(1-\mu)^j}{(i-j)!} \left\{ \sum_{m=0}^{i-j} C_m^{i-j} p_m^i \left[\eta B \left[\frac{1}{\mu} - 1 \right] \right]^{(i-j-m)} \right\} \quad (33)$$

由公式(15)可知:

$$\xi_{i+1}(\eta) = 1 - e^{\eta B} \cdot \sum_{j=0}^i \left[\sum_{m=0}^{i-j} \frac{\mu^m(1-\mu)^{i-m}}{(i-j)!} C_m^{i-j} p_m^i (\eta B)^{(i-j-m)} \right] \quad (34)$$

公式(34)即为任意 n 排叉流管束式换热器管内流体温度分布情况。由公式(34)知道 $\xi_{i+1}(\eta)$ 是管内流体长度的函数。

又由公式(8)有:

$$\theta_{+1/2} = \mu\theta_{-1/2} + (1-\mu)\xi_i = \mu^i\theta_{-1/2} + (1-\mu) \sum_{j=1}^i \mu^{i-j}\xi_j \quad (35)$$

因为 $\theta_{-1/2} = 1$, 所以有:

$$\theta_{+1/2} = \mu^i(1-\mu) \sum_{j=1}^i \mu^{i-j}\xi_j \quad (36)$$

公式(36)即为任意 n 排叉流管束式换热器管外绕流流体的温度分布情况。

3.2 换热器效率

公式(34)和(36)是任意 n 排叉流管束式换热器内的温度分布情况。由公式(34)和(36)可以求解该类换热器的换热效率。根据换热器效率的表达式:

$$\epsilon = \frac{Q}{Q_{\max}} \quad (37)$$

式中: Q 为换热器的实际换热量, $Q_{\max}$ 为热力学极限意义上的最大可能传热量。

所以

$$\epsilon = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(mC_p)_1}{n} [T_i(L) - T_i(0)]}{(mC_p)_{\min} [t_{1-1/2} - T_1(0)]} = \frac{(mC_p)_1}{(mC_p)_{\min}} \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i(1)}{n} \quad (38)$$

公式(38)是任意 n 排叉流管束式换热器效率的精确表达式。在给定管排数 n , 管内管外传热单元数 $ntu_{1,2}$ 和热容量速率之比之后就可以求出该换热器的效率。显然, 公式(38)与 Mason^[3] 的级

数解:

$$\epsilon = 1 - e^{-(1+\bar{C}^*)N_{tu}} \left[I_0(2N_{tu} \bar{C}^*) + \bar{C}^* I_1(2N_{tu} \bar{C}^*) - \frac{1-\bar{C}^*}{\bar{C}^*} \sum_{i=2}^{\infty} \bar{C}^{*i} I_i(2N_{tu} \bar{C}^*) \right] \quad (39)$$

相比更加简洁。

图4是在给定 $\dot{m}_2=0.06\text{ kg/s}$; $n=1, 2, 3, 4, 7, 10$ 和 18 ; $d=10\text{ mm}$; $C^*=1$; $T_i(0)=900\text{ K}$; $t_{1-1/2}=450\text{ K}$ 情况下换热器效率 以管排数 n 为

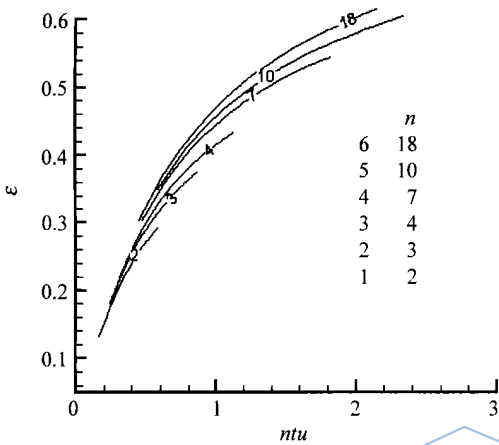


图4 换热器效率随传热单元数的变化

Fig. 4 Heat exchanger effectiveness vary with the number of heat transfer units

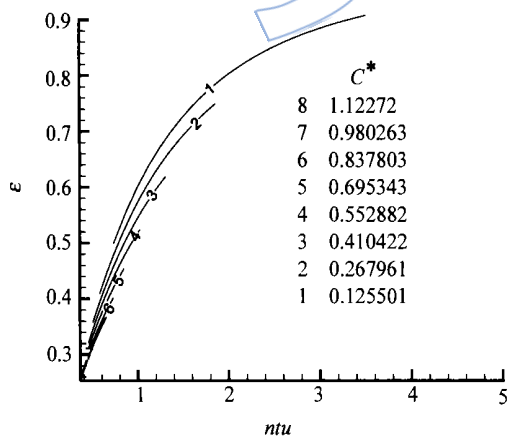


图5 以比热容为参数时换热器效率
随传热单元数的变化

Fig. 5 Heat exchanger effectiveness vary with the number of heat transfer units

参数, 随传热单元数 $N_{tu} = \frac{K(\pi nDL)}{(m\dot{C}_p)_{\min}}$ 的变化情况。由图可知, 随着管排数 n 的增加, 换热器的效率增加。显然这是因为在管内流体总流量不变的情况下, 随着管排数 n 的增加分配给每根管的流量减少, 因而管内流体的出口温度增加, 这可由公式 (10) 和 (34) 得知。进一步由公式 (10) 和 (34) 可以看到, 随着热容量速率之比减小, 换热器的换热效率越高。图5给出了在给定 $d=10\text{ mm}$; $\dot{m}_2=0.06\text{ kg/s}$; $n=8$; $T_i(0)=900\text{ K}$; $t_{1-1/2}=450\text{ K}$ 情况下换热器效率 ϵ 以热容量速率之比 C^* 为参数随传热单元数 N_{tu} 的变化情况。由图可知, 随着 C^* 减小, 换热器效率 ϵ 逐渐增加。因此, 如果允许选择, 最好让热容量速率较大的流体在管内流动, 管外侧流热容量速率小的流体。

4 结 论

应用对管外流体温度进行加权平均, 采用 Laplace 变换, 求解能量平衡方程可以得到任意 n 排、两侧流体均不混合的叉流管束式换热器管内外的温度分布。进而由温度分布可以求得该流动结构的换热器的换热效率的简洁表达式。显然, 换热效率的求解并不局限于管流, 对其它叉流式换热器例如板翅式换热器也适用。

参考文献:

[1] Smith D M. Mean Temperature Difference in Cross-Flow[J]. Engineering, 1934, p. 479- 481.

[2] Bowman R A, Mueller A C, Nagle W M. Mean Temperature Difference in Design[R]. Transaction of ASME, 1940, 62: 283- 294.

[3] Mason J L. Heat Transfer in Cross-Flow[M]. Proc. Appl. Mechanics, 2nd U. S. Nat. Congress, 1954, p. 801.

[4] Stevens R A, Fernandez J, Woolf J R. Mean Temperature Difference in One, Two and Three-Pass Cross-Flow Heat Exchangers[R]. Transaction of ASME, 1957, 79: 287- 289.

[5] Kays W M, London A L. Compact Heat Exchangers[M]. 3d ed. McGraw-Hill. New York, 1984.

[6] Bes Th, Roetzel W. Thermal Analysis of Codirected Cross-Flow Heat Exchangers[A]. Proc. ICHMT Int. Symposium on New Developments in Heat Exchangers[C]. Lisbon, Portugal, 1993, paper p. 4.

[7] Bes Th. Thermal Performances of Codirected Cross-Flow Heat Exchangers[J]. Heat and Mass Transfer, 1996, 31: 215 - 222.

(责任编辑 吴一黄)