

文章编号: 1000-8055(2003)01-0140-06

一种适用于应力疲劳和应变疲劳 的通用寿命模型

赵福星, 史海秋, 耿中行
(空军第一研究所, 北京 100076)

摘要: 本文通过应变分布对寿命的影响函数分析, 导出了一种适用于应力疲劳和应变疲劳的通用寿命模型。通过应变分布影响系数把应变疲劳与应力疲劳联系起来。该方法不仅可用于构件从应力疲劳到应变疲劳的各类疲劳寿命预测, 还可用于构件的疲劳试验模拟件设计。文中列举了各种典型材料的典型应力集中试件的算例。

关键词: 航空、航天推进系统; 疲劳寿命; 预测模型; 应变分布

中图分类号: V231.95

文献标识码: A

General Life Model Adapted to Both Stress Fatigue and Strain Fatigue

ZHAO Fu-xing, SHI Hai-qiu, GENG Zhong-xing

(Airforce First Research Institute, Beijing 100076, China)

Abstract: A general life model adapted to both stress fatigue and strain fatigue is deduced, through analyzing the influence function of strain distribution on life. Strain fatigue and stress fatigue are related by the influence coefficient of strain distribution. This method can be applied to designing sample components for fatigue test as well as to forecasting various fatigue life of component from stress fatigue to strain fatigue. Examples of calculating various typical materials with typical stress concentration are listed in this paper.

Key words: aerospace propulsion; fatigue life; forecast model; strain distribution

1 引言

在构件的疲劳寿命分析中, 广泛使用的名义应力法和局部应力应变法适用于不同的应变范围。名义应力法适用于弹性应变主导的疲劳过程, 局部应力应变法适用于塑性应变主导的疲劳过程, 而对介于两者之间的过渡疲劳过程(弹性应变和塑性应变大小相当), 上述两种算法均不太适用。本文所给出的模型试图适用于从弹性应变主

导的应力疲劳过程到塑性应变主导的应变疲劳过程的各种疲劳过程。

在构件的应力集中处, 裂纹由起裂到可检长度 a_0 有一个扩展过程。在初始裂纹要穿过的截面上, 一般说来应力应变是下降或保持不变的。实践已经证明, 这个局部的应力应变分布对构件的疲劳寿命有显著的影响。特别是当应力集中较大而塑性应变范围 $\Delta\epsilon$ 明显小于弹性应变范围 $\Delta\epsilon_E$ 时, 这种影响更大^[1]。有人曾试图用有效应力集中

系数法和应力场强法, 来解决应力分布对构件的疲劳寿命的影响, 文献[2, 3]为其典型成果。在我们以前的研究中^[4], 考虑局部应变梯度对疲劳寿命的影响, 导出了局部应变梯度影响的影响系数, 但没有解决影响系数中的一个与材料和寿命曲线相关的常数 d 的获取方法。本文解决了常数 d 的获取方法, 使影响系数法趋于完备。

2 通用寿命模型的导出

为了分析局部的应力应变分布对构件的疲劳寿命的影响, 在平面应力情况下, 文献[2]找到一种函数拟合应变范围(垂直于虚拟裂纹的主应变)分布:

$$\S E = \S E_n Q^{F(\bar{a})} \tag{1}$$

式中: $F(\bar{a}) = \bar{a}^h$; $\bar{a} = a/a_0$; $h \geq 0$ (常数); a 为虚拟裂纹长度, 原点在构件表面上, 指向虚拟裂纹扩展方向; a_0 为对应初始寿命的工程可检裂纹长度, 一般取为 0.8 mm; $\S E_n$ 为构件表面应变范围; $0 < Q \leq 1$, 常数。

如前所述, 应变梯度对构件的疲劳寿命有很大的影响。实际上, 初始寿命也是一个裂纹扩展过程, 是一个裂纹从无到工程可检裂纹长度 0.8 mm 的过程, 这一过程必然受裂纹扩展路径上应变分布的制约。应变分布对疲劳寿命的影响, 属短裂纹行为对初始寿命的作用。短裂纹扩展研究表明^[5], 裂纹扩展速度 $\frac{da}{dn}$ 是应力幅 $\S R$ 与裂纹长度 a 的指数积的函数, 即:

$$\frac{da}{dn} = F(\S R^n a^n)$$

因此, 为反映这一影响, 在平面应力情况下, 在初始裂纹形成中, 假定其扩展速度:

$$\frac{da}{dn} = C \S E^d a^p \tag{2}$$

式中, $\S E$ 为沿虚拟裂纹 a 的最大主应变范围; C, d 和 p 为常数。

把式(1)代入式(2)并积分得到:

$$N_0 = \int_0^{a_0} C \S E_n^d Q^{dF(\bar{a})} a^{-p} da \tag{3}$$

根据积分的中值定理, 在 $0 \sim a_0$ 之间存在一个 a_T 使:

$$N_0 = Q^{-dF(a_T/a_0)} \int_0^{a_0} C \S E_n^d a^{-p} da \tag{4}$$

记 $O=1$ 的初始寿命为:

$$N_f = \int_0^{a_0} C \S E_n^d a^{-p} da \tag{5}$$

由式(5)计算的寿命 N_f 就是一般的局部应力应变法计算的寿命。按照 Manson-Coffin 方程 N_f 与 $\S E_n$ 的关系表示为:

$$\frac{\S E_n}{2} = c_e (2N_f)^{-b} + c_p (2N_f)^{-c} \tag{6a}$$

$$\frac{\S E_n}{2} = c_e \left(1 - \frac{R_m}{R_f} \right) (2N_f)^{-b} + c_p (2N_f)^{-c} \tag{6b}$$

对于任意一计算点上上述公式可简化为:

$$\frac{\S E_n}{2} = K (2N_f)^{-n} \tag{7}$$

在不进行平均应力修正时对式(6)及式(7)两端求导可得:

$$\frac{d(\S E_n/2)}{d(2N_f)} = -bc_e (2N_f)^{-b-1} - cc_p (2N_f)^{-c-1} \tag{8}$$

$$\frac{d(\S E_n/2)}{d(2N_f)} = -nK (2N_f)^{-n-1} \tag{9}$$

由式(8)和式(9)得:

$$nK (2N_f)^{-n-1} =$$

$$bc_e (2N_f)^{-b-1} + cc_p (2N_f)^{-c-1}$$

$$nK (2N_f)^{-n} = bc_e (2N_f)^{-b} + cc_p (2N_f)^{-c}$$

$$n = \frac{bc_e (2N_f)^{-b} + cc_p (2N_f)^{-c}}{K (2N_f)^{-n}}$$

$$n = \frac{bc_e (2N_f)^{-b} + cc_p (2N_f)^{-c}}{\S E_n/2}$$

对比式(7)和式(5)可知 $d = 1/n$, 所以:

$$d = \frac{\S E_n/2}{bc_e (2N_f)^{-b} + cc_p (2N_f)^{-c}} \tag{10a}$$

同样, 在进行平均应力修正时, 对(6@)、(7)两端求导可得:

$$d = \frac{\S E_n/2}{bc_e (1 - R_m/R_f) (2N_f)^{-b} + cc_p (2N_f)^{-c}} \tag{10b}$$

由式(4)和式(5)得:

$$N_0 = Q^{dF(a_T/a_0)} \tilde{O} N_f \tag{11}$$

由式(3)和式(4)式得到寿命影响函数:

$$Q^{-dF(a_T/a_0)} = \frac{\int_0^{a_0} Q^{-dF(\bar{a})} a^{-p} da}{\int_0^{a_0} a^{-p} da} \tag{12}$$

记影响系数: $k = Q^{-dF(a_T/a_0)}$ (13)

在 P 值未知的情况下, (12) 式是难以计算的, 考虑到 $a_T = (0 \sim 1) a_0$, 作为一种近似可以取 $a_T = 0.5a_0$, 这样一来:

$k = Q^{-dF(0.5)}$ (14)

于是: $N_0 = k \cdot N_f$ (15)

式(1), (6a), (6b), (10a), (10b), (14) 和(15)就是影响系数法计算疲劳寿命要用的公式。在寿命计算时, 首先由疲劳裂纹的起始点($a = 0$)的最大主应变值范围 ΔE_n , 通过公式(6a) 或(6b) 计算出一个应变梯度为零时的寿命 N_f ; 通过公式(10a)或(10b) 计算材料常数 d ; 通过公式(14) 计算影响系数 k ; 最后, 通过公式(15) 计算构件疲劳寿命 N_0 。这一计算方法, 适用于从应变疲劳到应力疲劳的各种不同屈服程度疲劳过程的寿命预测。屈服程度越小, 疲劳过程越接近于应力疲劳, 影响系数 k 越大; 屈服程度越大, 疲劳过程越接近于应变疲劳, 影响系数 k 越接近于 1。

上述结果是在平面应力情况下导出的。在一般非平面应力情况下, 可以近似用局部最大主应变用上述方法进行寿命估算。下面的算例中, 多数属于非平面应力情况。

3 试验验证(算例)

3.1 试验件

算例 1~4 取自 航空发动机设计用材料数据手册^[6]。

算例 1(图 1): TC4 钛合金应力集中板 ($k_t = 1.92$)

材料数据:

$E = 116000 \text{ MPa}$; $R_t = 1564 \text{ MPa}$

$S_y = 930 \text{ MPa}$, $E_t = 7500 \text{ MPa}$ (载荷 1)

$S_y = 1010 \text{ MPa}$, $E_t = 3330 \text{ MPa}$ (载荷 2)

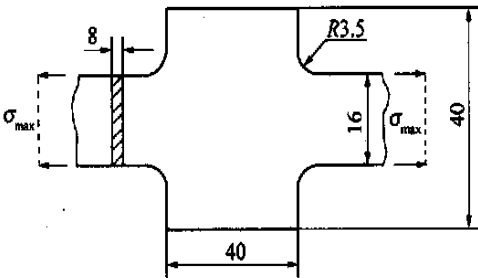


图 1 应力集中板

Fig. 1 Plate with stress concentration

Manson-Coffin 方程式中的参数:

$c_e = 0.013$, $c_p = 2.69$, $b = 0.07$

$c = 0.96$; ($2N_f \leq 2 \times 10^4$)

$c_e = 0.0238$, $c_p = 0.1324$, $b = 0.1402$

$c = 0.6414$; ($2N_f > 2 \times 10^4$)

载荷 1: $R_{max} = 541 \text{ MPa}$ ($R = 0.1$)

载荷 2: $R_{max} = 761 \text{ MPa}$ ($R = 0.1$)

算例 2(图 2): TC4 钛合金中心孔板
材料数据:

$S_y = 1010 \text{ MPa}$, $E_t = 3330 \text{ MPa}$

其他同例 1。

载荷 1: $R_{max} = 785 \text{ MPa}$ ($R = 0.1$)

载荷 2: $R_{max} = 560 \text{ MPa}$ ($R = 0.1$)

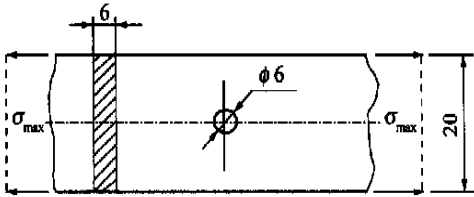


图 2 中心孔板

Fig. 2 Plate with a central hole

算例 3(图 3): K403 高温铸造合金旋转弯曲试件($K_t = 3.0$)

材料数据(750°C): $E = 163000 \text{ MPa}$

$S_y = 830 \text{ MPa}$, $E_t = 27800 \text{ MPa}$

Manson-Coffin 方程式中的参数:

$c_e = 0.007$, $c_p = 0.03$

$b = 0.09$, $c = 0.97$

载荷 57.5 处名义应力最大 $R_{max} = 335 \text{ MPa}$,

最小 $R_{min} = - 335 \text{ MPa}$

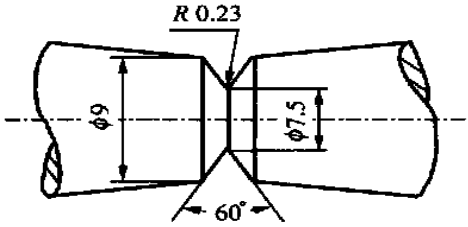


图 3 旋转弯曲试件

Fig. 3 Sample with revolution and bend

算例 4(图 4): GH4133 合金高温缺口试件

材料数据(600°C): $E = 178333 \text{ MPa}$

$S_y = 535 \text{ MPa}$, $E_t = 85000 \text{ MPa}$

Manson-Coffin 方程式中的参数:

$c_e = 0.008$, $c_p = 0.51$

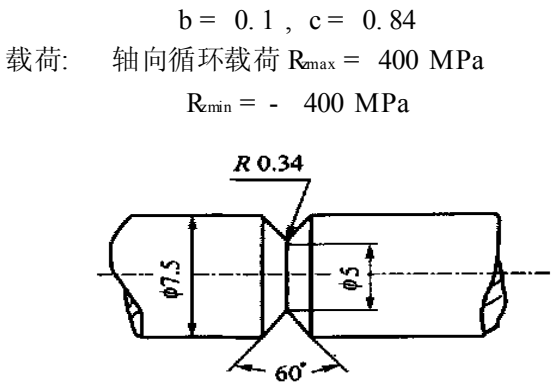


图4 缺口试件

Fig.4 Sample with a gap

算例 5(图 5): 发动机一级涡轮盘(GH4133 合金)销钉孔($K_t = 1.872$)算例取自^[7]

材料数据(450°C):

$E = 181250 \text{ MPa}$

$S_y = 750 \text{ MPa}, E_t = 22000 \text{ MPa}$

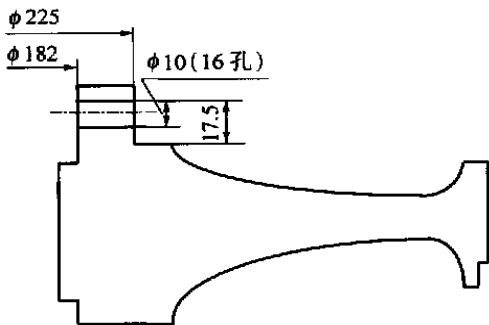


图5 发动机一级涡轮盘

Fig.5 First stage turbine disc of engine

Manson-Coffin 方程采用参考文献[7] 导出的 300°C 的带平均应力修正的计算式:

$$\frac{S E_m}{2} = 0.007 \times \left[1 - \frac{R_m}{1532} \right] \bar{\sigma} \left(2N_f \right)^{-0.08} + 0.98 \times \left(2N_f \right)^{-0.94}$$

载荷: 温度 250°C , 转速循环 $2000 \sim 12710 \text{ r/min}$, (对应盘轴销钉孔处名义应力 $16.84 \sim 680 \text{ MPa}$)。

算例 6, 算例 7: K417 合金中心孔板算例取自金属研究所的 M17 铸造镍基合金疲劳性能试验报告》

材料数据(650°C): $E = 160000 \text{ MPa}$

$S_y = 800 \text{ MPa}, E_t = 28000 \text{ MPa}$

Manson-Coffin 方程式中的参数:

$c_e = 0.0102, c_p = 0.1294$

$b = 0.1271, c = 0.8115$

载荷(两端拉应力): $4 \sim 400 \text{ MPa}$ (试件 6), $5 \sim 470 \text{ MPa}$ (试件 7)

表 1 试验件

Table 1 The sample

算例序号	6	7
K_t	2.81	2.87
试件类型	中心孔板	中心孔板
尺寸(宽×厚×孔)/mm	15×2.5×1.5	15×2.5×1.0
试件数	5	5

3.2 计算结果与试验对比

计算结果列在表 2 和表 3 中, 试验结果列在

表 2 有限元计算结果

Table 2 Result of FEA

算例序号	材料	K_t	载荷序号	$S E_m$	R_m / MPa	h	Q
1	TC4	1.92	1	0.01128	504.3	0.9691	0.6185
			2	0.01562	513.1	0.9707	0.6280
2	TC4	2.18	1	0.01529	288.0	1.0476	0.5036
			2	0.01537	364.0	1.0431	0.5004
3	K403	3.00		0.011627	0	0.3205	0.1467
4	GH4133	2.50		0.010774	0	0.5781	0.2169
5	GH4133	1.87		0.006523	341.8	0.9644	0.6591
6	K417	2.81		0.007314	315	0.514	0.406
7	K417	2.87		0.009217	163	0.673	0.297

表 3 寿命计算结果与试验结果对比
Table 3 Contrast of life between calculation and test

算例序号	载荷序号	N _试	平均应力修正	N _f	d	k	N ₀	N ₀ /N _试
1	1	47190	(修正)	17700	6.476	4.901	86748	1.84
				2420	5.202	3.585	8675	1/5.44
	2	8060	(修正)	2740	6.714	4.922	13486	1.67
				705	2.792	1.940	1368	1/5.89
2	1	7138	(修正)	3165	6.97	10.12	32030	4.49
				1220	4.074	3.865	4715	1/1.51
	2	14763	(修正)	3050	7.023	10.586	32287	2.19
				1000	3.558	3.305	3305	1/4.47
3		50000		21	4.6713	1313	27573	1/1.81
4		5000		552	3.3932	32.26	17807	3.56
5		3627	(修正)	1822	5.10	2.973	5417	1.49
6		25789	(修正)	2150	6.463	59.13	127130	4.93
				750	5.21	26.81	20108	1/1.28
7		11629	(修正)	560	5.22	53.235	29812	2.56
				375	4.626	33.86	12698	1.09

表 3 中。表 3 中试验数据为均值,取自文献[4,5]。

算例涉及多种航空发动机常用材料,多种应力疲劳试件样式,使用温度范围很大,影响系数 $k = 1.94 \sim 1313$ 。图 6 示出了计算与试验结果的对比情况。图中虚线为寿命的 3 倍散度线。

从图 6 中可以看出,除个别算例外,计算结果与试验结果的对比均在 3 倍散度线之内。说明考虑垂直于虚拟裂纹的主应变分布的疲劳寿命预测模型,能较好的适用于应力疲劳。材料塑性越好,塑性应变在总应变中的比例越大,即越接近应变疲劳,影响系数 k 越接近于 1,模型预测精度越高。因此,模型预测能力的考核难点在应力疲劳,特别是高温铸造合金试件。由此可见,考虑应变分布的疲劳寿命预测模型,是一个通用于应力疲劳和应变疲劳的预测模型。它不仅适用于平面应力情况,也适用于一般非平面应力情况的寿命估算。

模型的预测精度与材料的循环应力应变线、材料应变疲劳的 Manson-coffin 公式:

$$\log E = \frac{R_f}{E} N_f^{b'} + E' N_f^{c'}$$

材料的单轴非对称循环的疲劳寿命平均应力修正模型等材料数据有关。特别是平均应力修正模型影响较大,如果有比式 (10b) 更优的平均应力修

正模型,考虑应变分布的疲劳寿命预测模型,将会得到更好的预测结果。

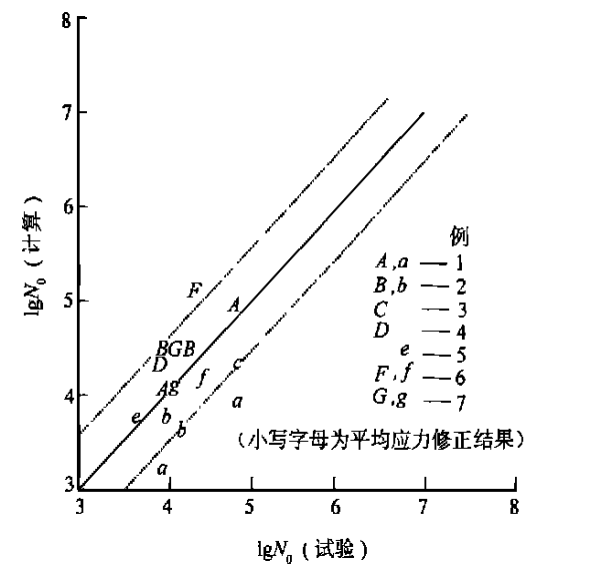


图 6 应变梯度影响系数法计算结果

Fig. 6 Result of the strain ratio influence coefficient method

由 (13) 式可知,影响系数 k 与材料、环境(主要是温度)、构件的局部结构特点和应变分布参数有关:

- (1) Q, h 是应变范围分布参数。
- (2) d 是一个与材料寿命曲线相关的常数, 它与 Manson-coffin 公式:

$$\sigma_{E_n} = \frac{R'_E}{E} N_f^{-b} + \frac{R'_E}{E} N_f^{-c}$$

中的指数有关: 当 $\sigma_{E_n} = 0$ 时, $d = 1/b$; 当 $\sigma_{E_n} = \sigma_{E_f}$ 时, $d \approx 1/c$ 。

在一般条件下:

$$d = \frac{\sigma_{E_n}/2}{bc(2N_f)^{-b} + cc(2N_f)^{-c}}$$

值得指出的是, 用 Manson-coffin 公式计算 d 虽然比较简便, 但它也带来了 Manson-coffin 寿命模型的附加误差, 建议在有原始寿命试验数据的情况下, 直接由原始试验数据在计算寿命范围内用公式: $\sigma_{E_n}/2 = K(2N_f)^{-1/d}$ 拟合 d 值, 更加合理。

- (3) 中值 a_T 是一个比较复杂的参数, 其取值除了和应变范围分布参数 Q 和 h 有关外, 还与指数 d 和 p 有关。当取定 $a_T/a_0 = 0.5$ 时, $a_T = 0.4$ (一般取 $a_0 = 0.8$)。其更合理的取值方法有待进一步研究。

4 模型在疲劳模拟试件设计上的应用

在寿命计算中引入影响函数 $Q^{-dF(a_T)}$, 不仅提高了构件疲劳寿命估计准确度, 而且提出了一个构件疲劳模拟的新方法。这种方法, 不但要求模拟构件危险点的应力应变过程(像常规局部应力应变法要求的那样), 也不止是要求理论应力集中系数 K_t 一致, 而且要求模拟危险点附近的应变范围分布。

这就是在模拟试样和疲劳试验载荷的设计中, 要保证:

- (1) 模拟件和构件危险点的应变范围 σ_{E_n} 和平均应力 R_0 相同。

- (2) 模拟件和构件危险点附近在虚拟裂纹经过的路径上, 在小于 a_0 的范围内, 要有近似的应变范围分布参数 Q, h 。

5 结 论

考虑应变分布的疲劳寿命预测模型, 把适用于应变疲劳的局部应力应变法, 通过乘应变分布影响系数, 推广到应力疲劳和过渡疲劳, 使之成为一个适用于全应变范围的疲劳寿命估算方法。与工程上常用的名义应力法相比, 它不需要构件 $S-N$ 曲线, 只需要材料的低循环性能数据。在用于构件的模拟试验设计时, 使模拟件设计更加合理, 可以期待有与构件更接近的试验寿命值。

参考文献:

[1] 赵福星, 李伟. 应力梯度对局部应力—应变估算疲劳寿命的影响[A]. 中国航空学会第八届发动机结构强度振动学术会议论文集[C]. 北京: 中国航空学会发动机结构、强度、振动专业委员会, 1996.

[2] 张晓惠, 赵少怀, 王忠保. 一种新的有效应力集中系数计算公式[A]. 第五届疲劳会议论文集[C]. 北京: 中国航空学会、中国力学学会、中国机械工程学会、中国金属学会, 1991. 1118- 1120.

[3] 余新陆, 颜永年, 郑楚鸿. 高周疲劳设计方法k—应力场强法[A]. 第二届疲劳会议论文集[C]. 北京: 中国航空学会、中国力学学会、中国机械工程学会、中国金属学会, 1984. 220- 228.

[4] 赵福星, 毛景新. 考虑应变分布的局部应力应变寿命计算方法[A]. 中国航空学会第九届发动机结构强度、振动学术会议论文集[C]. 北京: 中国航空学会结构、强度、振动专业委员会, 1998. 101- 104.

[5] 吴志学, 王德俊, 徐灏. 中碳钢疲劳短裂纹行为研究[A]. 第五届疲劳会议论文集[C]. 北京: 中国航空学会、中国力学学会、中国机械工程学会、中国金属学会, 1991. 152- 156.

[6] 中国航空发动机总公司. 航空发动机设计用材料数据手册[Z]. 北京: 中国航空发动机总公司, 1990.

[7] 蔚夺魁, 邵丕仁. 某型发动机涡轮盘销钉孔边低循环疲劳寿命分析[J]. 航空发动机, 2000, (2): 37- 41.