

文章编号: 1000-8055(2002)01-127-05

模糊故障图的代数基础及应用分析

宋志平, 李应红, 刘建勋

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 为了对不确定的故障关系进行描述和分析, 提出了模糊故障图。定义并分析了它的代数基础—模糊间集、间集的链关系及一些相关概念, 提出了基于模糊故障图进行故障诊断的方法, 并应用于实际系统, 较好地实现了模糊故障诊断。模糊故障图可以有效地描述复杂系统的故障关系, 实现模糊的系统故障分析。

关键词: 模糊; 故障诊断; 系统可靠性

中图分类号: V 23

文献标识码: A

The Mathematics Foundation and Application of Fuzzy Fault Graph

SONG Zhi-ping, LI Ying-hong, LIU Jian-xun

(Air force University of Engineering, Xi'an 710038, China)

Abstract: To describe and analyze the uncertain fault relation, fuzzy fault graph was presented. Its mathematics foundation, named fuzzy Mid-Set and some other relevant conceptions, were defined and analyzed. So the structure and property of fuzzy fault graph became definite. Then the method of fault diagnosis based on fuzzy fault graph was also put forward. When the method was used in a factual system analysis, the fuzzy fault diagnosis was realized preferably. The fuzzy fault graph can be used in describing the fault relationship of complicated system effectively and realizing the fuzzy fault analysis preferably.

Key words: fuzzy; fault diagnosis; system reliability

1 引言

故障关系分析是系统可靠性分析的一项重要内容。一些可靠性复杂的系统, 故障关系存在模糊、不确定的一面, 精确的故障分析方法, 诸如故障树分析法和故障图分析法, 在应用上有较大的局限性。尤其是航空发动机这种工作条件复杂、状态空间大的系统, 很多故障关系难以精确描述, 进行精确的故障关系分析的难度和工作量都很大, 因而有必要辅以模糊的故障关系分析。

模糊故障分析立论的基础是故障信息的多样性、重叠性和模糊性。所谓多样性, 指作为故障分析基础的故障信息形式和内容是多样的, 它可以

是故障现象, 又可以是正常的无故障现象; 重叠性表示多样的故障信息在内容上有统一、相同的一面; 模糊性则表示所获得的故障信息经常是不完全确定的。模糊故障分析也就是利用多样的、模糊的故障信息取得分析结果的最优。

本文结合图理论^[1, 2]和模糊故障诊断^[3]及模糊控制^[4]的某些方法, 提出了模糊故障图。定义了对模糊故障图进行描述的代数基础—模糊间集及其关系, 并将模糊故障图应用于故障诊断。

2 模糊故障图

2.1 基本结构

图是用点和点之间的连线来描述事物关系的

收稿日期: 2000-12-18; 修订日期: 2001-03-10

作者简介: 宋志平(1973-), 男, 空军工程大学工程学院航空机械工程系博士生

方法,随着计算机科学的发展,它在自动化处理中作用越来越大,图的理论不断发展,其应用领域也逐渐在扩展。

将有向图具体应用于故障关系描述,就得到了故障图^[5]。故障图以故障模式(部件故障模式或参数偏差)为结点,以故障模式之间的因果传递关系为有向边。表示为:

$$G = \langle V, E \rangle$$

其中, V 为结点的集合, E 为结点之间的有向边的集合,它是结点的二元关系的一个子关系。通常应用的故障树就是一种特殊的故障图,特殊性表现在: (1) 图中没有回路; (2) 一个结点出度为 0, 其余结点出度为 1。

模糊故障图是具有模糊结点和模糊边的故障图,是以故障图作为论域的模糊集合。可以表示为:

$$G_S = \langle (v, u_{v_f}(v)) \mid v \in V, (e, u_e(e)) \mid e \in E \rangle \quad (1)$$

其中,结点的模糊度 $u_{v_f}(v)$, 描述结点所表示的故障模式作为原发故障的可能性,也可以说是结点表示的故障模式对原发故障集 V_f 的隶属度。有向边的模糊度 $u_e(e)$, 描述故障模式之间的不完全确定的因果关系,令边 $e = \langle v_i, v_j \rangle$, 则 $u_e(e)$ 表示由故障模式 v_i 导致 v_j 的可能性。

2.2 代数描述

模糊故障图以为基础的模糊集合及模糊关系,同一般的模糊集合及模糊关系颇有不同之处。本节提出了模糊间集及相关的一些概念,以之为模糊故障图的代数描述。

定义 1: 间集。集合 A, A 在关系 f_h 上一一映射,且 $A \cap A = \emptyset$ 。集合 A_i 满足 $A_i \subset (A \cup A)$, 且 $\forall a \in (A_i \cap A)$, 不存在 $a \in (A_i \cap A)$, 满足 $f_h: a \rightarrow a'$; 同时, $\forall a \in (A - A_i)$, 也不存在 $a \in (A - A_i)$, 满足 $f_h: a \rightarrow a'$, 则 A_i 为集合 A, A 在关系 f_h 上的间集。集合 A, A 称为间元集。

定义 2: 间集的链关系。关系 F 为间元集 A 和 A 间的一个二元关系(自关系), 即 $F \subseteq A \times A$ (卡氏积)。对于两个间集 A_1, A_2 , 如满足下列关系:

(1) $\forall a \in (A_1 \cap A)$, 在关系 F 中, 以 a 为第一元素的有序对的第二元素的集合为 A_a , 满足 $A_a \subseteq (A_2 \cap A)$ 。

(2) $\forall a \in (A_2 \cap A)$, $\exists a' \in (A_1 \cap A)$, 满足 $(a', a) \in F$ 。

则称间集 A_1, A_2 具有在关系 F 上的链关系,

A_2 称为 A_1 的链间集。

定理 1: 任意的间集 A_1 , 有且只有一个间集 A_2 , 使得 A_1, A_2 间具备链关系。

证明:

$\forall a_i \in (A_1 \cap A)$, 在关系 F 中, 以 a_i 为第一元素的有序对的第二元素的集合为 A_{a_i} , 则有 $A_{a_i} \subseteq A$, 令 $A_T = \bigcup_i A_{a_i} \mid a_i \in (A_1 \cap A)$, 则, 有限集合的并 $A_T \subseteq A$; 显然, $\forall a \in A_T$, $\exists a' \in (A_1 \cap A)$, 满足 $(a', a) \in R$ 。令 $A'_T = \{a' \mid a' \in A, f_h: a' \rightarrow a, a \in A_T\}$ (称 A'_T 为 A_T 的映集), 取 $A_2 = A_T \cup (A - A'_T)$, 则, $A_T = A_2 \cap A$, 所以, A_2 满足关系 (1), (2)。由间集的定义可知, A_2 是间集, 即存在一个间集 A_2 , 使得 A_1, A_2 间具备链关系。

假设存在间集 A_3, A_1, A_3 间具备链关系。则必有 $A_T \subseteq A_3 \cap A$, 否则 A_1, A_3 不满足关系 (1)。假设存在 $a \in A_3 \cap A$, 且 $a \notin A_T$, 则由关系 (2) 知, 存在 $a' \in (A_1 \cap A)$, 满足 $(a', a) \in R$; 令 A_a 为在关系 F 中, 以 a_i 为第一元素的有序对的第二元素的集合, 则有 $a \in A_a$; 即 $a \in A_T$, 与假设矛盾, 所以 $A_T = A_3 \cap A$ 。因为对于一个 A_T , 它的映集 A'_T 唯一, $A - A'_T$ 唯一, 所以必有 $A_3 = A_T \cup (A - A'_T)$, 即 $A_3 = A_2$, 所以 A_1 的链关系间集只有一个。

证毕。

定义 3: 模糊间集。集合 A_1 为间元集 A, A 在关系 f_h 上的间集, 以集合 A_1 为论域的模糊集合:

$$S = \{(a, u_s(a)) \mid a \in A_1\}$$

其中 $0 \leq u_s(a) \leq 1$ (2)

为一论域为 A_1 的模糊间集。

定理 2: A_1 为一间集, 则模糊集合:

$$S_G = \{(a', 0) \mid a' \in (A_1 \cap A), (a, 1) \mid a \in (A_1 \cap A)\} \quad (3)$$

是论域为 A_1 的模糊间集。本文称这种模糊集合为标准模糊间集。

证明:

模糊集合 S_G 的元素的论域为 $(A_1 \cap A) \cup (A_1 \cup A)$, 因为 $A_1 \in (A \cup A)$, 所以有 $A_1 = (A_1 \cap A) \cup (A_1 \cap A)$, 所以模糊集合 S 满足论域为 A_1 的模糊间集的定义。

证毕。

定义 4: 模糊链关系。以 A 的二元关系 F 为论域定义的一个模糊关系:

$$R = \{(f, u_R(f)) \mid f \in F\}$$

$$0 < u_R(f) \leq 1 \quad (4)$$

如果间集 A_1, A_2 具有在关系 F 上的链关系, 则称

它们为在关系 R 上的模糊链关系。

定义 5: 模糊链间集。 S_1 为一论域为间集 A_1 的标准模糊间集, 则定义模糊集合 S_i , 为在模糊关系 R 上, 以 S_1 为始间集的模糊链间集。

$$S_i = \{ (a, u_{S_i}(a)) \mid a \in A_i \}$$

$$u_{S_i}(a) = 1 - \prod_k (1 - u_{S_{i-1}}(a'_k) u_R(a'_k, a)) \mid_{a'_k \in A_a} \quad i = 2, 3, \cdots \quad (5)$$

其中, A_i 为 A_{i-1} 的链间集, A_a 为 A_i 中以元素 a 为第二元素构成在关系 R 上的有序对的第一元素的集合, $u_R(a'_k, a)$ 为有序对 (a'_k, a) 在关系 R 上的隶属度(式(3))。

定义 6: 模糊间集的并。 分别以间集 A_1, A_2 为论域的模糊间集 S_1, S_2 (如(2)式)的并定义为:

$$S_B = S_1 \cup S_2 = \{ (a, u_S(a)) \mid a \in A_3 = ((A_2 \cap A) \cup (A_1 \cap A)) \cup ((A_2 \cap A)' \cup (A_1 \cap A')) \} \quad (6)$$

其中, $u_S(a)$ 定义为:

$$u_S(a) = 1 - (1 - u_{S_1}(a))(1 - u_{S_2}(a)) \cdot a \in A_1 \cap A_2$$

$$u_S(a) = u_{S_1}(a) \mid a \in (A_3 - (A_1 \cap A_2)) \cap A_1$$

$$u_S(a) = u_{S_2}(a) \mid a \in (A_3 - (A_1 \cap A_2)) \cap A_2$$

定理 3: 模糊间集的并是模糊间集。

证明:

显然, $0 \leq u_S(a) \leq 1$, 因而只要证明 S_B 的论域 A_3 为间集即可。

因为

$$(A_2 \cap A) \cup (A_1 \cap A) \subseteq A$$

$$(A_2 \cap A)' \cup (A_1 \cap A') \subseteq A'$$

所以

$$A_3 \subseteq (A \cup A')$$

因为 A_1, A_2 为间集, 由定义 1 可得出:

$$\forall a \in ((A_1 \cap A) \cup (A_2 \cap A))$$

对于关系 $f_h: a \rightarrow a'$, 有:

$$a' \in ((A' \cap A_1) \cap (A' \cap A_2))$$

而

$$A_3 \cap A = (A^1 \cap A) \cup (A^2 \cap A)$$

$$A_3 \cap A' = (A^1 \cap A') \cup (A^2 \cap A')$$

所以, $\forall a \in (A_3 \cap A)$, 对于关系 $f_h: a \rightarrow a'$, 有 $a' \in A_3 \cap A'$ 。

由定义 1 也可得出:

$$\forall a \in ((A - A_1) \cup (A - A_2))$$

对于关系 $f_h: a \rightarrow a'$, 有:

$$a' \in ((A' \cap A_1) \cap (A' \cap A_2))$$

而

$$A - A_3 = A - ((A_2 \cap A) \cup (A_1 \cap A)) = A - (A_1 \cap A_2) = (A - A_1) \cup (A - A_2)$$

$$A' - A_3 = A' - ((A_2 \cap A') \cup (A_1 \cap A')) = A' - (A_1 \cap A_2) = (A' \cap A_1) \cup (A' \cap A_2)$$

所以, $\forall a \in (A - A_3)$, 对于关系 $f_h: a \rightarrow a'$, 有:

$$a' \in (A' \cap A_3)$$

所以 A_3 满足间集的定义。

证毕。

定义 7: 标准模糊子间集。 对于一个间集 A_1 , 模糊集合:

$$S_Z = \{ (a, 0) \mid a \in (A_Z \cap A'), (a, 1) \mid a \in (A_Z \cap A) \}$$

其中 $A_Z \subseteq A_1$

为标准模糊子间集。 若一模糊间集 S_K , 则称 $M(S_K, S_Z)$ 为 S_K 与 S_Z 间相似度。

$$M(S_K, S_Z) = \prod_i u_{S_K}(a_i) \mid_{a_i \in (A_K \cap A_Z \cap A)} \cdot \prod_i (1 - u_{S_K}(a_i)) \mid_{a_i \in (A_K \cap A_Z)'} \quad (7)$$

其中:

$$A_U = \{ a \mid a \in A, \forall a' \in (A' \cap A_Z) f_h: a \rightarrow a' \}$$

2.3 代数描述的物理意义

(1) 结点的集合 V 亦是故障模式的集合, 每一个故障模式 $v \in V$ 都有一个对应的正常状态 v' , 表示此故障模式不发生, 这些正常状态组成集合 V' 。 V' 与 V 间符合间元集的要求, 定义于 V' 与 V 间的一系列间集则表示故障图的不同状态。 而模糊间集表示的是模糊的、不确定的故障图状态。 标准模糊间集的元素只有 0, 1 两种元素隶属度, 则标志一个模糊间集为完全确定的, 它通常表示一个初始的、确定的故障图状态。

(2) 间集 A_1, A_2 间有链关系, 表示在故障图中, 可以且仅可以由 A_1 所表示的状态传播到状态 A_2 。 而模糊间集 A_1, A_2 间有模糊链关系, 表示在模糊故障图中, 可以且仅可以由 A_1 所表示的模糊状态传播到模糊状态 A_2 , 同时, A_1 的元素隶属度, A_2 的元素隶属度和边 E 的还满足一定模糊

算子。它描述的是由 A_1 经模糊传播形成模糊状态 A_2 的过程。而模糊链间集就是由一个初始故障图状态,经模糊传播形成的一系列新的模糊状态。

(3) 相似度 $M(S_K, S_Z)$ 表示一个模糊间集所表示的模糊故障图状态同一个标准模糊子间集所表示的局部状态贴近的程度。

3 应用

3.1 一个应用

同一般的图类似,模糊故障图适合于利用计算机进行自动化分析和处理。模糊故障图有较广泛的应用范围,诸如:故障的模糊诊断、模糊故障树的建造、部件危险度的模糊化搜索计算等。本文以模糊的故障诊断为内容展开应用介绍。

问题描述为:对于一个以模糊故障图 G_S 描述的系统,一个标准子间集 S_0 表示了对征兆现象的描述,如何从一组由标准模糊间集 S_L (此时表示初始故障状态)组成的集族中选择一个 S_L ,使得由 S_L 导致故障现象的可能性最大。

算法为:

(1) 选一个标准模糊间集 S_{L_0} ,由式(5)求以它为始间集的模糊链间集序列 $S_{L_i}(i=1,2,\cdots)$ 。如果故障图中存在关系圈,链间集的个数可能无限,可将链间集的求解终止于元素隶属度很小的模糊链间集;

(2) 根据式(6),计算模糊链间集的并 $\bigcup_{i=0}^n S_{L_i}$;

(3) 根据式(7),计算间集相似度 $M(\bigcup_{i=0}^n S_{L_i}, S_0)$ 。此相似度以故障模式等可能发生为前提,需综合结点的隶属度计算真相似度 M_B :

$$M_B = M(S_B, S_Z) \cdot \prod_i u_{v_f}(v_i) \mid_{v_i \in (V_G \cap V)} \quad (8)$$

其中, V_G 为 S_G 的论域, $u_{v_f}(v_i)$ 为结点作为原发故障的可能性(式1)。

(4) 选择 M_B 最大的标准模糊间集为初始故障状态。

3.2 简例

模糊故障图被应用于某型飞机地面压力加油系统的故障关系描述及分析中。该系统包括了加油控制和故障检测两个分系统。在系统的某些环节中,故障关系有如下特点:部件内部可能出现的故障类型较烦琐,所直接影响的部件和影响模式不完全一致,精确的故障分析工作量过大;部件故障为多模式,有不同的发生等级,故障传播存在模

糊性,用精确的故障图难以描述。因而采用了模糊故障图作为辅助方法进行描述和分析,可以有效的求解部件的模糊重要度并进行故障检测。

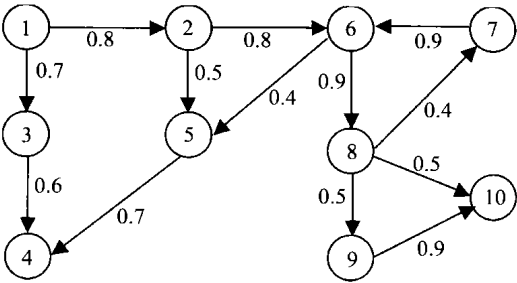


图 1 一个模糊故障图的连通形式

为了更好的介绍本文的方法,将应用中的模糊故障图进行简化和一定的补充,形成一个理想的例子。如图1,图中的数字表示表示边的模糊度,结点作为原发故障的可能性如表1所示。现要求计算由哪个结点故障最可能导致出现结点10故障,而结点4的故障模式不发生的故障现象。

表 1 图 1 的结点作为原发故障的可能性

结 点	1	2	3	4	5
模糊度(10^{-5})	1.7	0	0.75	0	0.3

结 点	6	7	8	9	10
模糊度(10^{-5})	0	0.9	0.2	0.2	0

分别以每个模糊度(表1)不为0的结点为故障结点建立标准模糊间集 S_G ,例如:对于结点1,标准模糊间集为 $\{(1,1), (2,0), (3,0) \cdots (10,0)\}$;而作为故障现象的标准模糊子间集为: $S_Z = \{(10,1), (4,0)\}$ 。根据3.1中的算法,可求得相似度 M_B 如下:结点1,3,5,7,8,9的相似度 $M_B(10^{-5})$ 分别为0.24,0,0,0.44,0.145,0.18。可知由结点7故障引发故障现象的可能性最大。

在本例中可以看出,尽管故障关系是模糊的,但作为诊断基础的征兆现象有多个(标准模糊子集 S_Z),因而也就可以利用多样性的信息进行信息重叠,消除其模糊性,实现故障诊断。

一般的模糊故障诊断方法,需要建立在一定诊断规则下故障征兆集和故障原因集间的隶属矩阵,其隶属度不宜确定,并且在这种原因、结果的直接关系下,其隶属度也可能具有模糊性,因而这些方法的适用性不广泛。故障图法将模糊关系过程化,结点间的模糊边是部件间直接故障传递的

模糊程度,因而隶属度更容易确定,其准确化程度将更高;同时,模糊故障图中,作为诊断依据的故障征兆信息被扩展,它既包括故障现象,又包括非故障现象,使得分析结果更合理。

4 结束语

本文提出了模糊间集及相关概念,并以它为模糊故障图的代数基础。模糊故障图可以有效的描述模糊的故障关系,适用于可靠性复杂系统的故障分析。

较复杂的故障图,其结点间不仅具有连通关系,还可以具有其它形式的故障关系,如作为故障图特例的故障树,结点间就可以具有“与”关系。如何将模糊故障图的理论扩展到这种结点关系复杂的故障图是需要进一步研究的问题。

参考文献

[1] 耿素云 集合论与图论[M] 北京: 北京大学出版社, 1996

[2] Di Febbraro, A. Giglio D. Timed Event Graph Approach for Management and Control of Manufacturing Systems[A]. IEEE Conference on Control Applications-Proceedings v2 [C]. 1998

[3] 韩立岩, 汪培庄 应用模糊数学(修订版) [M]. 北京: 首都经济贸易大学出版社, 1998

[4] 王磊, 王为民 模糊控制理论及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1997.

[5] Gandhi O. P. FMEA - A Digraph and Matrix Approach[J]. Reliability Engineering and System Safety, 1992, 35: 147-158

[6] Cooke Integrated Maintenance Information System Diagnosis Module[R]. AAD/A 237 244, 1991.

[7] 苏恩泽 复杂系统引论[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1998

(责任编辑 王震华)