

文章编号: 1000-8055(2004) 06-0771-05

带环状裂纹圆棒的 J 积分评价方法

于慧臣¹, 谢世殊², 贺风伟³, 张岩基⁴

(1. 北京航空材料研究院, 北京 100095;

2. 宝山钢铁集团公司 技术中心, 上海 201900;

3. 本溪大学, 辽宁 本溪 117100;

4. 本溪钢铁集团有限责任公司, 辽宁 本溪 117100)

摘要: 通过有限元解析方法分别研究了轴向或扭转载荷下带环状裂纹圆棒试样的 J 积分的评价方法。首先模拟计算得到了一系列带有不同深度环状裂纹的中碳钢圆棒试样的载荷-位移关系, 然后分别利用单试样的简单评价法和多试样的能量评价法计算 J 积分值。结果发现, 当圆棒试样的裂纹深度足够深或位移足够小时, 两种评价方法计算的 J 积分值相当一致。

关键词: 航空、航天推进系统; 环状裂纹; J 积分; 扭转载荷; 有限元法; 轴向载荷
中图分类号: O344.3 **文献标识码:** A

An Investigation of J Integral Evaluation Method for Cylindrical Bars with Circumferential Crack

YU Hui-chen¹, XIE Shi-shu², HE Feng-wei³, ZHANG Yan-ji⁴

(1. Beijing Institute of Aeronautical Materials, Beijing 100095, China;

2. R & D Center, Baosteel Co. Ltd., Shanghai 201900, China;

3. Benxi University, Benxi 117100, China;

4. Benxi Iron & Steel Co. Ltd., Benxi 117100, China)

Abstract: Finite element method was used to analyze the J integral evaluation method for a cylindrical specimen with deep circumferential crack under axial or torsional load. First, the relationship between axial or torsional load and axial or angular displacement of cylindrical specimens with different circumferential crack depth was determined. Then, two methods were used to calculate the J integral. One is the simple method that calculates the J integral by a single specimen's load-displacement relationship; the other is the energy method. The J integral obtained by the simple method agrees well with that determined by the energy method using multiple medium carbon steel specimens with a circumferential crack, as far as the crack depth is deep enough or the axial or angular displacement is small.

Key words: aerospace propulsion system; axial load; circumferential crack;
finite element method; J integral; torsion

用 J 积分作为表征弹塑性疲劳裂纹扩展行为的参数已得到很好的应用^[1~6], 单试样的简单评价法是应用 J 积分表征疲劳裂纹扩展行为的基础。作者在文献[7]中试验研究了扭转载荷下, 带环状裂纹圆棒试样的 J 积分的简单评价法, 并和 J 积分的能量评价法进行了比较, 但试验中所用试样的环状裂纹为放电加工出的宽 0.25 mm 的不同深度的环状同心圆缺口。

本文基于实际的弹塑性变形, 通过有限元法 (FEM) 的模拟计算, 分别对轴向载荷和扭转载荷下带环状裂纹圆棒试样的 J 积分的简单评价法进行了研究, 并和 J 积分的能量评价法相比较, 检讨了其有效性和适用范围。本研究也为复杂形状试样或结构件的 J 积分评价提供了依据。

1 J 积分的评价方法

1.1 J 积分的能量评价法

J 积分与裂纹扩展过程中系统位能的释放率相等, 即可由下式定义^[8]:

$$J = - \frac{\partial \Pi}{\partial A} \quad (1)$$

式中: Π 是系统的位能, A 为裂纹面积。裂纹在位移 u 一定的条件下扩展时, J 积分表达为:

$$J = - \frac{\partial \Pi}{\partial A} = - \frac{\partial U}{\partial A} = - \frac{1}{2\pi b} \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)_u \quad (2)$$

式中: U 是应变能, a 为裂纹长度, b 为圆棒试样有环状裂纹处的净截面半径。 J 积分的能量评价法就是在位移一定的条件下, 计算不同的 a 对应的 U 值, 然后将从 $U-u$ 曲线计算出的 $\partial U / \partial a$ 值代入式(2), 即可得到相应的 J 积分值。

1.2 轴向载荷下 J_I 积分的简单评价法

如果轴向载荷为 P , 载荷点位移 u , J_I 积分可根据裂纹扩展时的能量变化量求得:

$$J_I = \frac{1}{2\pi b} \int \left(\frac{\partial u}{\partial a} \right)_P dP = - \frac{1}{2\pi b} \int \left(\frac{\partial u}{\partial b} \right)_P dP \quad (3)$$

试样在轴向载荷下产生弹塑性变形时, u 可分解为弹性成分 u_e 和塑性成分 u_p 之和:

$$u = u_e + u_p$$

此时, J_I 积分可相应地分解为弹性部分 J_{Ie} 和塑性部分 J_{Ip} 之和:

$$J_I = J_{Ie} + J_{Ip}$$

其中 J_{Ie} 可用 I 型应力强度因子 K_I 表达为:

$$J_{Ie} = (1 - \nu^2) K_I^2 / E$$

其中, E 为剪切弹性模量, ν 为泊松比, K_I 的计算参见文献[9]。

当裂纹足够深时, 塑性变形只在圆棒试样的有环状裂纹部分的净截面处发生, u_p 可定义为^[10]:

$$u_p = bf(P/b^2) \quad (4)$$

将式(4)微分后代入式(3)可求出 J_{Ip} :

$$J_{Ip} = \frac{1}{2\pi b^2} \left[3 \int P du - pu - \frac{1}{2} Pu_e \right] \quad (5)$$

从而可得轴向载荷下圆棒试样的 J_I 积分:

$$J_I = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^2 + \frac{1}{2\pi b^2} \cdot \left[3 \int P du - pu - \frac{1}{2} Pu_e \right] \quad (6)$$

即用一根试样的 $P-u$ 关系曲线便可评价 J_I 积分。

1.3 扭转载荷下 J_{III} 积分的简单评价法

J_{III} 积分的简单评价法详见文献[7]。裂纹在扭矩为 T , 扭转角为 θ 的条件下扩展时, III 型 J_{III} 积分可相应地表达为:

$$J_{III} = \frac{1}{2\pi b} \int \left(\frac{\partial \theta}{\partial a} \right)_T dT = - \frac{1}{2\pi b} \int \left(\frac{\partial \theta}{\partial b} \right)_T dT \quad (7)$$

当圆棒试样的环状同心圆裂纹足够深时, 塑性变形只在圆棒的有环状裂纹部分的净截面处发生, 扭转角 θ 的塑性成分 θ_p 可定义为^[10]:

$$\theta_p = f(T/b^3) \quad (8)$$

则同轴向载荷下的推导相似, 可得 J_{III} 积分:

$$J_{III} = \frac{K_{III}^2}{2G} + \frac{3}{2\pi b^2} \left[\int T d\theta - \frac{1}{2} T \theta_e \right] \quad (9)$$

式中: θ_e 为 θ 的弹性成分, G 为剪切弹性模量, III 型应力强度因子 K_{III} 的计算参见文献[9]。

2 材料与试验方法

材料为完全退火中碳钢(JIS S45C)。热处理 (850℃, 1 h 保温, 炉冷) 后的材料成分、组织和基本性能等参见文献[11]。试样是直径 16 mm、长 250 mm 圆棒, 在试样中央部位带有 U 型环状同心圆裂纹。裂纹深度从 1.5 mm 到 5.5 mm, 间隔 0.5 mm, 共有 9 种不同深度的裂纹。材料的本构关系为:

$$\sigma = k(m + \epsilon_p)^n \quad (10)$$

式中常数根据材料的拉伸试验结果求得, $k = 923.2$ MPa, $a = 0.003597$, $n = 0.1866$ 。

使用的通用有限元软件为 MARC。有限元计算中, 无论是轴向加载还是扭转加载均采用位移

控制。计算的轴向位移为裂纹两侧 12.5 mm 标距内的值, 而扭转角为裂纹两侧 25 mm 标距内的值。因为试样的轴对称性, 取试样纵向截面的四分

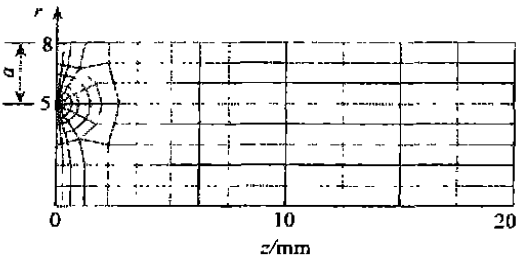


图 1 单元划分示意图($a=3\text{ mm}$)

Fig.1 Schematic diagram of mesh dividing

之一作为研究对象, 采用 8 节点四边形轴对称单元。图 1 为裂纹长度 $a=3\text{ mm}$ 时的单元划分。

3 结果与分析

3.1 轴向载荷下 J_I 积分的评价

带环状裂纹圆棒试样在轴向载荷作用下时, 通过 FEM 可计算出轴向载荷 P 与位移 u 的关系。对于不同的裂纹深度 a , $P-u$ 关系曲线示于图 2。对于同一 u , a 越长变形所需载荷越小。对于各个不同的 a , 分别求出 u 为 0.02, 0.04, 0.06, 0.08 和 0.10 mm 时对应的应变能 U 。当 P 一定时。每一 u 所对应的 $U-a$ 关系示于图 3, 各不同 u 所对应的 $U-a$ 关系均可用下式近似表达:

$$\log U = c_0 + c_1 a + c_2 a^2 \tag{11}$$

式中, c_0 , c_1 和 c_2 为对应于某一 u 的常数。图 3 中实线为对应不同 u 的 $U-a$ 近似曲线, 其与根据 FEM 数据计算出的应变能非常一致。

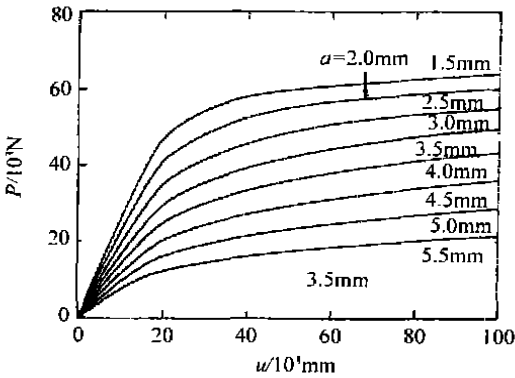


图 2 轴向载荷与位移关系

Fig.2 The relationship between axial load and displacement

将式(11)的近似曲线方程微分后代入式(3),

可求得不同 a 对应的 J_I 积分值(J 积分的能量评价法), 在图 4 中用实线表示。对于同一 u , J_I 积分值随 a 的增加而增加。另外, 根据用 FEM 方法计算出的某一裂纹深度试样的 $P-u$ 数据, 可由式(6)计算出其在不同 u 时的 J_I 积分值(J 积分的简单评价法), 用不同的符号表示于图 4 中。当 u

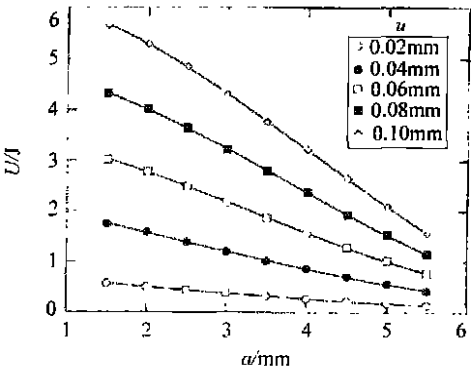


图 3 轴向载荷下应变能和裂纹长度的关系

Fig.3 The relationship between Strain energy and crack length under tension

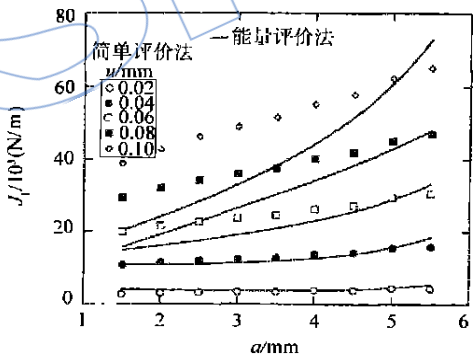


图 4 J_I 积分同裂纹长度的关系

Fig.4 The relationship between J_I integral and crack length

为 0.02 mm 和 0.04 mm 时, 两种评价方法计算出的 J_I 积分值相当一致。但是在 u 为 0.06 mm 以上时, 用简单评价法求得的 J_I 积分值在 a 小于 5 mm 时, 大于能量评价法求得的值; 而用简单评价法求得的 J_I 积分值在 a 大于 5 mm 时, 小于能量评价法求得的值。 u 越大, 简单评价法求得的 J_I 积分值与能量评价法求得的值相差越大。然而 a 在 5 mm 附近时, 即使 u 很大, 两者的值变得非常接近。

3.2 扭转载荷下 J_{II} 积分的评价

带环状裂纹圆棒试样在扭转载荷作用下时,

同样通过 FEM 计算出扭矩 T 与扭转角 θ 的关系。对于不同的裂纹深度 a , T - θ 关系曲线示于图 5。对于同一 θ , J_{III} 积分值随 a 的增加而增加。根据图 5 的 T - θ 关系曲线, 对于各个不同的 a , 分别求出 θ 为 0.02, 0.04, 0.08, 0.12, 0.16, 0.20 rad 时对应的应变能 U 。图 6 用符号示出了计算出的 U - a 之间的关系, 对于同一 a , θ 越大应变能也越大。各不同 θ 所对应的 U - a 之间的关系均可同样用式(11)近似表达。图 6 中实线为对应不同 θ 的 U - a 近似曲线, 其与根据 FEM 模拟数据计算得出的应变能非常一致。

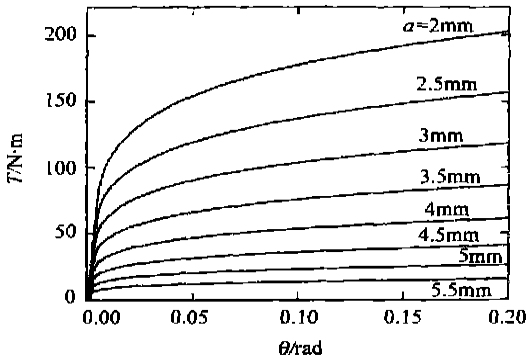


图 5 扭矩与扭转角关系

Fig. 5 The relationship between torque and torsional angle

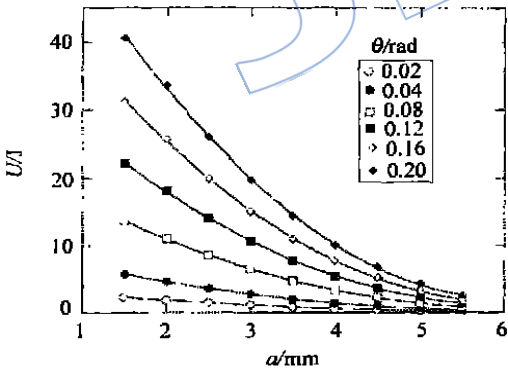


图 6 扭转载荷下应变能和裂纹长度的关系

Fig. 6 The relationship between strain energy and crack length under torsion

同样将式(11)的近似曲线方程微分后代入式(10), 可求得不同 a 对应的 J_{III} 积分值(J 积分的能量评价法), 在图 7 中用实线表示。对于同一 θ , J_{III} 积分值随 a 的增加而减少。另外, 根据用 FEM 方法计算出的某一裂纹深度试样的 T - θ 数据, 可由式(9)计算出其在不同 θ 时的 J_{III} 积分值(J 积

分的简单评价法), 用不同的符号表示于图 7 中。当 a 在 2.0~5.5 mm 范围内, 而 θ 在 0.02~0.20 rad 范围内, 两种评价方法计算出的 J_{III} 积分值相

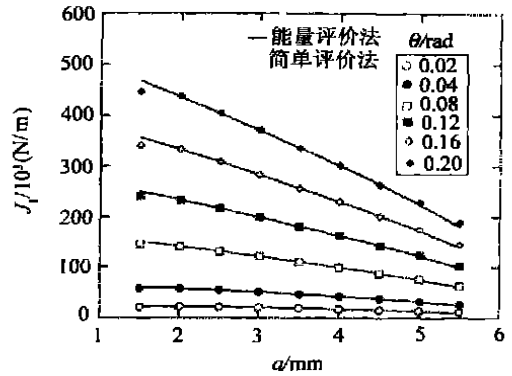


图 7 J_{III} 积分同裂纹长度的关系

Fig. 7 The relationship between J_{III} integral and crack length

当一致。然而, 当 a 等于 1.5 mm 时, 随 θ 增大两种方法计算出的 J_{III} 积分值的差异逐渐增大, 并且能量法计算的 J 积分值高于简单评价法计算的值。

3.3 J 积分的简单评价法的适用性

式(4)、(8)分别为轴向载荷及扭转载荷下 J 积分的简单评价法的基本假设, 式中轴向位移 u 及扭转角 θ 的塑性成分 u_p, θ_p 分别为 $P/b^2, T/b^3$ 的函数。图 8 示出了计算得到的 u_p/b 与 P/b^2 的关系。 u_p/b 较小或塑性变形较小时, 各曲线较接

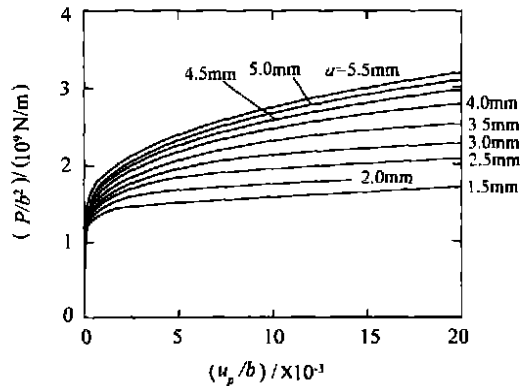


图 8 P/b^2 与 u_p/b 的关系

Fig. 8 The relationship between P/b^2 and u_p/b

近。但当 u_p/b 较大时, 对各裂纹长度 a , 各曲线差别较大, 尤其是对于较短的裂纹, P/b^2 - u_p/b 关系曲线偏离其它曲线更多。原因为当裂纹长度较短时, 是试样全体而不仅仅是圆棒试样有环状裂纹处的截面发生了塑性变形, 式(4)的关系不再成

立,简单评价法失去意义。

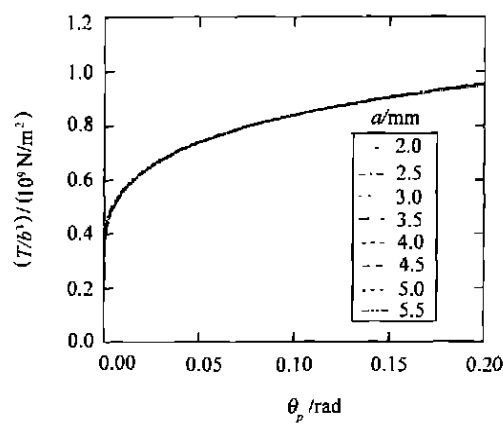


图 9 T/b^3 与 θ_p 的关系

Fig. 9 The relationship between T/b^3 and θ_p

图 9 示出了计算得到的 θ_p 与 T/b^3 的关系。当裂纹长度 a 在 2~5.5 mm 范围内时,各个裂纹长度 a 所对应的 $T/b^3-\theta_p$ 曲线基本一致。这说明式 (8) 的假设是成立的,即可通过式 (9) 计算扭转载荷下带环状裂纹圆棒试样的 J 积分值。

4 结 论

本文通过对带有环状裂纹圆棒试样的 J 积分的简单评价法和能量评价法的比较研究,明确了 J 积分的简单评价法的适用范围。

(1) 当 u 为 0.02 和 0.04 mm 时,两种评价方法计算出的 J_I 积分值相当一致。但是在 u 为 0.06 mm 以上时,用简单评价法求得的 J_I 积分值在 a 小于 5 mm 时,大于能量评价法求得的值;在 a 大于 5 mm 时,小于能量评价法求得的值。 u 越大,简单评价法求得的 J_I 积分值与能量评价法求得的值相差越大。然而 a 在 5 mm 附近时,即使 u 很大,两者的值变得非常接近。

(2) 当 a 在 2.0~5.5 mm 范围内,而 θ 在 0.02~0.20 rad 范围内,两种评价方法计算出的 J_{III} 积分值相当一致。当 a 等于 1.5 mm 时,随 θ 增

大两种评价方法计算出的 J_{III} 积分值的差异逐渐增大,并且能量法计算的 J 积分值高于简单评价法计算的值。

参考文献:

[1] Dowling N E, Begley J A. Fatigue Crack Growth During Gross Plasticity and the J -Integral[A]. ASTM STP 590[C]. 1976: 82- 103.

[2] Dowling N E. Geometry Effects and the J -Integral Approach to Elastic-Plastic Fatigue Crack Growth[A]. ASTM STP 601 [C]. 1976: 19- 32.

[3] Tanaka K, Hoshide T, Maekawa O. Surface Crack Propagation in Plane-Bending Fatigue of Smooth Specimen of Low-Carbon Steel[J]. *Eng. Fract. Mech.*, 1982, 16: 207- 220.

[4] 星出敏彦,田中启介,仲田摩智. 弹性・弾塑性および全量降伏条件下での疲労き裂伝ば則の实验的検討[J]. 材料, 1982, 31: 566- 572.

[5] Tanaka K, Akiniwa Y, Nakamura H. J -Integral Approach to Mode III Fatigue Crack Propagation in Steel Under Torsional Loading[J]. *Fatigue and Fract. Engng Mater. and Struct.*, 1996, 19: 571- 579.

[6] 于慧臣,谢世殊,孙燕国,等. 扭转/拉伸复合载荷下的弹塑性疲劳裂纹扩展行为[J]. 航空材料学报, 2004, 24(5): 53- 56.

[7] 于慧臣,谢世殊,张岩基,等. 扭转载荷下带环状裂纹圆棒的 J 积分的评价[J]. 航空材料学报, 2003 (23 Supplement): 139- 142.

[8] Rice J R. Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture [A]. In Fracture II (ed. Liebowitz H) [M]. New York: Academic Press, 1968: 191- 311.

[9] Tada H, Paris P C, Irwin G R. The Stress Intensity Factor Handbook[Z]. 2nd edn. 1985: 27. 3.

[10] Itoh Y Z, Murakami T, Kasiwaya H. Approximate Formulae for Estimating the J -Integral of a Circumferentially Cracked Round Bar Under Tension or Torsion [J]. *Eng. Fract. Mech.*, 1988, 31: 967- 975.

[11] 于慧臣,谢世殊,田中启介,等. 扭转/拉伸复合载荷下近门槛值的疲劳裂纹扩展行为[J]. 材料工程, 2002, Supplement: 317- 324.