

文章编号: 1000-8055(2003)02-0289-06

一种不需要迭代的 发动机辅助变量建模方法

杨 刚¹, 孙健国¹, 黄向华¹, 苏伟生²

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016;

2. 614 研究所, 江苏 无锡 214063)

摘要: 现代航空发动机建模计算时常用牛顿迭代法求解非线性方程组, 但由于发动机模型非线性太强且十分复杂而不易在全包线收敛。本文针对这一不足之处提出了一种不需要迭代就可以求解此非线性方程组的方法: 引入航空发动机容积动力学中的变量及方程作为辅助变量及辅助方程, 从而使整个非线性方程组闭合而可以直接求解。本文将此方法成功应用于某涡扇发动机, 取得了良好的效果, 验证了本方法的可行性。

关键词: 航空、航天推进系统; 航空发动机; 容积动力学; 数学模型

中图分类号: V 231

文献标识码: A

A Non-Iterative Method of Aero-Engine Modeling Using Complementary Variables

YANG Gang¹, SUN Jian-guo¹, HUANG Xiang-hua¹, SU Wei-sheng²

(1. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. No. 614 Research Institute, Wuxi 214063, China)

Abstract: In aero-engine modeling, Newton iteration method is often used to solve the non-linear equations of engine model. But due to the strong non-linearity of the equations, this algorithm often fails to converge at some points of the full envelope. In order to solve this problem, this article proposes a method to avoid iteration. Several variables and equations of volume dynamics in aero-engine are introduced as complementary variables and equations, and as a result, the whole set of equations becomes closed form and can be solved without iteration. This method has been successfully applied to a turbofan engine and the simulation results show the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: aerospace propulsion; aero-engine; volume dynamics; mathematic model

1 引言

航空发动机是一种强非线性、时变、复杂的气动热力学系统, 为了对其进行良好的控制, 首先必须建立一个良好的数学模型。利用数学模型代替

真实发动机作为被控对象进行仿真研究, 可节约大量昂贵的实验经费, 还可以避免用真实发动机对控制系统进行调试时可能产生的意外失控事故。因此, 建立一个高精度的发动机数学模型对发动机控制至关重要。

收稿日期: 2002- 01- 11; 修订日期: 2002- 10- 01

基金项目: 航空科学基金资助项目(00C5230); 博士点科研基金资助项目(2000028701)

作者简介: 杨刚(1976-), 男, 湖南辰溪人, 南京航空航天大学能源与动力学院博士生, 主要从事发动机建模与控制研究

本文研究发动机部件级模型,该模型利用发动机的气动热力学关系建立一系列方程,常采用牛顿迭代法对其求解^[1~3],从而得出发动机的所有参数。但这种方法有它的不足之处,由于发动机具有强非线性,只有初猜值在真实解附近,该方法才能保证迭代收敛。这在实际计算中保证全飞行包线内都收敛是很困难的。针对这一不足之处,本文提出了一种可以避免迭代的方法。

2 牛顿迭代法模型简介

本文所讨论的牛顿迭代法模型是一种发动机部件级模型,它的主要思路是用相应气动热力学方程代替发动机真实工作部件,再由共同工作必须遵守的气动热力学和转子动力学平衡关系将各部件串起来,形成方程组,对该方程组求解即可得发动机所有参数,从而可以模拟真实发动机。某型涡扇发动机各部件及相关截面示意图如图 1 所示。

当飞行高度、马赫数已知,主、加力燃油流量及尾喷管面积等各输入量也已知时,发动机工况一定。此时模型计算可按流道逐级进行。但计算中却有许多中间量是未知的,如高、低压转速 n_1 和 n_2 , 风扇、压气机压比 π_f 和 π_c 等。因此实际计算时必须先给定一组初猜值,利用它进行热力计算,得出发动机所有参数。但初猜值必须用迭代进行检验才能保证其准确性。迭代判据即为发动机工作的共同工作方程。共同工作方程可有不同选择,本文采用如下方程:

(1) 低压轴功率平衡:

$$N_{lt} = (N_f + n_1 n_1 J_1) / \eta$$

其中: N 表示功率, J 表示转动惯量, η 表示效率,而下标 lt, f 及 1 分别表示低压涡轮、风扇和低压

轴。

(2) 高压轴功率平衡:

$$N_{ht} = (N_c + n_2 n_2 J_2) / \eta$$

其中: 下标 ht, c 及 2 分别表示高压涡轮、压气机和高压轴。

(3) 尾喷管喉部流量连续:

$$Q_8 = Q_{8c}$$

其中: Q_{8c} 为尾喷管喉部截面理论流量。

(4) 外涵出口与低压涡轮出口间静压平衡:

$$P_{s,16} = P_{s,5}$$

其中: 下标 s 表示静压。

但上述方程组非常复杂,迭代运算能否收敛往往很难保证,特别是当缺少先验知识,使初猜解远离真实解时,收敛更难保证。

3 本方法思路

由上所述,发动机数学模型需求解一组非线性方程组。为简便起见,本文以下列非线性方程组为例说明之:

$$\begin{cases} x_1 = f_1(u) \\ x_2 = f_1(x_1) \\ x_3 = f_3(x_2) \end{cases}$$

其中 u 为已知参数。显而易见,方程组自行闭合。依次求解 3 个方程,不需要迭代,即可解得 3 个未知参数 x_1, x_2 和 x_3 。但对如下方程组:

$$x_1 = f_1(x_2, u) \quad (1)$$

$$x_2 = f_2(x_1) \quad (2)$$

$$x_3 = f_3(x_2) \quad (3)$$

虽然未知数个数仍与方程个数相同,方程组可以求解。但因方程组不闭合,对于这种一般非线性方程组,很难得出解析解,因此通常利用数值方法,如牛顿法等,进行迭代运算求解。本文所提出

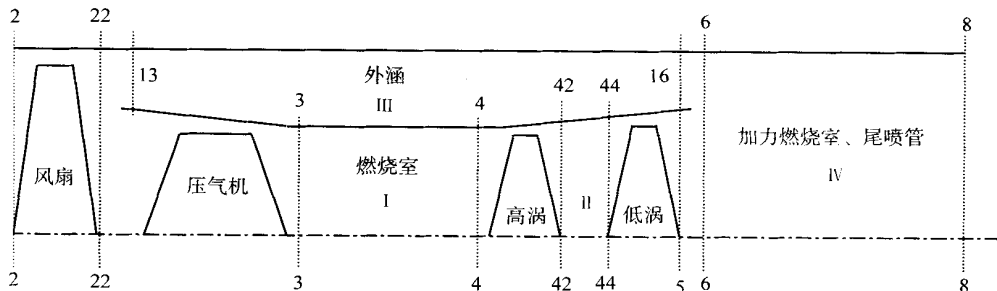


图 1 发动机截面及引入容腔示意图

Fig 1 Stations and volumes in aero-engine

的方法可以避免迭代运算,从根本上解决由于迭代运算而引起的不收敛问题。

设对上述方程组可引入一辅助变量 x_1' 及一辅助微分方程 $\dot{x}_1' = f_1'(x_1')$, 且原方程组等式(2)右边 x_1 可用 x_1' 替代, 则方程组变为:

$$\dot{x}_1' = f_1'(x_1') \quad (4)$$

$$x_2 = f_2(x_1') \quad (5)$$

$$x_1 = f_1(x_2, u) \quad (6)$$

$$x_3 = f_3(x_2) \quad (7)$$

在讨论如上方程组的求解问题之前先讨论用 x_1' 替代方程组中 x_1 的合理性。以发动机中的容腔为例。当不考虑容积动力学时, 容腔内进出口截面的状态参数是相等的, 因此该容腔后的部件方程就利用容腔的状态参数(即上一部件的出口参数)作为输入量进行计算, 这相当于上述方程(2); 当考虑容腔容积动力学时, 进出口截面状态参数不相等, 因此要引入一组出口截面的状态参数, 相当于上面的辅助变量, 在容腔后的部件方程就利用容腔出口的状态参数作为输入量进行计算, 这相当于方程(5)。同时, 引入容积动力学方程来描述容腔进出口截面参数之间的关系, 这相当于上述方程(4)。

对此方程组如用数值积分法(如龙格库塔法)求解, 则易知当前时刻 $x_1'(k)$ 可由上一时刻的参数 $x_1'(k-1)$ 计算而得, 而余下方程自行闭合, 故方程组可依次解得而不再需要迭代运算。下一小节我们具体考虑通过发动机内部容积动力学来引入辅助变量及辅助方程。

4 本方法在涡扇发动机中的实际应用

具体讨论之前, 先介绍一下发动机中容积动力学有关概念及应用。

如图 2 所示, 设一股总温、总压、流量分别为 P_{in}, T_{in}, Q_{in} 的流体流入容腔, 以 $P_{out}, T_{out}, Q_{out}$ 流出。如设流体不可压, 且作绝热, 无流动损失等假设, 则上述进出口参数相等; 但如果考虑容积动力学, 在动态过程中, 容腔内有质量及能量的积聚和动量的变化, 气流进出口参数将不再相等, 而是满足一定的动力学方程。而容腔内的动力学方程包括质量、能量及动量三组方程, 但对于本研究而言, 在容腔内引入动力学方程主要目的在于避免迭代运算, 因此暂时只引入质量方程, 而且也暂不讨论其对精度等的影响。具体容积动力学质量方

程为:

$$\dot{P}_{out} = (Q_{in} - Q_{out})RT_{out}/V$$

其中: R 为气体常数, V 为容腔容积。

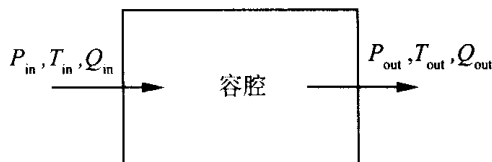


图 2 容积动力学示意图

Fig 2 Sketch for volume dynamics

现考察发动机辅助变量及辅助方程的引入。如前所述, 飞行高度、马赫数已知, 主、加力燃油流量与尾喷管面积等各输入量也已知时, 发动机工况一定, 且实际计算时发动机各状态均可表示为转速(n_1, n_2)、压气机和涡轮压比($\pi_c, \pi_t, \pi_{lt}, \pi_{ht}$)等参数的某种函数关系。此处以 F 表示此种函数关系, 设 Y 为发动机任一状态参数, 则其可表示为如下方程:

$$Y = F(n_1, n_2, \pi_c, \pi_t, \pi_{lt}, \pi_{ht}) \quad (8)$$

显而易见, 如每步计算都能找到上述方程右边六个变量, 发动机模型的求解便可以避免迭代运算。而要在每步计算中都得到上述六个变量, 需要引入辅助方程。为此, 考虑如图 1 中 I, II, III 及 IV 等四个容腔内的容积动力学质量方程, 则同一容腔中进出口流量不再相等, 这四个容腔的出口流量就是引进的四个辅助变量。对应此四个变量引入质量方程, 即为四个辅助方程:

$$\text{I: } \dot{P}_4 = (Q_3 - Q_4)RT_4/V_I$$

$$\text{II: } \dot{P}_5 = (Q_{42} - Q_5)RT_5/V_{II}$$

$$\text{III: } \dot{P}_{16} = (Q_{13} - Q_{16})RT_{16}/V_{III}$$

$$\text{IV: } \dot{P}_8 = (Q_{65} - Q_8)RT_8/V_{IV}$$

式中: R 为气体常数, V_I, V_{II}, V_{III} 及 V_{IV} 分别为 4 个容腔的体积。

至此, 辅助方程已全部引入。此外, 转子动力学关系也必须考虑, 它对应的两个方程为:

$$\text{低压轴: } \dot{n}_1 = \frac{\Delta W_1}{J_1 n_1}$$

$$\text{高压轴: } \dot{n}_2 = \frac{\Delta W_2}{J_2 n_2}$$

上述 6 个方程为微分方程, 由数值积分法可得(8)式方程右边 6 个变量, 从而可以避免迭代运算。

最后, 讨论一下初值问题。利用数值积分求解上述微分方程组时, 必须已知初值。对于发动机而

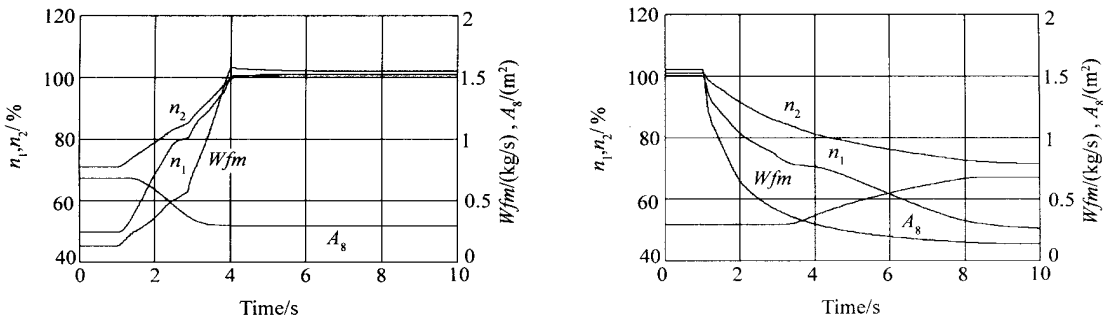


图 3 辅助变量模型加减速曲线($H = 15 \text{ km}, M a = 1.2$)

Fig 3 Accelerating and decelerating responses with new modelling method ($H = 15 \text{ km}, M a = 1.2$)

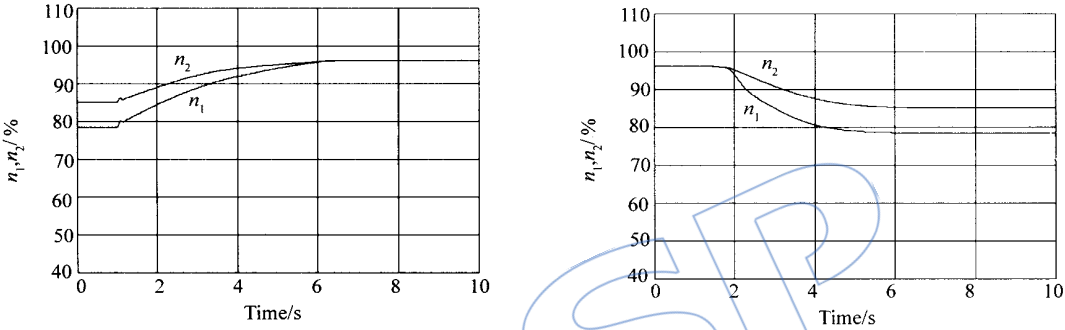


图 4 辅助变量模型加减速曲线($H = 0 \text{ km}, M a = 1.2$)

Fig 4 Accelerating and decelerating responses with new modelling method ($H = 15 \text{ km}, M a = 1.2$)

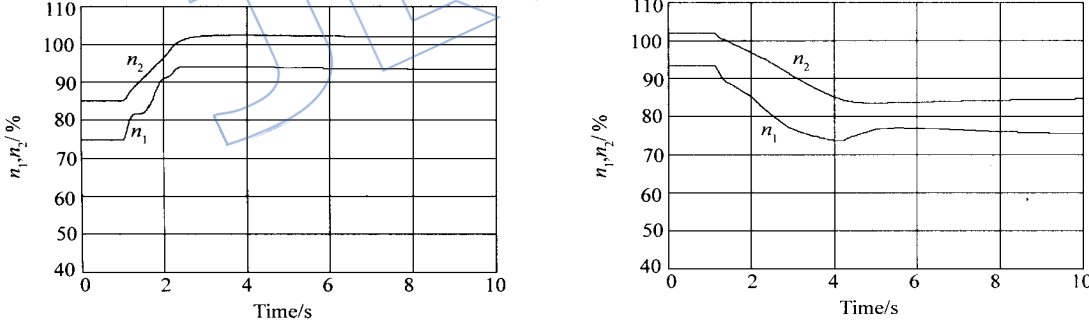


图 5 辅助变量模型加减速曲线($H = 10 \text{ km}, M a = 1.2$)

Fig 5 Accelerating and decelerating responses with new modelling method ($H = 0 \text{ km}, M a = 1.2$)

言,一般已知设计点各参数,故本模型计算可以从设计点开始,对全包线,全状态求解。若已知设计点外还已知其它工作点的参数,则具体计算可灵活对待,选取离计算点最近的已知工作点作为初始点。

从上讨论可知,适当选择容积动力学,求解发动机数学模型时可以找到辅助变量及辅助方程,来避免迭代运算,因而本方法可以在发动机中应用。

5 辅助变量法应用结论

应用上述步骤,本文对某型涡扇发动机进行了实时建模。6个微分方程采用龙格库塔法进行数值积分求解。

首先进行动态仿真实验,在地面($H = 0 \text{ km}$, $M a = 0$ 及标准大气条件)将模型从慢车拉至中间状态,再由中间状态拉至慢车,结果如图3所示,表明模型计算收敛。

除上述在地面做的仿真实验外,为验证辅助

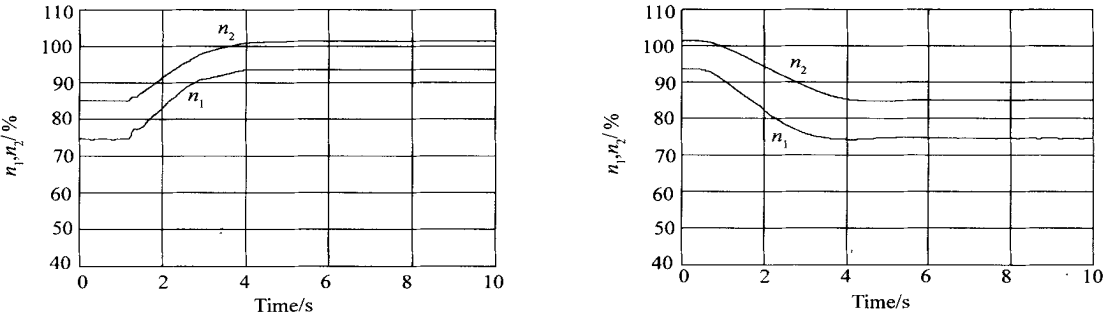


图 6 辅助变量模型加减速曲线($H = 18\text{ km}, M a = 1.8$)

Fig 6 Accelerating and decelerating responses with new modelling method ($H = 18\text{ km}, M a = 1.8$)

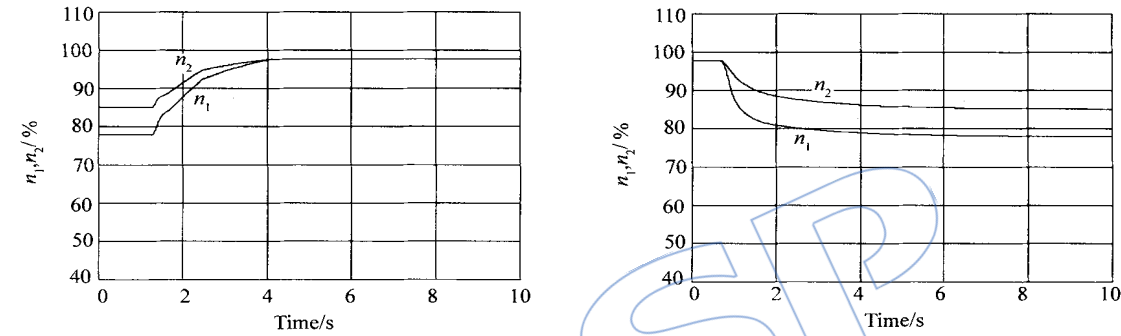


图 7 辅助变量模型加减速曲线($H = 10\text{ km}, M a = 1.0$)

Fig 7 Accelerating and decelerating responses with new modelling method ($H = 10\text{ km}, M a = 1.0$)

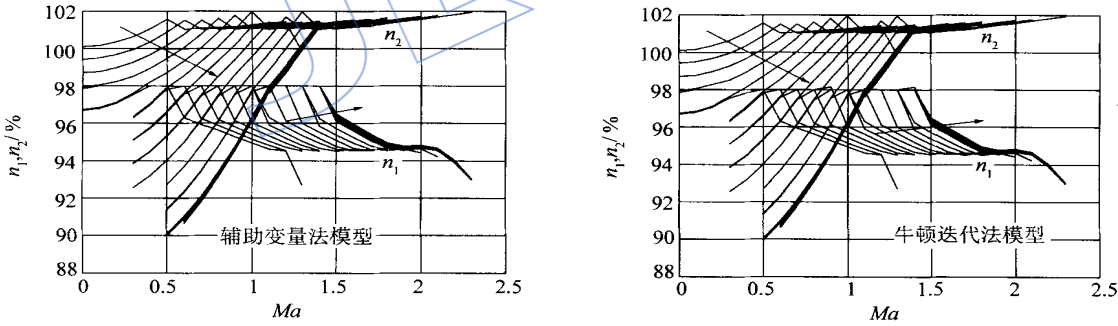


图 8 稳态计算比较(箭头方向表示 H 增加)

Fig 8 Comparison of steady state calculation (A row means H increasing)

变量模型在整个包线内的收敛性, 还在包线内其它点进行了加减速实验, 由于篇幅所限, 现给出其中几组曲线, 如图 4~ 图 7 所示。由仿真结果可知, 用本方法建立的模型在全包线范围内是收敛的。

除加减速仿真外, 模型还在全包线范围内进行了稳态仿真实验, 并将运行的稳态结果与常规模型的稳态运行结果进行了比较, 如图 8 及图 9 所示。该常规模型未考虑容积动力学并用牛顿法迭代求解, 所用的发动机特性数据相同。

其中, 图 8 为全包线内, 中间功率状态下高低压轴转速与马赫数、高度之间的关系; 图 9 为上述曲线簇中高度为 0 km 的那条曲线。可见, 在包线内用辅助变量法建立的模型稳态数据与牛顿法建立的模型运算结果几乎完全一致。

此外, 图 8 和图 9 虽然是稳态计算结果, 但却是由动态计算收敛到稳态得到的, 这也说明了本方法动、静态计算在全包线是可行且收敛的。

在发动机建模中考虑容积动力学早已有之^[4, 5], 过去考虑容积动力学, 往往是为了提高动

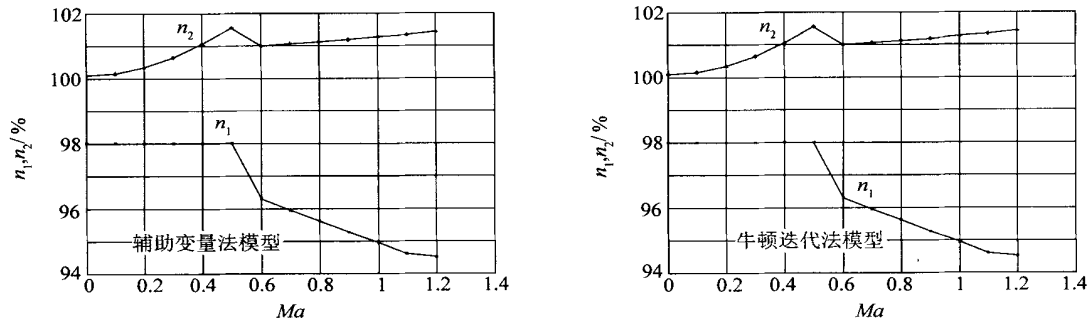


图 9 稳态计算比较($H = 0 \text{ km}$)

Fig 9 Comparison of steady state calculation ($H = 0 \text{ km}$)

态精度。本文的研究表明,适当的使用容积动力学,引入辅助变量及辅助方程可以避免迭代运算,这对保证发动机模型在全包线收敛是十分有意义的。

6 展 望

本文研究了发动机建模过程中引入辅助变量及辅助方程以避免迭代运算的可行性,但由于容积动力学本身研究的是动态过程,故本方法在提高发动机模型精度上还有很大潜力,如图 1 所示的涡扇发动机中,第 I、III、IV 三个容腔容积较大,其容积动力学会对发动机的动态精度产生影响,而第 II 容腔容积则较小,它属于高频特性,对发动机动态精度的影响一般可以忽略,这里在建模中考虑容腔 II 则完全是为了避免迭代运算,实际上,如果不考虑第 II 容腔的容积动力学,在求解模型的涡轮部分采用小回路局部迭代运算是很容易收

敛的,这也不失为一种适当的方法。本文考虑的容积动力学方程只利用了质量方程,而若同时考虑质量、能量、动量方程,则发动机模型动态精度将可能进一步提高。有关精度方面的具体分析将另文讨论。

参考文献

- [1] 朱行健,王雪瑜 燃气轮机工作原理及性能[M]. 北京: 科学出版社, 1992
- [2] 杨蔚华,孙健国 发动机实时建模技术的新发展[J]. 航空动力学报, 1995, 10(4): 402- 406
- [3] 李松林,孙健国,李建民,等 求解涡扇发动机数学模型的有限域搜索方法[J]. 航空动力学报, 1997, 12(3): 276- 278
- [4] DYNGEN. A Program for Calculating Steady-State and Transient Performance of Turbojet and Turbofan Engines [R]. NASA TN- D- 7901, Apr 01, 1975, LeRC.
- [5] 姜彩虹 双轴涡喷发动机脉冲切油防喘控制研究[D]. 南京: 南京航空学院, 1990