

文章编号: 1000-8055(2002) 03-0349-08

# 叶片摩擦阻尼器的优化设计方法研究

郝燕平, 朱梓根  
(北京航空航天大学 动力系, 北京 100083)

摘要: 为减小叶片振动应力, 防止叶片出现大应力的疲劳破坏, 在叶片上设计干摩擦阻尼结构是最常用的方法之一。本文对叶片缘板摩擦阻尼器的工程优化设计方法进行了研究。研究了摩擦阻尼器参数对叶片响应的影响规律并提出了设计时应采取的措施。在阻尼器的材料和摩擦面结构已确定的情况下, 优化设计的最主要的一个参数就是接触面的法向正压力, 基于实际发动机中叶片激振力和粘性阻尼不易精确确定的实际, 研究了激振力和粘性阻尼对法向正压力优化的影响, 并提出了一种法向正压力的优化方法。由于这一优化方法对激振力和粘性阻尼值并不敏感, 因此为工程上进行法向正压力的优化提供了理论方法。

关键词: 阻尼器; 摩擦; 叶片; 振动; 优化

中图分类号: V 232. 4; V 231. 92

文献标识码: A

## Optimization Design of Friction Damper of Blade

HAO Yan-ping<sup>1</sup>, ZHU Zi-gen<sup>2</sup>

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Friction damper is one of the most useful measures to alleviate the blade vibration stress and to prevent it from failure of fatigue. The procedures of design and optimization for platform friction damper of blades are proposed. Influences of friction coefficient and tangential stiffness of damper on the vibratory response are investigated. Steps which should be taken in design procedures in consideration of these two factors are proposed. One of the most important parameters should be optimized is the normal load after the material and geometry of friction contact are selected. Because of the difficulties encountered in practice to accurately analyse the aerodynamic excitation and the viscous damping of blades, the effects of the excitation amplitude and viscous damping on the optimal value of normal load are studied based on both the calculation and experimental data. A procedure to optimize the normal load is introduced which is also insensitive to the value of excitation and viscous damping.

**Key words:** damper; friction; blade; vibration; optimization

## 1 引言

为了防止叶片的大应力疲劳破坏, 除了采取避开共振等措施外, 由于叶片工作环境的特殊性, 增加干摩擦阻尼结构(凸肩、叶冠和缘板摩擦阻尼器等)是减小叶片共振应力防止叶片疲劳破坏的

一个最有效的办法, 也是目前各国普遍采用的方法。近20多年以来, 人们对带摩擦阻尼器的叶片系统进行了大量的研究, 但由于问题的复杂性, 多年来人们研究的重点主要集中在计算模型的建立上<sup>[1~7]</sup>。

工程上, 人们关心的另外一个主要的问题就

是如何利用摩擦阻尼器使叶片的响应尽可能地降低,即摩擦阻尼器的优化问题。摩擦阻尼器的优化应该包括两个方面,一是阻尼器的材料和结构的优化,二是阻尼器的结构确定以后的摩擦面法向正压力的优化。

研究发现<sup>[2~9]</sup>,摩擦面的法向正压力对叶片的响应有重要的影响,在阻尼器的结构和材料确定的情况下,存在一个最优的法向正压力使叶片的响应最小,即在这一法向正压力下阻尼器的减振效果最佳。对于凸肩和叶冠结构这意味着存在一个最优的初始安装紧度,对于缘板摩擦阻尼器而言意味着存在一个最优的质量,最优质量的减小意味着发动机重量的减小。阻尼器的材料主要影响接触面的摩擦系数和阻尼器的刚度。如果激振力、阻尼器结构及叶片结构参数已经确定,则可以通过计算不同正压力下叶片的响应来对法向正压力进行优化设计。但是,在实际的发动机中,叶片所受的气动激振力的计算目前是一个难点,一般情况下激振力是难以准确确定的。此外,在响应计算中还需要知道叶片的粘性阻尼,叶片的粘性阻尼一般包括材料阻尼和气动阻尼。材料阻尼一般通过实验可以测得,但气动阻尼却同激振力一样不易确定。

本文首先研究了摩擦系数和阻尼器切向刚度对叶片响应的影响规律,然后,基于激振力和粘性阻尼不易精确确定的实际,研究了激振力和粘性阻尼对法向正压力优化的影响,并提出了一种法向正压力的优化方法。由于这一优化方法对激振力和粘性阻尼值并不敏感,因此为工程上进行法向正压力的优化提供了理论方法。

## 2 分析方法

### 2.1 响应的求解<sup>[3]</sup>

考虑图1所示的带摩擦阻尼的叶片系统。叶片受线性激振力  $F_E$  和非线性摩擦力  $F_N$  的共同作用并且摩擦力可以展成 Fourier 级数形式,即:

$$F_E(t) = F_L e^{i\omega t} \quad (1)$$

$$F_N = \sum_h F_{f,h} e^{iht\omega} \quad (2)$$

其中:  $h=1, 2, \dots$ ,  $F_{f,h}$  为  $F_N$  的第  $h$  阶 Fourier 系数,且为复数,以表示其与激振力之间的相位差,  $t$  为时间变量。

则利用动柔度法,叶片上任意一点的响应可以表示为:

$$u^i(t) = \sum_p u_p^i(t) \quad (3)$$

且

$$u_p^i(t) = R_{p,ij}(\omega) F_L e^{i\omega t} + \sum_h \sum_{j=1}^n R_{p,ij}(h\omega) F_{f,h} e^{iht\omega} \quad (4)$$

其中:  $p$  为模态数,  $R_{p,ij}(h\omega)$  为不带摩擦阻尼的情况下第  $h$  阶谐波时的动柔度,即作用在节点  $j$  上的单位力引起的节点  $i$  的响应;  $n$  为叶片上受摩擦力的节点数。

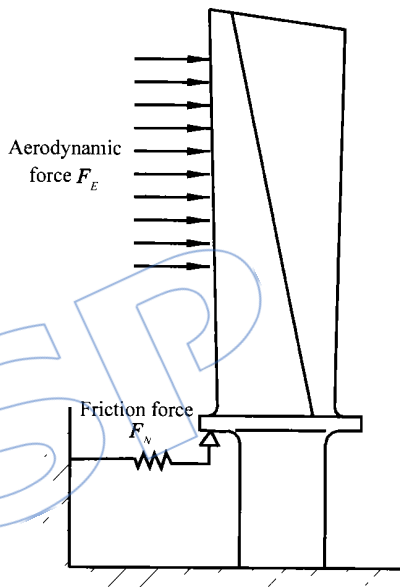


图1 带摩擦阻尼器的叶片示意图

Fig. 1 Sketch of a blade with friction damper

在动柔度已知时,给定位移初值,对式(3)进行迭代求解。简单结构的动柔度可由解析法得到,复杂结构的动柔度可以通过有限元法得到。系统第  $p$  阶模态的柔度为:

$$R_{p,ij}(\omega) = \frac{\Phi_{p,j}}{k_p - \omega^2 m_p + i\omega c_p} \Phi_{p,i} \quad (5)$$

其中:  $m_p, k_p, c_p$  分别为系统的第  $p$  阶模态质量、模态刚度和阻尼。 $\Phi_{p,i}$  和  $\Phi_{p,j}$  分别表示系统的第  $p$  阶模态的第  $i$  及  $j$  个分量。

### 2.2 摩擦力的求解

文献[8]研究了摩擦接触点在摩擦面内做二维相对运动时摩擦力的求解方法,考虑摩擦接触点之间的二维相对运动,并考虑摩擦的微滑动效应,提出了带摩擦阻尼器的叶片响应的高效计算方法并进行了实验验证。

摩擦接触点是在其接触面上的二维运动。考

虑图2所示的摩擦接触点模型,其中I和II为两个摩擦接触的弹性体。接触点的运动是在 $x-y$ 平面内的二维运动。设点1和点2为I和II两个振动体的初始接触点,振动开始后接触点发生相对位移,其坐标为1( $x_1, y_1$ )和2( $x_2, y_2$ ),为表示其中的相位关系,这里,各点的坐标均用复数表示(以上标 $\wedge$ 表示复数,下同)。以点2为原点建立坐标系 $\eta\xi$ 。

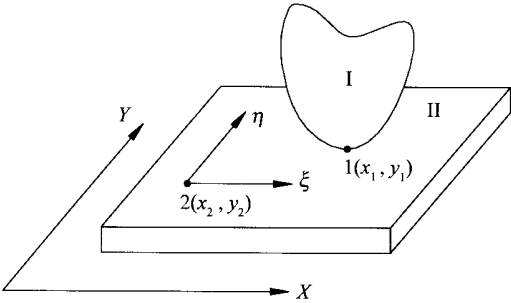


图2 摩擦接触点示意图

Fig. 2 Sketch of the friction contact points

设2个振动体均做简谐振动,则在 $\eta\xi$ 坐标系下,点1与点2之间的相对运动方程为:

$$u = \begin{Bmatrix} \eta \\ \xi \end{Bmatrix} = D \cdot [\cos\omega t \quad \sin\omega t]^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \end{bmatrix} \quad (6)$$

此运动轨迹为一椭圆。设此椭圆的长、短半轴分别为 $h_1$ 和 $h_2$ ,其长轴与 $\eta$ 轴间的夹角为 $\varphi$ 运动的初始相位是 $\psi$ ,则有:

$$h_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(a_{11} + a_{22})^2 + (a_{21} - a_{12})^2}{(a_{11} - a_{22})^2 + (a_{21} + a_{12})^2}} \quad (7a)$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(a_{11} + a_{22})^2 + (a_{21} - a_{12})^2}{(a_{11} - a_{22})^2 + (a_{21} + a_{12})^2}} \quad (7b)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{a_{12} + a_{21}}{a_{11} - a_{22}} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{a_{12} - a_{21}}{a_{11} + a_{22}} \right) \right] \quad (7c)$$

$$\Psi = \frac{1}{2} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{a_{12} + a_{21}}{a_{11} - a_{22}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{a_{12} - a_{21}}{a_{11} + a_{22}} \right) \right] \quad (7d)$$

摩擦力模型采用滞后弹簧模型(图3),其刚度为 $k_d$ 。

$$k_d = \begin{bmatrix} k_{d11} & k_{d12} \\ k_{d21} & k_{d22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

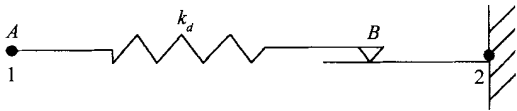


图3 滞后弹簧阻尼器模型

Fig. 3 Model of a hysteresis spring

根据一个振动周期内 $B$ 与点2之间的状态,分为3种振动状态,即:完全滑动状态(一个周期内均为滑动状态)、完全粘着状态(一个周期内均为粘着状态)和粘着—滑动状态(一个周期内滑动和粘着状态交替出现)。

2.2.1 完全粘着状态

完全粘着状态时,摩擦力其实就是阻尼器弹簧 $k_d$ 产生的弹性力。此时的摩擦力:

$$F_N = F_N^d = K_d u_b = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \end{bmatrix} \quad (9)$$

2.2.2 完全滑动状态

此时,摩擦力的大小为一常数,即:

$$F_N = F_N^d = \begin{bmatrix} \cos\Phi & -\sin\Phi \\ \sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix} \cdot \frac{\mu N}{h_1^2 \sin^2\theta + h_2^2 \cos^2\theta} \begin{bmatrix} -h_1 \sin\Phi \\ h_2 \cos\Phi \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中, $\theta = \omega t + \Psi$ ,若只取其基频谐波,则:

$$F_N^d \approx \mu N \begin{bmatrix} \cos\Phi & -\sin\Phi \\ \sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_{\eta'}^{\cos} & f_{\eta'}^{\sin} \\ f_{\xi'}^{\cos} & f_{\xi'}^{\sin} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\omega t \\ \sin\omega t \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中, $f_{\eta'}^{\cos}, f_{\eta'}^{\sin}, f_{\xi'}^{\cos}$ 及 $f_{\xi'}^{\sin}$ 为对应的一次 Fourier 系数。

2.2.3 粘着—滑动状态

当摩擦接触点处于粘着—滑动状态时,利用完全滑动时的摩擦力和完全粘着时的摩擦力两者插值的方法来估算此时的摩擦力。令:

$$F_N = E(\lambda_1, \lambda_2) F_N^e + D(\lambda_1, \lambda_2) F_N^d \quad (12)$$

其中, $F_N^e$ 和 $F_N^d$ 分别用式(7)和(14)求出; $\lambda_1, \lambda_2$ 为 $F_N^e$ 的半轴长度(可由式(7a)和(7b)求); $E(\lambda_1, \lambda_2)$ 和 $D(\lambda_1, \lambda_2)$ 分别为两者的插值函数,且:

$$E(\lambda_1, \lambda_2) = \begin{cases} 1 & \lambda_1 \leq \mu N \\ \left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) \left(\frac{\theta^* - \frac{1}{2} \sin 2\theta^*}{\pi}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left(\frac{\mu N}{\lambda_1}\right)^2 & \lambda_1 > \mu N \end{cases}$$

(13)

$$D(\lambda_1, \lambda_2) = \begin{cases} 0 & \lambda_1 \leq \mu N \\ \left(1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) \left(1 - \frac{\mu N}{\lambda_1}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{\mu N}{\lambda_1}\right)^2} & \lambda_1 > \mu N \end{cases}$$

(14)

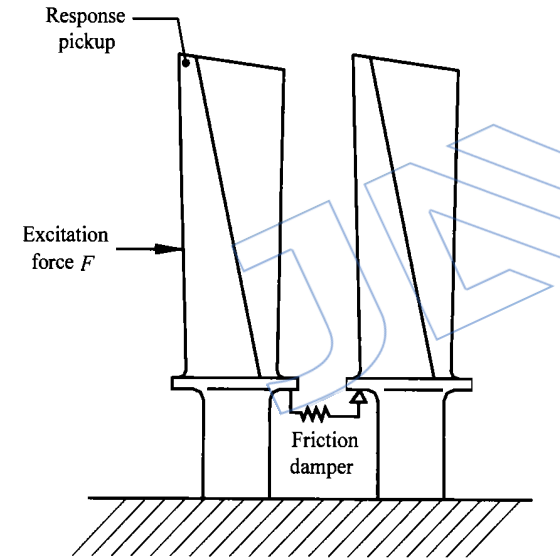


图4 两叶片组成的摩擦阻尼系统

Fig. 4 A friction system with two blades

本文采用这一方法对图4所示的系统进行了参数研究。其中, 叶片的结构和几何尺寸见文献[9]。文献[8]曾对这一系统进行了振动响应计算, 其计算结果与试验结果吻合得非常好。因此, 本文在进行摩擦阻尼器参数研究时, 仍然采用这一系统和文献[8]的计算方法, 这就保证了叶片模态参数和响应计算方法的正确性。

3 摩擦阻尼器参数对响应的影响

摩擦阻尼器参数包括阻尼器切向刚度和摩擦

面摩擦系数, 对摩擦阻尼的优化设计当然包括对这两个参数的优化。文献[11]对这2个参数进行了研究, 这里简述如下。

3.1 摩擦阻尼器刚度的影响

激振力和摩擦系数保持不变, 取不同的阻尼器刚度(阻尼器刚度不随正压力变化)对叶片的响应进行了计算。研究发现:

(1) 对于确定的摩擦阻尼器(刚度和摩擦系数一定)存在一个最优的法向正压力  $N_{opt}$ , 在这个正压力下叶片的响应最小, 即此时具有最大的减振效果。且改变摩擦阻尼器的刚度,  $N_{opt}$  值也基本不变。

(2) 阻尼器刚度不同, 在最优正压力下叶片响应的下降幅度不同, 且刚度越大振幅的下降幅度越大。

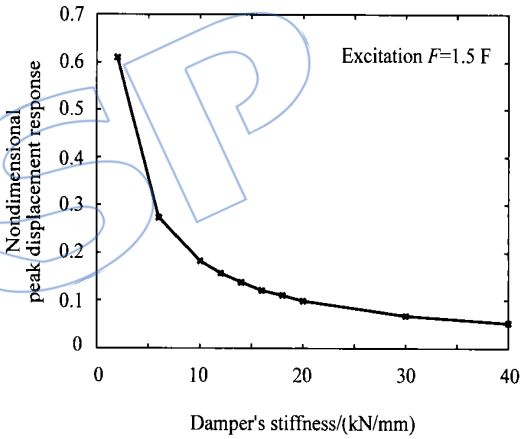


图5 最优正压力下的峰值响应随刚度的变化

Fig. 5 Plot of peak response with stiffness when the optimal normal load is fore on

图5为激振力  $F=1.5\text{ N}$  时对应于最优正压力的叶片的峰值响应随阻尼器刚度的变化曲线, (图中的纵坐标实际上可以表示叶片响应的最大降幅, 这个值越小表示阻尼器的减振效果越好)。由图可以看出, 随着阻尼器刚度值的增大叶片峰值响应逐渐下降且下降的梯度逐渐趋缓。这表明: 当阻尼器刚度值较小时, 刚度的变化对减振效果有较大的影响, 而当阻尼器刚度达到一个较大的值后, 刚度的变化对减振效果的影响程度将较小。所以在对阻尼器进行设计时可以通过选用适当的材料和对摩擦面进行适当的处理来尽可能地增加阻尼器的刚度, 从而最大限度地来降低叶片的振动响应。

3.2 摩擦系数的影响

研究表明<sup>[8,9]</sup>, 摩擦阻尼器切向刚度与摩擦面的法向正压力和激振力有关, 三者之间具有确定的函数关系。在下面的计算中, 摩擦阻尼器的刚度依此确定。

首先激振力取较小的值。图6为取不同得摩擦系数  $\mu$  时叶片的峰值响应随法向正压力变化的曲线。由图可见, 摩擦系数对叶片减振的影响主要表现在两个方面。一是随着摩擦系数的增加最优正压力会逐渐下降, 这是有利的一面; 二是随着摩擦系数的增加, 最优正压力时叶片的峰值响应会随之增加, 即叶片响应的最大降幅减小, 这是不利的一面。

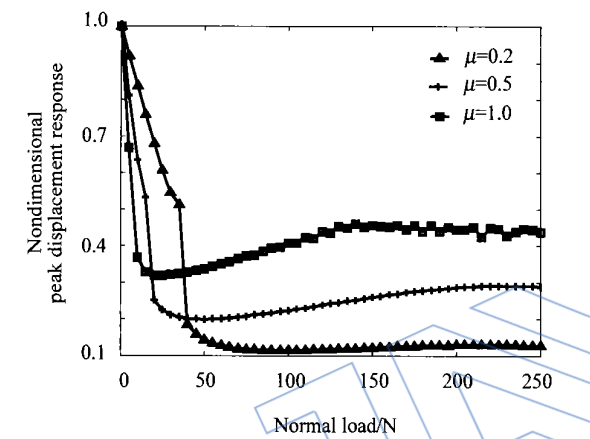


图6 摩擦系数对叶片响应的影响( $F=1.5\text{ N}$ )  
Fig. 6 Effects of friction coefficient on the response of blade when excitation  $F=1.5\text{ N}$

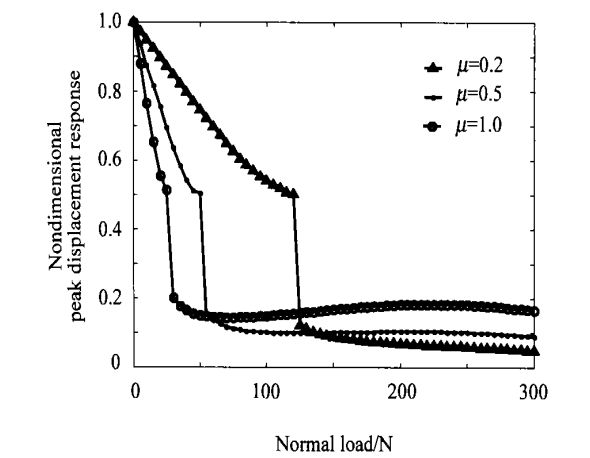


图7 摩擦系数对叶片响应的影响( $F=5\text{ N}$ )  
Fig. 7 Effects of friction coefficient on the response of blade when excitation  $F=5\text{ N}$

当激振力较大时, 进行同样的计算。图7为激振力  $F=5.0\text{ N}$  此时叶片的峰值响应随法向正压力变化的曲线。可以看出, 图7与图6的规律基本一致, 但是也有一定的差异。图7与图6相比, 3种摩擦系数下叶片响应的最大降幅更加接近, 而最优正压力随摩擦系数的减小而增加的幅度更大。这说明, 激振力较大时摩擦系数增大而带来的有利的一面将更加突出, 而不利的一面将得到抑制。

一般来说, 发动机中叶片所受的激振力是比较大的, 从尽量减轻发动机重量的目的出发, 摩擦阻尼器用在发动机工作叶片的减振时, 摩擦面的摩擦系数较大时有利。因此, 可以采取适当的表面处理措施来增大摩擦面的摩擦系数。

4 激振力及粘性阻尼对法向正压力优化设计的影响

从上面的分析可以看出, 摩擦系数和切向刚度对叶片的响应有显著影响, 且可以通过合理选择这两个参数来加强阻尼器的减振效果。在这两个参数确定的情况下, 我们可以优化的参数就是摩擦面的法向正压力。由于实际发动机中的激振力和叶片的粘性阻尼值难以精确确定, 因此, 为了对法向正压力进行优化设计, 需要研究激振力和粘性阻尼对法向正压力优化的影响。

首先考查激振力的影响。

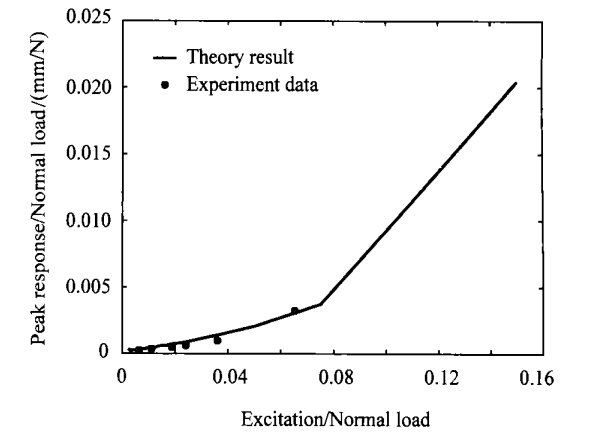


图8 激振力——峰值响应图( $F=0.75\text{ N}$ )  
Fig. 8 Plot of peak response vs. Excitation (The excitation  $F=0.75\text{ N}$ )

计算不同激振力下的叶片响应, 并且以激振力为横轴, 以叶片的峰值响应为纵轴, 绘制叶片响应随激振力变化的曲线, 其中的激振力和叶片峰值响应均除了其对应的正压力, 即将正压力

归一化处理。这样做的好处是通过横坐标可以表明摩擦面的运动状态。

图8至图10为不同激振力时叶片的峰值响应随激振力的变化曲线, 其中的实线为理论值, 离散点为实验值。观察这些图可以发现一个有趣的现象: 各条曲线均包含两个直线段, 在横坐标较小时曲线的斜率较小, 即较为平坦, 而当横坐标超过某一值之后曲线的斜率陡增。将不同激振力下的结果放在同一张图上(见图11), 发现不同激振力下的曲线几乎完全重合在一起。

12.从中可以看出,  $\zeta$ 对曲线斜率较小的直线段的影响很小, 在此段直线的左端3条曲线完全重合, 而在此直线段的右半段三者没有完全重合, 但差别不大。图中3条曲线斜率转折点的横坐标基本相等。这表明只有当横坐标大于某一确定的值之后粘性阻尼的影响才会表现出来。

值得注意的是, 文献[10]利用单自由度集中质量模型<sup>[2]</sup>的计算方法和对 B-G 型摩擦阻尼器的实验数据分析得出了与本文相同的结论。

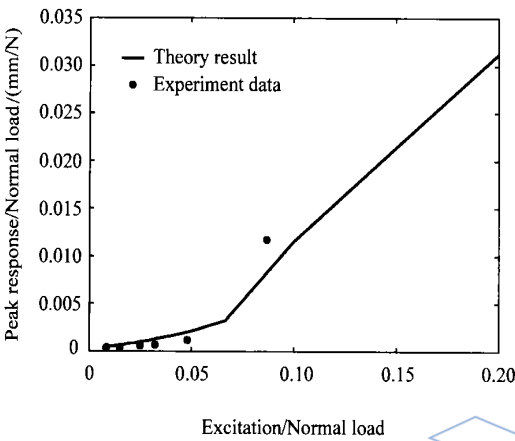


图9 激振力——峰值响应图( $F = 1.0\text{ N}$ )  
Fig. 9 Plot of peak response vs. Excitation  
(The excitation  $F = 1.0\text{ N}$ )

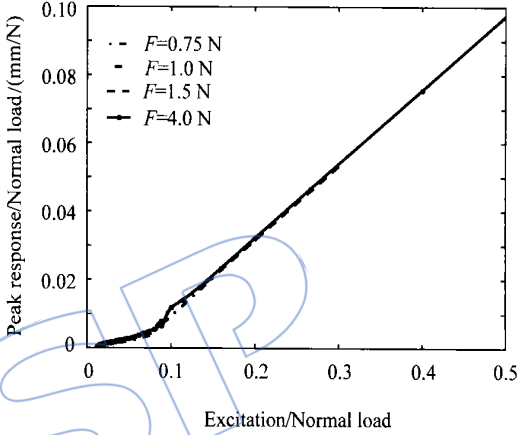


图11 激振力——峰值响应图(理论值)  
Fig. 11 Theoretical plots of peak response  
vs. Excitation

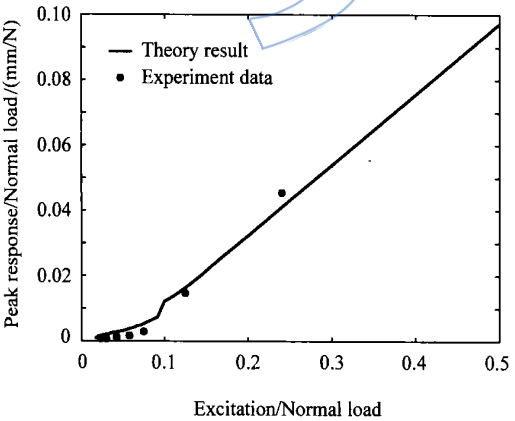


图10 激振力——峰值响应图( $F = 4.0\text{ N}$ )  
Fig. 10 Plot of peak response vs. Excitation  
(The excitation  $F = 4.0\text{ N}$ )

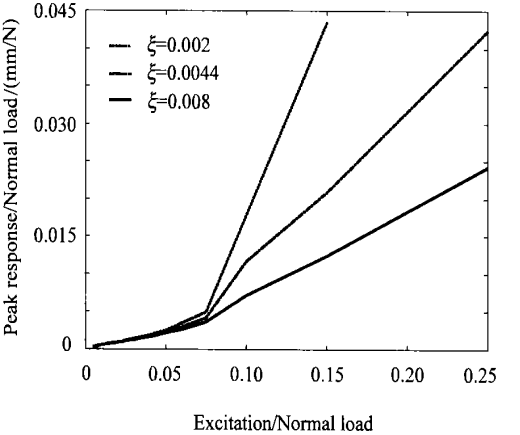


图12 不同粘性阻尼时激振力——峰值响应  
(理论值)  
Fig. 12 Theoretical plots of peak response vs.  
Excitation (Various of viscous damping)

下面研究粘性阻尼  $\xi$  的影响。  
取不同的粘性阻尼值  $\xi$  计算叶片的响应, 并同样将计算结果用上述归一化的形式绘出, 见图

根据以上分析, 我们可以将上述各图统一为图13的形式, 并可以此图来解释上述这种现象。

当激振力/正压力的值(横坐标)较小时,即在响应曲线的左端(OL 段),由于激励太小不能引起摩擦面的滑动(slip),摩擦减振器处于粘着(stick)状态,故响应呈线性。当激振力/正压力的值很大时,即在响应曲线的右端(P 点的右端),由于激励太大而使阻尼器处于完全滑动状态(full-slip),此时的摩擦力为一常数,所以响应也呈线性。在响应曲线中段(LP 段),摩擦面为滑动—粘着(stick-slip)状态,激励可导致摩擦面滑动但还不是完全滑动,因此这一段摩擦阻尼效应最大,粘性阻尼与摩擦阻尼相比要小得多,因此粘性阻尼的影响(图 13 也示出了响应曲线与粘性阻尼的关系)很小,另外由于阻尼较大,因此这段曲线比较平坦。注意到,图 8 到图 11 各图中并没有出现 OL 段,这是由于实验和计算时取的正压力值还不够大,使激振力/正压力的值较大,因此,距原点较近的 OL 段没有明显地表现出来。

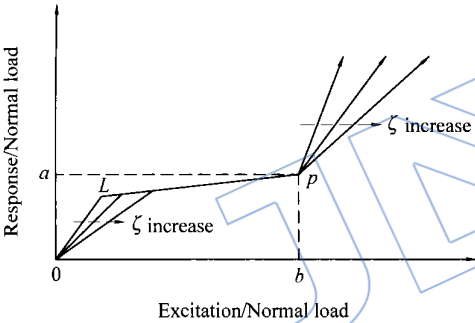


图 13 理想的响应曲线及粘性阻尼的影响

Fig. 13 The theoretical response and the effects of viscous damping

如果将图 13 中曲线上各点的纵坐标除以横坐标,所得的值表示单位激振力下叶片的响应,这个值越小则说明此时的阻尼越大。显然,此值在 P 点最小,即在 P 点可以获得最大的阻尼效应。

5 阻尼器正压力优化方法

根据上节的分析可知,激振力和粘性阻尼的变化对图 13 中的 LP 段的影响很小,因此,我们可以忽略激振力和粘性阻尼的改变对点 P 的坐标的影响。这样,当阻尼器的参数确定后,选择一个适当的激振力和粘性阻尼比  $\zeta$  即可计算叶片的响应并得到图 13 形式的图。

如果给定叶片响应的最大许用值(位移或应力),则根据图中点 P 的坐标值,即可以确定阻尼

器法向正压力的最优值(相对最优)和叶片可承受的最大激励值。

设点 P 的坐标值为(b, a)(见图 13),叶片的最大允许响应值为  $A_{design}$  ( $A_{design}$  一般应取叶片危险点处的许用振动应力值)。则最优正压力:

$$N_{opt} = \frac{A_{design}}{a} \tag{15}$$

允许的最大激振力:

$$F_{max} = bN_{opt} = \frac{b}{a}A_{design} \tag{16}$$

为使叶片的响应小于许用值  $A_{design}$ , 激振力必须小于  $F_{max}$ 。若实际的激振力超过此最大值,那么由于这些阻尼措施不能使叶片的响应低于许用值,就需要考虑对叶片进行重新设计,以使叶片的振动应力满足设计要求。

用这种方法可以优化减振器,使叶片的应力值在最大可能的激励条件下可以被我们接受。这样,这种优化设计方法对激振力的大小(小于最大允许的激励值  $F_{max}$ )和粘性阻尼的值不敏感。

6 结 论

通过本文的研究,可以发现:

- (1) 阻尼器刚度不同,在最优正压力下叶片响应的下降幅度不同。且刚度越大振幅的下降幅度越大,即增加阻尼器的刚度对叶片的减振有利。
- (2) 摩擦系数对叶片的减振有正反两方面的影响。即,较大的摩擦系数可使最优正压力下降(有利的一面)同时也使叶片响应的最大降幅减小(不利的一面)。但是,激振力较大时会更加突出摩擦系数增大带来的有利一面,其不利的一面将得到抑制。即,增大摩擦系数可以使最优正压力的值大幅度下降,而响应的最大降幅却不会减小太多。因此,用在发动机工作叶片的减振时,摩擦面的摩擦系数较大时比较有利。

针对激振力和叶片的粘性阻尼值难以精确确定的实际情况,研究了摩擦阻尼器法向正压力的优化方法。通过对实验结果和计算结果的分析表明,叶片响应(除以正压力)随激振力(除以正压力)变化的曲线可以分为 3 个直线段,其中的中间一段比较平坦,它几乎与粘性阻尼和激振力无关,且在此段的最右端存在一固定点,通过此点的坐标和叶片的许用应力即可找到最优的法向正压力和许用的最大激振力。并据此提出了一种对激振力和粘性阻尼不太敏感的阻尼器正压力的优化方法。

## 参考文献:

- [ 1 ] Yeh G C K. Forced Vibration of a Two-Degree-of-Freedom System with Combined Coulomb and Viscous Damping[ J]. Journal of Acoustical Society of America, 1964, 39: 15– 24.
- [ 2 ] Griffin J H. Friction Damping of Resonant Stresses in Gas Turbine Engine Airfoils[ J]. ASME Journal of Engineering for Power, 1980, 102: 329– 333.
- [ 3 ] 郝燕平, 朱梓根. 带摩擦阻尼的叶片响应求解方法[ J]. 航空学报, 2001( 5): 411– 414.
- [ 4 ] Sinha A, Griffin J H. Effects of Static Friction On the Forced Response of Frictionally Damped Turbine Blades[ J]. ASME J. Engineering for Gas Turbines and Power, 1984, 106( 1): 65 – 69.
- [ 5 ] Srinivasan A V, Cutts D G. Dry Friction Damping Mechanisms in Engine Blades[ J]. ASME J. Engineering For Power, 1983, 105: 332– 341.
- [ 6 ] Yang B D, Menq C H. Characterization of Contact Kinematics and Application to The Design of Wedge Dampers in Turbo-machinery Blading: Part 1-Stick-Slip Contact Kinematics[ J]. ASME, J. Engineering for Gas Turbines and Power, 1998, 120( 4): 410– 423.
- [ 7 ] Sanliturk K Y, Ewins D J. Modelling Two-Dimensional Friction Contact And Its Application Using Harmonic Balance Method[ J]. J. Sound and Vibration, 1996, 193( 2): 511 – 523.
- [ 8 ] 郝燕平. 带摩擦阻尼器叶片的动力响应和减振研究[ D]. 北京: 北京航空航天大学, 2001.
- [ 9 ] 郝燕平, 单颖春, 朱梓根. 缘板摩擦阻尼器的减振实验研究[ J]. 航空动力学报, 2001, 16( 1): 55– 58.
- [ 10 ] Cameron T M, Griffin J H, Hoosac T M. An Integrated Approach For Friction Damper Design[ J]. ASME, J. Vibration and Acoustics, 1990, 112: 175– 182.
- [ 11 ] 郝燕平, 朱梓根. 摩擦阻尼器参数对叶片响应的影响[ J]. 将在航空动力学报17卷4期发表.

(责任编辑 王震华)