

文章编号: 1000-8055(2004)03-0387-05

基于 LM I 的航空发动机多变量 $H \infty$ 固定阶控制的研究

孙护国, 樊思齐, 李华聪, 吴 丹

(西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 提供了一种新的航空发动机多变量静态输出反馈的固定阶 PI 控制器的设计方法。固定阶控制器的综合问题一般表征为满足双线性矩阵不等式(BM I)约束优化问题, 获得 BM I 约束下的最优解非常困难。在航空发动机特定的控制条件下, 将固定阶控制器的 BM I 问题转化为标准的线性矩阵不等式(LM I)问题, 并推导出静态输出反馈的 $H \infty$ 固定阶控制器存在的条件及控制器的设计方法。使用该技术对某型涡扇发动机控制系统进行固定阶 PI 控制器设计, 仿真结果表明, 该控制系统其性能和鲁棒性满足要求。

关键词: 航空、航天推进系统; 航空发动机; 双线性矩阵不等式; 线性矩阵不等式; 固定阶 PI 控制器

中图分类号: V 233. 7

文献标识码: A

LM I Based Multivariable $H \infty$ Fixed-Order Control for an Aero-Engine

SUN Hu-guo, FAN Si-qi, LI Hua-cong, WU Dan

(Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A new design method of multivariable static output feedback $H \infty$ fixed-order PI controller for aero-engine is presented. The synthesis of $H \infty$ fixed-order controller can be formulated as a Bilinear Matrix Inequality (BM I) optimization problem which is hard to solve. But under certain aero-engine conditions, the BM Is raised in the $H \infty$ fixed-order design problem can be converted into standard Linear Matrix Inequalities (LM Is). Then the existence condition of $H \infty$ fixed-order controller is deduced and the design procedures of the controller are proposed. The approach proposed in the paper has been successfully applied to turbo-engine fixed-order PI controller design. The simulation results show that the performance and robustness of controlled system are satisfied.

Key words: aerospace propulsion system; aero-engine; bilinear matrix inequality; linear matrix inequality; fixed-order PI controller

近十几年来, 许多学者致力于现代多变量控制理论特别是 $H \infty$, $H_2/H \infty$, μ 等在先进航空发动机控制系统应用的研究, 发表了大量文章^[1, 2], 而且已证明了它们对于提高发动机控制系统的性能

和鲁棒性非常有效, 但它在实际应用中却很难实施。这是因为: (1) 综合所得的控制器的阶数很高, 通常是被控对象和所选权系数的阶数之和, 如文献[1, 2]控制器阶数分别为 36, 18; (2) 控制系统

收稿日期: 2003- 07- 09; 修订日期: 2004- 03- 01

联系人: 樊思齐

作者简介: 孙护国(1966-), 男, 陕西武功人, 西北工业大学动力与能源学院博士生, 主要从事航空发动机先进鲁棒控制理论应用研究

各组成部分的物理意义很晦涩,不便在实施中对产生故障的原因进行分析和调试。

先进现代多变量控制技术要在实际的发动机控制系统中得到有效实施,必须:(1)采用简化和结构化控制器,如使用各种解耦降阶技术,但该问题目前仍未解决,主要原因是降阶技术还很不完善,加之降阶后,控制系统往往存在非最小相位,系统性能和鲁棒性有时退化严重甚至不稳定;(2)采用另外一条途径即从研究一开始便对所研究的系统和控制器进行简化,如研究某些实际系统的静态状态反馈或静态输出反馈的固定阶控制器的综合问题。固定阶控制器的综合问题一般表示为双线性矩阵不等式(BMI)约束优化问题。对固定阶控制器综合的BMI约束优化问题是非凸的,用非线性规划解决难度很大。尽管已有许多文献介绍了大量求解BMI约束问题的算法,如文献[3],但仍存在许多问题有待解决。文献[4]利用拉格朗日算子理论提供了固定结构补偿器存在的必要条件,文献[5]理论上给出各种参数化的固定结构补偿器,但对实际控制规律的计算仍是个空白。而当一个控制问题表示为线性矩阵不等式(LMI)约束优化问题,大部分都可以得到成功解决,这是因为LMI有很多有效的算法,如内点算法和极易于使用的工具包。研究发现对于一些特殊情况如采用静态输出反馈控制律, H_∞ 固定阶控制器综合的BMI问题可以转化为求解LMI问题,从而避免进行繁琐的非凸优化。基于上述分析,本文一开始便研究静态输出反馈的 H_∞ 固定结构控制器综合问题中的某些特殊结构,通过对某些子空间进行约束及变换,将 H_∞ 固定阶控制器综合的BMI问题转化为LMI问题,并推导出了LMI约束下静态输出反馈的 H_∞ 固定阶控制器存在的条件及控制器综合方法,并将其应用到某型涡扇发动机控制系统,从而设计了发动机 H_∞ 固定阶的PI控制

状态方程为:

$$G: \begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_2 K_c C_2 & B_1 \\ -C_1 + D_{12} K_c C_2 & D_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \omega \end{bmatrix} \quad (3)$$

G 也可描述为:

$$\dot{x} = A x + B_1 \omega + B_2 u \quad (3a)$$

$$z = C_1 x + D_{11} \omega + D_{12} u \quad (3b)$$

$$\bar{y} = C_2 x \quad (3c)$$

$$\bar{u} = K_c y \quad (3d)$$

式中:

器,仿真结果表明该控制系统性能和鲁棒性良好。

1 H_∞ 控制及LMI固定阶控制器存在条件的理论推导

1.1 航空发动机控制系统的结构及变换

考虑具有如下特定结构的线性定常系统的固定阶输出反馈控制器的设计问题并假设 (A_P, B_{2P}, C_{2P}) 是能控且能观测的。

$$P: \begin{bmatrix} \dot{x}_P \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_P & B_{1P} & B_{2P} \\ C_{1P} & D_{11P} & D_{12P} \\ C_{2P} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_P \\ \omega \\ u \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $x_P \in R^{n_1}$ 是被控对象 P 的状态变量, $z \in R^{p_1}$, $y \in R^{p_2}$,分别为 P 的被控输出向量和量测向量。 $\omega \in R^{m_1}$, $u \in R^{m_2}$ 分别为 P 的广义输入变量和控制向量。这里考虑的干扰向量是不确定的,但能量有限,即:

$$L_2 = \left\{ \omega(t) : \int_0^\infty \omega^2(t) dt < \infty \right\}$$

设输出反馈控制器具有如下形式:

$$K_c: \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: $x_c \in R^{n_c}$ 是控制器的状态向量, n_c 为预设的控制器阶数。

控制系统 G 的结构框架为(见图1):

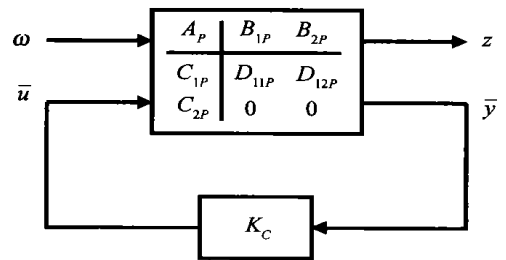


图1 控制系统 G 的结构框架

Fig 1 Structure of Control System G

$$\begin{aligned}
 x &= \begin{bmatrix} x_p \\ x_c \end{bmatrix} \in R^n \quad (n = n_1 + n_c) \\
 \bar{y} &\in R^{n_c + p_2}, \quad \bar{u} \in R^{n_c + m_2} \\
 A &= \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} B_{1p} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 B_2 &= \begin{bmatrix} 0 & B_{2p} \\ I & 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = [C_{1p} \quad 0] \\
 C_2 &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ C_{2p} & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = [0 \quad D_{12p}] \\
 D_{11} &= D_{11p}, \quad K_C = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

控制系统 G 的闭环传递函数 G_{zw} 的 H_∞ 范数为:

$$\|G_{zw}\|_\infty = \|(C_1 + D_{12}K_C C_2) \cdot [SI - (A + B_2 K_C C_2)]^{-1} B_1 + D_{11}\|_\infty \quad (4)$$

将所要研究的静态输出反馈问题转化为理论上比较成熟, 易于计算的静态状态反馈问题。作如下假设:

T 为非奇异矩阵, 且:

$$C_2 T = \begin{bmatrix} I_{r_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

r_1 为 C_{2p} 的秩。

取:

$$\bar{x} = T^{-1} x$$

将(3)各式表示的控制系统 G 经状态变换后的等价系统为:

$$\begin{aligned}
 \dot{\bar{x}} &= T^{-1} A T \bar{x} + T^{-1} B_1 \omega + T^{-1} B_2 u = \\
 &\quad \bar{A} \bar{x} + \bar{B}_1 \omega + \bar{B}_u u \quad (6a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 z &= C_1 T \bar{x} + D_{11} \omega + D_{12} u = \\
 &\quad \bar{C}_1 \bar{x} + D_{11} \omega + D_{12} u \quad (6b)
 \end{aligned}$$

$$\bar{y} = C_2 T \bar{x} = \bar{C}_2 \bar{x} \quad (6c)$$

$$\bar{u} = K_C \bar{y} \quad (6d)$$

或:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}} \\ \bar{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} + \bar{B}_2 K_C \bar{C}_2 & \bar{B}_1 \\ \bar{C}_1 + D_{12} K_C \bar{C}_2 & D_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \omega \end{bmatrix} \quad (6)$$

1.2 LM I 固定阶控制器存在的条件

定理^[6]: 对于 P 稳定, 式(6)表示的具有固定阶控制器的系统, 如果存在一个正定对称矩阵 X 和控制器的变换矩阵 K_C , 满足不等式即:

$$\begin{bmatrix} (\bar{A} + \bar{B}_2 K_C \bar{C}_2)^T X + X (\bar{A} + \bar{B}_2 K_C \bar{C}_2) & X \bar{B}_1 & (\bar{C}_1 + D_{12} K_C \bar{C}_2)^T \\ \bar{B}_1^T X & -I & D_{11}^T \\ \bar{C}_1 + D_{12} K_C \bar{C}_2 & D_{11} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

则系统(6), 从 ω 至 z 的传递函数 H_∞ 范数有:

$$\|G_{zw}(s)\|_\infty < \gamma \quad (8)$$

(7) 式中存在两个未知矩阵变量 K_C 和 X 而且以非线性形式出现, 是典型的双线性矩阵不等式 BLM I 形式。将其转化易于计算的 LM I 问题, 对不等式(7)左边矩阵分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}(X^{-1}, I, I)$ 有:

$$\begin{bmatrix} (\bar{A}X^{-1} + \bar{B}_2K_c\bar{C}_2X^{-1})^T + (\bar{A}X^{-1} + \bar{B}_2K_c\bar{C}_2X^{-1}) & \bar{B}_1 & (\bar{C}_1X^{-1} + D_{12}K_c\bar{C}_2X^{-1})^T \\ \bar{B}_1^T & -I & D_{11}^T \\ \bar{C}_1X^{-1} + D_{12}K_c\bar{C}_2X^{-1} & D_{11} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

并作如下假设:

$$N = X^{-1} > 0 \quad N = \text{diag}(N_1, N_2) \quad \text{且} \quad N^T = N > 0 \quad (10)$$

式中: $N_1 \in R^{r_1 \times r_1}$, $N_2 \in R^{(n-r_1) \times (n-r_1)}$, N_1 和 N_2 分别为正定对称矩阵即:

$$N_1 = N_1^T > 0, \quad N_2 = N_2^T > 0$$

r_1 为 C_{2P} 的秩。

由此导出:

$$K_c\bar{C}_2X^{-1} = K_c\bar{C}_2N = K_c \begin{bmatrix} I_{r_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & 0 \\ 0 & N_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

对于式(3)描述的控制系统关于静态输出反馈 H_∞ 控制器的 LM I 存在条件和综合有如下推论:

推论: 对于系统(3), 存在一个静态输出反馈 H_∞ 控制器, 当且仅当存在一个正定对称矩阵 N 和矩阵 W 满足不等式:

$$\begin{bmatrix} \left(\bar{A}N + \bar{B}_2 \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^T + \left(\bar{A}N + \bar{B}_2 \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) & \bar{B}_1 & \left(\bar{C}_1N + D_{12} \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^T \\ \bar{B}_1^T & -I & D_{11}^T \\ \left(\bar{C}_1N + D_{12} \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right) & D_{11} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

则控制系统(3), 从 ω 至 z 的传递函数矩阵 H_∞ 范数:

$$\|G_{z\omega}(s)\| < \gamma$$

且静态输出反馈矩阵:

$$K_c = [W \ 0] \begin{bmatrix} N^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} = WN_1^{-1} \in R^{m_1 \times r_1} \quad (13)$$

2 航空发动机 H_∞ 固定阶 PI 控制器的设计

基于上述分析, 为了得到结构简单、物理意义明确、易于实施的控制器, 构造图 1 所示发动机输出反馈控制系统, 根据前述所得的推论可以容易地计算出该控制系统 H_∞ 固定阶静态输出反馈控制器。将其推广, 选择图 2 所示的航空发动机 PI

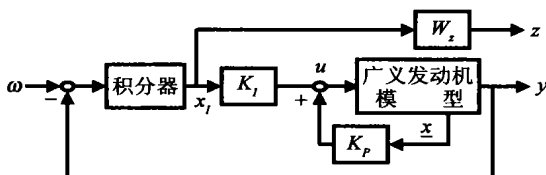


图 2 航空发动机 H_∞ 固定阶 PI 控制系统结构简图

Fig 2 Fixed-order PI control system structure for aero-engine

控制系统, 控制系统输入信号 ω 分别为 $n_{H\text{ref}}$ 和

π_{ref} , 其被控输出信号、量测输出信号分别是 z 和 y 。发动机控制问题是设计一个适于模型不确定性、干扰抑制性能较好、具有渐近跟踪能力的发动机 PI 控制系统。

作为被控对象的航空发动机数学模型是一非线性很强的气动热力学模型。在飞行包线内, 发动机数学模型呈现很强不确定性, 对某型涡扇发动机非线性模型进行线性化处理为状态空间模型。在额定状态, 取高度 $H = 10 \text{ km}$, 马赫数 $M_a = 1.1$ 时, 发动机的模型为标称模型。考虑执行机构的惯性时发动机线性扩展模型为 4 阶。偏离该工作点模型视为相对于标称模型的摄动。将标称模型转化为 2 节的形式, 变换后发动机等价模型为:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (14a)$$

$$y = Cx \quad (14b)$$

式中:

$$x = [n_H, n_L, m_f, A_8]^T$$

$$u = [u_1, u_2]^T$$

$$y = [n_H, n_L]^T$$

设积分器的状态方程:

$$\dot{x}_I = G_I x_I \tag{15}$$

式中: $x_I \in R^2$ 是多变量积分器的状态, G_I 积分器的状态矩阵:

$$G_I \in R^{2 \times 2}$$

则:

$$u = K_I x_I + K_P x \tag{16}$$

式中: K_I 和 K_P 分别是 PI 控制器的积分增益矩阵和比例增益矩阵。

为了在期望的频域范围内获得期望的性能, 引入对感兴趣的物理变量归一化的频域权函数矩阵 W_z

取:

$$W_z = \begin{bmatrix} \frac{s + 9.000}{10s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{s + 9.000}{10s + 1} \end{bmatrix} \tag{17}$$

$W_z(s)$ 的状态空间的最小实现为 A_z, B_z, C_z

假设发动机各状态变量可测, 将图 2 所示发动机控制系统控制器的综合问题化成标准 (3) 式的增广形式。取 $\gamma = 1$, 由 2 节的推论得 K_I 和 K_P 为:

$$K_I = \begin{bmatrix} 0.411 & -2.543 \\ -9 & -7.6573 \end{bmatrix}$$

$$K_P = \begin{bmatrix} -44.8 & -2.543 & 1.88 & -12 \\ -9 & 7.6575 & -2.22 & 3.85 \end{bmatrix}$$

3 仿真结果及结论

在标准大气条件下, 对发动机控制系统非设

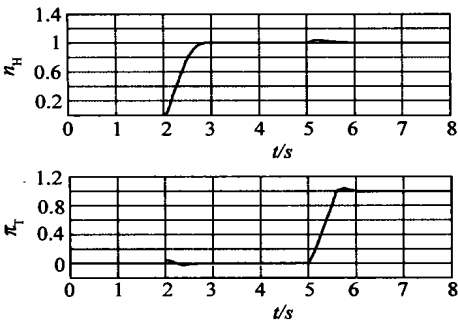


图 3 $H = 5 \text{ km}, M a = 0.8$ 时阶跃响应曲线

Fig 3 Step responses for $H = 5 \text{ km}, M a = 0.8$

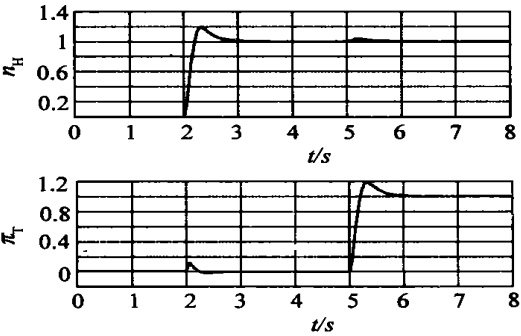


图 4 $H = 0 \text{ km}, M a = 0$ 时阶跃响应曲线

Fig 4 Step responses for $H = 0 \text{ km}, M a = 0$

计点性能进行验证, 图 3 所示的是 $H = 5 \text{ km}, M a = 0.8$ 的在第 2 s、第 5 s 时 n_H 和 π_T 的阶跃响应特性。图 4 所示的是在地面 $H = 0 \text{ km}, M a = 0$, n_H 和 π_T 的阶跃响应特性。由图 3 可知控制系统能够满意的跟踪输入信号, 稳态控制精度较高, 调节时间约为 1 s 左右, 在第 2 s、第 5 s 同时可以看到发动机控制变量之间耦合较小, 发动机控制系统基本实现了解耦, 参阅文献[2] $H \infty$ 性能判断标准, 发动机控制系统基本满足设计要求。大量仿真结果表明非设计点距离设计点越近其性能越好, 非设计点与设计点距离逐渐增加时, 其性能逐渐衰减, 如图 4 所示, n_H 阶跃响应中超调量较大。

参考文献

[1] Nordgren R E, Gastineau Z, Adibbaia S. Robust Multivariable Turbofan Engine Control: A Case Study[R]. Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control December 1994

[2] Gary J Balas, Jack Ryan. A new Technique for Design of Controllers for Turbofan Engine[R]. AIAA- 98- 3751.

[3] Safonov M G, Goh K C, Ly J H. Control System Synthesis Via Bilinear Matrix Inequalities[R]. Proceeding of the American Control Conference, 1994

[4] Hyland D C, Bernstein D S. The Optimal Projection Equations for Fixed Order Dynamic Compensation[R]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1984; AC- 29: 1034- 1037.

[5] Iwasaki T, Skelton R E. All Fixed Order $H \infty$ Controllers: Observer-Based Structure and Covariance Bounds[R]. IEEE Transactions on Automatic Control 1995; AC- 40: 512- 516

[6] 俞立. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002