

文章编号: 1000-8055(2002) 01-132-03

N4SID 辨识方法在航空发动机中的应用

马 艳¹, 李志舜¹, 曾庆福²

(1. 西北工业大学 航海工程学院, 陕西 西安 710072;

2. 西北工业大学 数据处理中心, 陕西 西安 710072)

摘要: 针对在现代航空发动机的自适应控制和故障监控领域建立系统动态模型的需要, 本文研究了基于状态空间模型的数字子空间状态空间系统辨识(N4SID)方法, 并在某型双转子涡轮喷气发动机非线性气动热力学模型的“小偏离”状态上进行了仿真实验, 结论表明: 该方法可以较准确地辨识发动机“小偏离”状态时的系统模型。

关键词: 航空发动机; 辨识; 子空间; 状态空间

中图分类号: V235

文献标识码: A

Application of N4SID in Aero-Engine

MA Yan, LI Zhi-shun, ZENG Qing-fu

(Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: It is important to establish system dynamic model for many fields, especially in the fields of adaptive control and failure monitor of advanced aero-engine. Many identification methods were used for this problem, including AR, OE, and so on. Numerical algorithm for subspace state space system identification (N4SID) is proposed in recent years and applied to communications. It is based on state-space model. N4SID is described in this paper. Though aero-engine is a complex non-linear system, at "little bias" state, the model is linear time invariable system. In this paper, N4SID is applied to identifying aero-thermal model of a certain double spool turbojet aero-engine at "little bias" state. Moreover, the result shows us that this algorithm is feasible.

Key words: aeroengines; identification; subspace; state-space

1 引言

在现代航空发动机的自适应控制和故障诊断领域, 需要建立发动机的系统动态模型。但随着飞行条件和工作状态的变化, 发动机的特性在不断地变化, 使得发动机系统的数学模型难于确定, 这就使得下一步的发动机控制器的设计面临致命的困难, 所以通过辨识方法得到系统的模型一直是控制和故障诊断领域研究的热点^[1,2]。子空间系统辨识方法是近年来出现的一种确定多输入多输出

系统模型的有效方法之一^[3], 特别对高阶系统。该方法比传统方法的优越性体现在两点: 首先它不需要对系统有太多的了解, 只需给定模型的阶数, 而这个阶数可在辨识过程中估计得到, 且与 OE (Output Error) 相比, 该方法易于把初始条件不相同的数据联接起来辨识^[4], 它辨识多变量系统与单变量系统一样的简单; 另一方面体现在数值特性上, 该方法没有叠代和非线性的卷入。目前在公开发表的资料中, 尚未见该方法在发动机中的应用, 本文准备探讨该辨识方法在象航空发动机

这类高阶多变量系统中的应用问题。

2 子空间辨识方法^[3]

m 输入、 l 输出的 n 阶线性时不变系统的状态空间模型可表示为:

$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k$, $\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_k$
其中 $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in R^{n \times m}$, $\mathbf{C} \in R^{l \times n}$ 和 $\mathbf{D} \in R^{l \times m}$ 。对上述系统定义符号:

输入/输出 Hankle 矩阵

$$\mathbf{U}_{0|i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_0 & \mathbf{u}_1 & \cdots & \mathbf{u}_{j-1} \\ \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \cdots & \mathbf{u}_j \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{u}_{i-1} & \mathbf{u}_i & \cdots & \mathbf{u}_{i+j-2} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{Y}_{0|i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 & \mathbf{y}_1 & \cdots & \mathbf{y}_{j-1} \\ \mathbf{y}_1 & \mathbf{y}_2 & \cdots & \mathbf{y}_j \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{y}_{i-1} & \mathbf{y}_i & \cdots & \mathbf{y}_{i+j-2} \end{bmatrix}$$

广义可观测矩阵

$$\Gamma_i = [\mathbf{C} \quad \mathbf{C}\mathbf{A} \quad \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \quad \cdots \quad \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}]$$

逆广义可控矩阵

$$\Delta_i = [\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^{i-2}\mathbf{B} \quad \cdots \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \mathbf{B}]$$

状态矩阵

$$\mathbf{X}_i = [\mathbf{x}_i \quad \mathbf{x}_{i+1} \quad \mathbf{x}_{i+2} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{i+j-1}]$$

下三角 Toeplitz 矩阵

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{D} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{D} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{D} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-2}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-3}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-4}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{D} \end{bmatrix}$$

则可推出输入、输出和状态矩阵满足下面的方程^[3]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_{0|i-1} &= \Gamma_i \mathbf{X}_0 + \mathbf{H}_i \mathbf{U}_{0|i-1} \\ \mathbf{X}_i &= \mathbf{A}^i \mathbf{X}_0 + \Delta_i \mathbf{U}_{0|i-1} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

在已知 $\mathbf{U}_{0|i-1}$, $\mathbf{U}_{i|2i-1}$ 和 $\mathbf{Y}_{0|i-1}$ 的情况下, 使得 $\|\mathbf{Y}_{i|2i-1} - \mathbf{Z}_i\|$ 达到最小的 $\mathbf{Y}_{i|2i-1}$ 最优估计为:

$$\mathbf{Z}_i = \frac{\mathbf{Y}_{i|2i-1}}{\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{0|2i-1} \\ \mathbf{Y}_{0|i-1} \end{bmatrix}} = [\mathbf{L}_i^1 \quad \mathbf{L}_i^2 \quad \mathbf{L}_i^3] \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{0|i-1} \\ \mathbf{U}_{i|2i-1} \\ \mathbf{Y}_{0|i-1} \end{bmatrix}$$

可以证明^[3]:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Z}_i &= \Gamma_i \mathbf{X}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{U}_{i|2i-1} \\ \mathbf{Z}_{i+1} &= \Gamma_{i+1} \mathbf{X}_{i+1} + \mathbf{H}_{i+1} \mathbf{U}_{i+1|2i-1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$\mathbf{L}_i^1$ 和 $\mathbf{L}_i^3$ 与 Γ 具有相同的列空间, 所以广义可观测矩阵 Γ 和系统的阶数 n 可通过 $\mathbf{L}_i^1$ 和 $\mathbf{L}_i^3$ 的线性组合矩阵的奇异值分解来确定, 这里取:

$$\mathbf{T} = (\mathbf{L}_i^1 | \mathbf{L}_i^3) \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{0|i-1} \\ \mathbf{Y}_{0|i-1} \end{bmatrix}$$

对其进行奇异值分解: $\mathbf{T} = (\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2) \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{V}^T$

则① $\text{rank}(\mathbf{T}) = n$, 即分解所得非零奇异值的个数等于系统的阶数; ② Γ 与 $\mathbf{U}_1 \Sigma^{1/2}$ 列向量空间是一致的, 可取 $\Gamma_i = \mathbf{U}_1 \Sigma^{1/2}$; ③ 若用 $\underline{\Gamma}_i$ 表示 Γ_i 取掉后 l 行的子矩阵(l 为系统输出个数), 则 $\Gamma_{i-1} = \underline{\Gamma}_i$ 。现在已计算出 Γ_i , Γ_{i-1} 和阶数 n , 从 (1) 和 (2) 式可推出:

$$\begin{bmatrix} \frac{\Gamma_{i-1}^* \mathbf{Z}_{i+1}}{\mathbf{Y}_{i|i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \Gamma_i \mathbf{Z}_i + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{12} \\ \mathbf{R}_{22} \end{bmatrix} \mathbf{U}_{i|2i-1} \quad (3)$$

其中:

$$(\mathbf{R}_{12} / \mathbf{R}_{22}) = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{B} - \mathbf{A}\Gamma_i^* \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \Gamma_{i-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} & \Gamma_{i-1}^* \mathbf{H}_{i-1} - \mathbf{A}\Gamma_i^* \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{H}_{i-1} \end{bmatrix} \\ \hline \mathbf{D} - \mathbf{C}\Gamma_i^* \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \Gamma_{i-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} & -\mathbf{C}\Gamma_i^* \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{H}_{i-1} \end{bmatrix} \end{array} \right]$$

从第一项可以精确地确定系统矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{C}$; 在 $\mathbf{R}_{12}$ 和 $\mathbf{R}_{22}$ 中, $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{D}$ 都是线性的出现, 且 $\mathbf{A}$, $\mathbf{C}$, Γ_i , Γ_{i-1} , $\mathbf{R}_{12}$ 和 $\mathbf{R}_{22}$ 都已确定, 所以可用最小二乘法求解 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{D}$ 。

3 航空发动机“小偏离”状态系统辨识

在文献[5]中, 对上述子空间辨识方法的进行了模型仿真, 并研究了其性能, 表明该方法可以有效地辨识出未知线性系统。虽然航空发动机是一高度非线性系统, 但如果发动机处于“小偏离”状态, 即输入量在很小的范围内变化, 则发动机的工作状态在某一稳态附近, 在该稳态点对发动机模型的非线性方程进行 Taylor 展开, 忽略高次项的影响, 这时发动机模型可表示为线性时不变模型。这样就可用上述 N4SID 辨识方法辨识某型双转子涡轮发动机的气动热力学模型, 输入变量为发动机主燃油量 w_f 和尾喷口面积 A_8 , 输出变量为压气机出口总压 P_3 、低压涡轮出口总压 P_6 和低压涡轮出口总温 T_6 。为保证发动机模型在线性范围, 主燃油量和尾喷口面积的变化规律分别为^[1]:

$$\begin{aligned} w_f &= w_f^{ss} (1 + 0.03\mathcal{Y}_k) \\ A_8 &= A_8^{ss} (1 + 0.03\mathcal{Y}_k) \end{aligned}$$

其中: w_f^{ss} 和 A_8^{ss} 分别为稳定状态时的主燃油量和尾喷口面积, $\mathcal{Y}_k$ 为输入量的扰动, 服从均值为零, 方差为 1 的高斯白噪声, 长度为 400。采样间隔 0.01 s, 飞行高度为 0, 飞行马赫数为 0 和百分比

转速 0.95。

图 1 是估计系统阶数时矩阵 T 的特征值分布。从图 1 可以看出, 该发动机在此状态的系统为 2 阶系统。

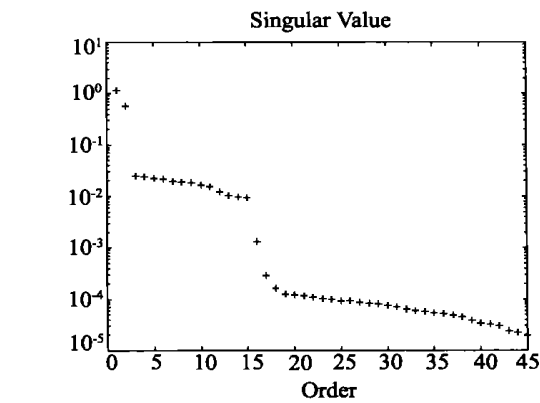


图 1 估计系统阶数的奇异值分布

Fig. 1 Singular value for estimating order of system

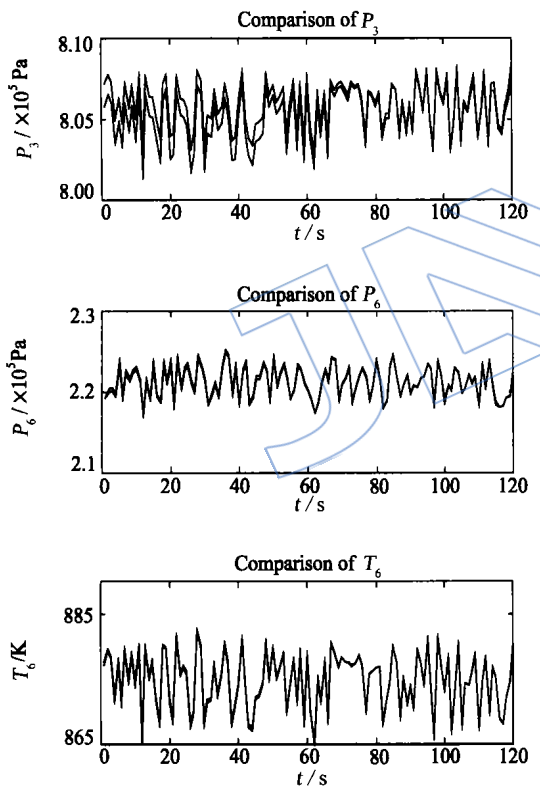


图 2 辨识输出与模型输出的比较

Fig. 2 Comparison output of model with that of identification

辨识所得系统矩阵为:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9824 & -0.1836 \\ -0.0222 & -0.0768 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0.2142 & 0.0019 \\ -1.6316 & 0.0058 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.0159 & -0.0032 \\ 0.0041 & -0.0077 \\ -0.3424 & -0.5419 \end{bmatrix}$$
$$D = \begin{bmatrix} 1.7111 & -0.0001 \\ 0.5805 & -0.0010 \\ 492.3345 & -0.0772 \end{bmatrix}$$

若定义辨识输出与实际输出的平均相对误差为:

$$\xi = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \frac{\sum_{k=1}^N ([y_k^v] - [y_k^f])^2}{\sum_{k=1}^N ([y_k^v])^2}$$

其中: l 为系统的输出个数, N 为输入输出的数据长度, $[y_k^v]$ 为第 i 个输出通道的实际输出数据, $[y_k^f]$ 为第 i 个输出通道的辨识输出数据。检验辨识结果的输入为另一组高斯白噪声过程, 长度为 500。计算所得辨识结果的平均相对输出误差为: $\xi = 0.7246\%$ 。图 2 给出了部分辨识输出与气动热力学模型输出的比较, 从图 2 和结果误差可以用该方法得到发动机在该工况下较准确的状态空间模型。

4 结 论

N4SID 辨识方法可得到线性时不变系统较精确的系统模型, 而且得到了较理想的某双转子涡喷发动机在“小偏离”飞行条件下的系统模型, 为该飞行条件下进一步的发动机控制和故障检测提供了可靠的模型。另一方面, 为了使该方法能适用航空发动机的“大偏离”状态(此时系统为非线性时变系统), 下一步将研究此方法在非线性时变系统中的应用。

参考文献:

[1] Merrill W. Identification of Multivariable High Performance Turbofan Engine Dynamic from Closed-Loop Data[J]. J. Guidance, 1984, 7(6): 637- 652.

[2] 王晓东. 航空发动机状态空间模型参数辨识[D]. 西安: 西北工业大学, 1998.

[3] Peter Van O, Bart De M. N4SID: Subspace Algorithms for the Identification of Combined Deterministic-Stochastic System[J]. Automatica, 1994, 30(1): 75- 93.

[4] Duchesne L, Feron E, etc. Subspace Identification with Multiple Data Set[R]. AIAA- 96- 3716.

[5] 马艳. 指定状态变量子空间辨识方法及其在航空发动机建模中的应用[D]. 西安: 西北工业大学, 1999.

(责任编辑 王震华)