

文章编号: 1000-8055(2005)04-0572-05

雷诺应力模型在三维湍流流场 计算中的应用

张雅¹, 刘淑艳², 王保国²

(1 北京理工大学 机械与车辆工程学院, 北京 100081;

2 北京理工大学 机电工程学院, 北京 100081)

摘要: 从雷诺应力模型出发, 通过求解雷诺平均N-S方程组获得三维湍流流场的数值解。计算中比较了多种湍流模式, 并进行了相应的流场计算。本文完成了两个典型算例。从算例1的计算结果与实验值比较中发现: 采用雷诺应力模型(RSM)计算的三维流场比采用 $k-\epsilon$ 模型更贴近实验值; 算例2采用了RSM模型及三维非结构网格, 对一典型内流问题进行了三维流场计算。算例的数值实践表明: 采用雷诺应力模型可以有效的计算各向异性的湍流流场; 另外, 发展非结构网格有助于模拟壁面附近的流动, 并节省计算机内存。

关键词: 航空、航天推进系统; 雷诺应力模型; 三维湍流流场; $k-\epsilon$ 模型; N-S方程

中图分类号: O357.5

文献标识码: A

Application of the Reynolds Stress Model to the Calculation of Three-Dimensional Turbulent Flow-Field

ZHANG Ya¹, LIU Shu-Yan², WANG Bao-guo²

(1 The School of Mechanical and Vehicular Engineering,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2 The School of Mechatronic Engineering,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Based on the Reynolds Stress Model, the three-dimensional flow field was numerically simulated using the Reynolds averaged N-S system equations. The flow fields were calculated and compared with the results of several turbulent models. Two typical examples were presented. Comparing numerical results to experimental data, we can find that the numerical results with the Reynolds Stress Model (RSM) are closer to the experimental data than with the Standard $k-\epsilon$ model. Besides, detail flow field of a typical problem was simulated with RSM using three-dimensional unstructured grids. Numerical results show that the Reynolds Stress Model could simulate turbulence anisotropic behavior of the complex three-dimensional flow field.

Key words: aerospace propulsion system; Reynolds Stress Model (RSM);
three-dimensional turbulent flow-field; $k-\epsilon$ model; N-S equation

收稿日期: 2004-06-16; **修订日期:** 2004-09-22

基金项目: 国家自然科学基金资助(50376004); 高等学校博士学科点专项基金资助(20030007028)

作者简介: 张雅(1980-), 女, 湖南长沙人, 北京理工大学机械与车辆工程学院, 主要从事流体机械研究

通常航空叶轮机械内的流动非常复杂,往往存在着复杂的波系、涡系和分离流动,因此,湍流模型的选择至关重要。目前常用的湍流模型有 $k-\epsilon$ 模型^[1]、RNG 模型、雷诺应力模型(RSM)以及代数应力模型(ASM)等。其中 $k-\epsilon$ 模型是基于 Boussinesq^[2] 的涡粘性假设,显然这种简单的模式在许多流动状况下是很难反映湍流各向异性特点的,更好的办法是直接求解以雷诺应力为变量的输运方程,即采用雷诺应力模型^[3,4]。本文从雷诺应力模型出发,通过求解雷诺平均 N-S 方程组获得了三维湍流流场,并采用了多种湍流模型,得到了相应流场的详细三维数据,从而为航空叶轮机械内的流场分析和工程设计提供了坚实的理论基础。

1 三维湍流流场计算及 RSM 模型

1.1 基本方程组

对于瞬时量的完全气体三维湍流 N-S 方程组为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{1}{\rho} (\nabla \cdot \Pi - \nabla P) \quad (2)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\pi \cdot \mathbf{V}) - \frac{\nabla \cdot \mathbf{q}}{\rho} \quad (3)$$

式中: $\rho, \mathbf{V}, \Pi, \pi, e$ 与 $\mathbf{q}$ 分别表示密度、速度、粘性应力张量、应力张量、广义内能与传热率。由于篇幅所限,对平均流的 N-S 方程组不再给出。

1.2 RSM 模型

雷诺应力方程模化后可用如下表达形式给出:

$$\frac{d}{dt} (\overline{u_i u_j}) = f_1 \left(\frac{K^2}{\epsilon}, \overline{u_i u_j}, K, \epsilon \right) \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} (\overline{u_i T}) = f_2 \left(\frac{K}{\epsilon}, \overline{u_i u_j}, \overline{u_i T} \right) \quad (5)$$

湍动能方程和湍流耗散率方程:

$$\frac{d}{dt} (\rho k) = f_3 \left(\frac{\partial k}{\partial x_j}, \epsilon \right) \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} (\rho \epsilon) = f_4 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}, \frac{\epsilon}{k}, \frac{\epsilon^2}{k} \right) \quad (7)$$

式中: $i, j = 1 \sim 3$; (4)~(7) 式中的右端项 $f_1(*), f_2(*), f_3(*)$ 与 $f_4(*)$ 的详细表达式可参阅相应计算流体力学方面的文献,例如文献[5~7]。

1.3 守恒方程组的通用形式及算法

为了便于计算,将上述流体力学基本方程组(1)~(3)式及相应的雷诺应力湍流模式(4)~(7)式归纳成如下通用形式:对于直角坐标系(x, y, z)有:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u \Phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \Phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \Phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + S_\Phi \quad (8)$$

对于曲线坐标系(x^1, x^2, x^3)有:

$$\frac{\partial}{\partial x^1} (\rho u_1 \Phi) + \frac{\partial}{\partial x^2} (\rho u_2 \Phi) + \frac{\partial}{\partial x^3} (\rho u_3 \Phi) = \frac{\partial}{\partial x^i} \left[(\Gamma_\Phi)_{ij} \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} \right] + S_\Phi \quad (9)$$

这里 u_1, u_2, u_3 分别为速度沿曲线坐标系(x^1, x^2, x^3)的协变分量。很显然,上面(8)与(9)式可以借助于 SMPLEC 算法进行统一求解。

2 典型算例 1

2.1 结构尺寸与计算网格

这里选用文献[8]所给出的一个典型内流算例,其具体结构见图 1(a),计算中采用了贴体曲线网格,其形式如图 1(a)所示。

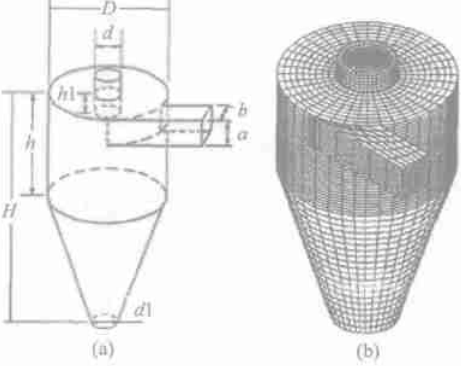


图 1 几何结构与计算网格

Fig 1 Construction and grid

图 1(a)的具体几何参数如下:

$a = 95 \text{ mm}, b = 38 \text{ mm}, h = 285 \text{ mm}, d1 = 72.5 \text{ mm}, D = 190 \text{ mm}, d = 64 \text{ mm}, H = 760 \text{ mm}, h1 = 95 \text{ mm}$ 。计算时取入口速度为 7.5 m/s 。

2.2 计算结果与分析

本算例从(9)式出发,分别采用标准 $k-\epsilon$ 与

RSM 湍流模型, 并将计算结果与实验值作了比较^[6]。由图 2 看出 RSM 模型与实验结果更为接近, 采用这种模型计算可清楚地给出涡的结构(即中心附近的强制涡和外层的自由涡), 而 $k-\epsilon$ 模型却不能给出。

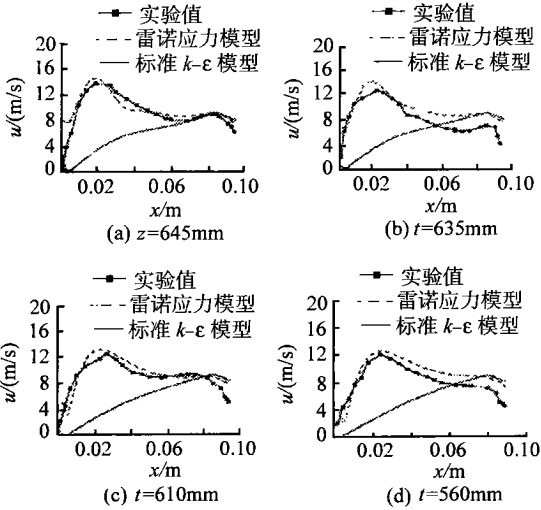


图 2 采用不同模型时各截面上切向速度分布与试验值的比较

Fig 2 Experimental swirl velocity compare with the simulation result using different models

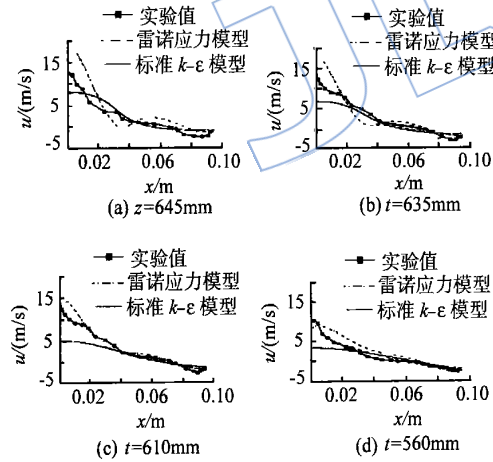


图 3 采用不同模型时各截面上轴向速度的分布

Fig 3 Experimental axial velocity compare with the simulation result using different models

图 3 给出了各截面上轴向速度的分布并与实验作了比较。由计算结果图可以看出, 在圆柱段, 雷诺应力模型的结果与实验值基本吻合: 计算得到的速度为零的位置与实验基本相同, 而且最大速度的值也基本吻合。在圆锥段, 标准模型的计算结果与实验值有很大的偏差, 但雷诺应力模型

与实验结果比较接近。

3 典型算例 2

3.1 结构尺寸与计算网格

算例 2 选用了文献[9]中所选用的算例, 采用非结构四面体网格, 如图 4 所示, 图 5 给出局部图。

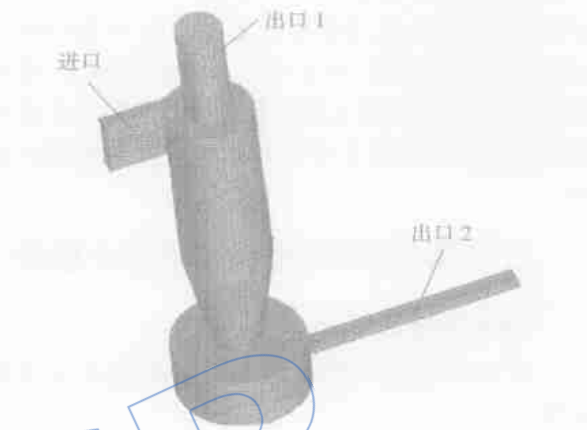


图 4 总体计算网格
Fig 4 Total grid

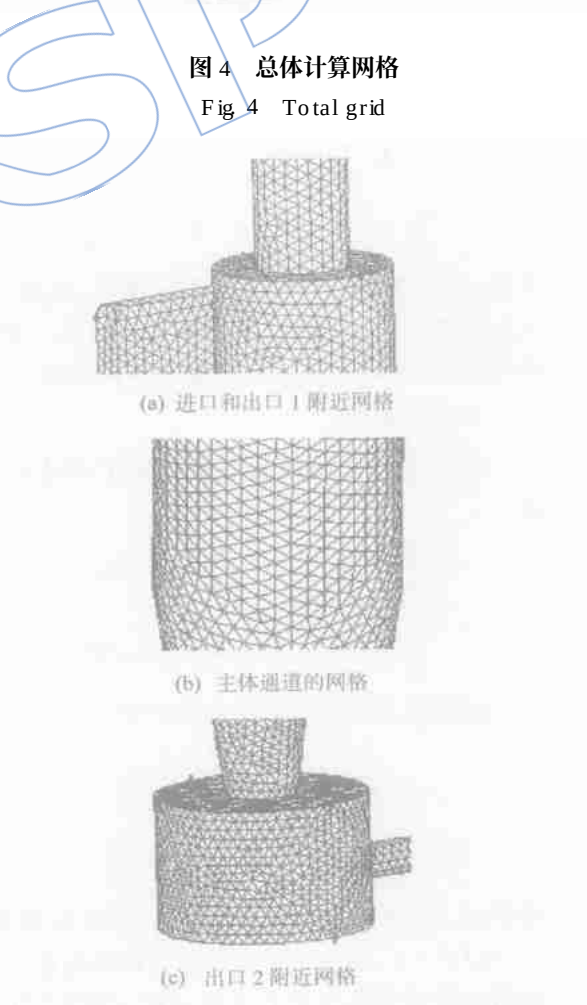


图 5 算例 2 的局部网格图
Fig 5 Part grid of example 2

3 2 计算结果与分析

计算中湍流模式选用 RSM , 空间离散采用有

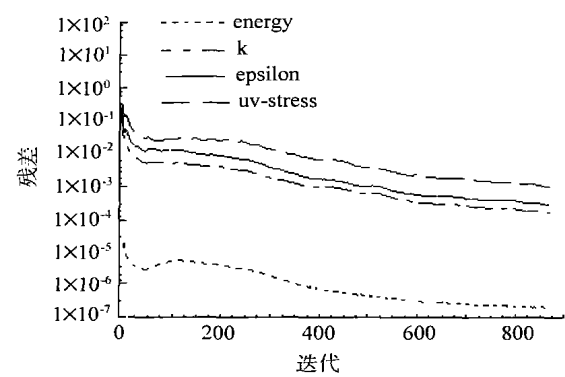


图 6 采用 RSM 模型计算流场时的收敛史
Fig 6 Residual history using RSM

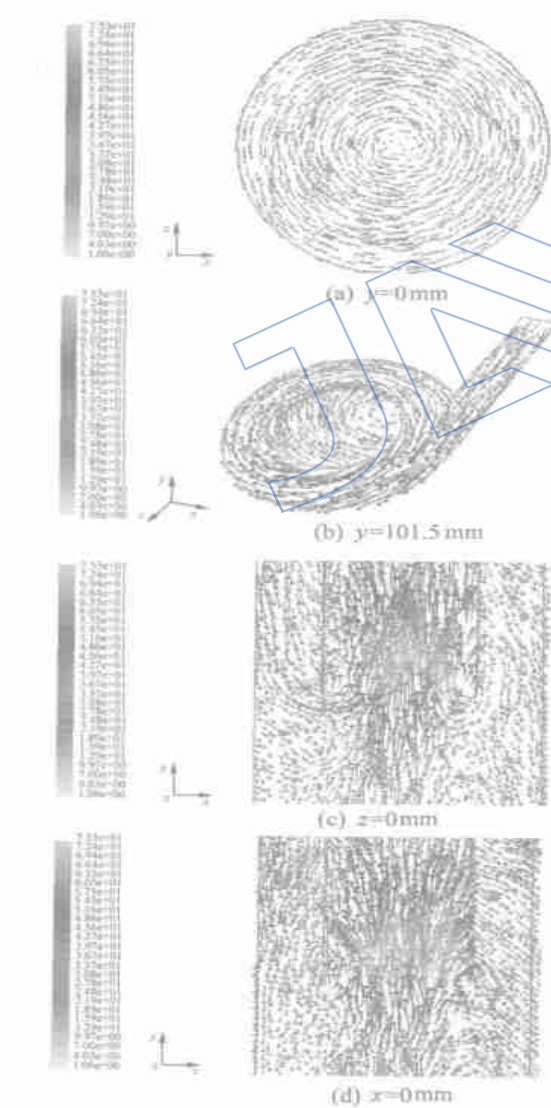


图 7 速度矢量图
Fig 7 Velocity vectors

限体积法, 用 S M P L E C 算法进行压力速度耦合与计算。

图 6 给出了采用 RSM 模型计算流场时连续方程、动量方程和能量方程以及雷诺应力方程的收敛史, 图中 energy, k, epsilon 及 uv-stress 分别代表广义内能, 湍动能, 湍流耗散率及粘性应力张量沿 uv 的分量; 另外, 在计算中还分别得到了连续性方程的收敛过程、沿 x, y, z 三个方向上速度分量的收敛史、应力沿其它方向上分量的收敛史, 这里因篇幅所限, 图 6 中没有一一给出)。

3 2 1 速度矢量图

图 7(a) 为 $y = 0$ 处速度矢量分布图, 这里 $y = 0$ 处为圆柱与圆锥部分的分界面, 从图中可看出核心部分速度较小, 当 r 逐渐增大时速度随之增大, 到了一定程度之后又呈下降趋势, 而且从图 7(a) 和图 7(b) 中可以明显地看出, 在横截面内气流是强烈旋转的。由图(c) 和(d) 可看到气流进入之后先是旋转向下流动, 下降到一定程度之后, 气流方向变成旋转向上。很明显, 上述流动呈现出这类组合涡的典型特性。

3 2 2 流场流线图

从图 8 可以清楚地看到气流的整个流动过程: 气体从切向进入主流道后, 由于极强的旋转而形成外层向下的涡旋流动, 到达底部后, 部分气流由于压力作用从出口 2 流出; 部分气流旋转而上, 形成内层向上的涡旋流动, 并且螺旋角明显变大,



图 8 流线图
Fig 8 Path line

然后从上出口流出; 还有部分气流未到达底部

即旋转上升从上出气口流出。显然, 通常的工程处理方法无法给出图 8 的结果。

3.2.3 雷诺应力场计算的初步分析

通过 RSM 模型的计算, 直接获得了雷诺应力张量 6 个分量的全场数据, 这里因篇幅所限, 有关应力张量场的分布图不再给出, 我们将另文发表。从大量的计算结果可以看出: 对于叶轮机械这类复杂内流场, 由于它的湍流特性具有很强的各向异性特点, 因此采用雷诺应力模型是很必要的。

4 边界条件的给法

为了便于讨论, 在这里我们仅以算例 2 为例说明边界条件的给法。

4.1 入口边界条件

入口处采用速度入口边界条件, 在整个入口截面上认为速度为均匀分布, 其入口流速 $v_{inlet} = Q_{in}/(\rho_{in}/S_{in})$, 这里 Q_{in} 为进口流量, ρ_{in} 为进口空气密度并取为常温下空气的值, S_{in} 为进口截面积。计算中入口处湍流动能采用 $k_{inlet} = (3/2)(v_{inlet} I_{inlet})^2$, 其中 I_{inlet} 是入口的湍流强度。入口处湍流耗散率取为 $\epsilon_{inlet} = C_{\mu}^{3/4}(k_{inlet}^{3/2}/l)$ 。其中 l 为湍流尺度, 作为一种近似处理可取 $l = 0.07L$, 为管道的相关尺寸, 这里 L 近似取为水力直径; 另外, C_{μ} 是湍流模型中指定的经验常数 (这里可近似为 0.09)。在本文计算中, 进口雷诺应力分量的边界条件值可取为:

$$\overline{u_i u_j} = 0 \quad (i \neq j) \quad (10a)$$

$$\overline{u_i u_i} = \frac{2}{3} k \quad (10b)$$

4.2 出口边界条件

出口处采用压力出口边界条件, 由实验值给出出口截面上压力和温度的分布, k , ϵ 和雷诺应力的取值办法类似于入口处的处理过程。

4.3 壁面边界条件

壁面采用无滑移边界条件。在具体计算中, 近壁面处网格单元体心的雷诺应力可取为:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{u_{\tau}^2}}{k} &= 1.098, \quad \frac{\overline{u_{\eta}^2}}{k} = 0.247, \\ \frac{\overline{u_{\lambda}^2}}{k} &= 0.655, \quad -\frac{\overline{u_{\tau\eta}}}{k} = 0.255 \end{aligned} \quad (11)$$

式中: (τ, η, λ) 构成局部正交曲线坐标系, 其中 τ, η 与 λ 分别为切向坐标, 主法向坐标与次法向坐标线; 为了保证近壁区流场的计算精度, 通常可选取

离壁面最近的第一条网格线上的 y^+ 值在 2~30 的范围内。

5 结 论

本文采用雷诺应力模型对两个典型内流算例, 进行了三维湍流 N-S 方程组的数值求解, 可得到如下几点结论:

(1) 在算例 1 中, 将标准 $k-\epsilon$ 模型与雷诺应力模型分别用于该流场的湍流计算, 并与实验值进行了比较, 可以发现后者湍流模型比前者更贴近实验值。

(2) 采用雷诺应力模型可以用来计算各向异性的复杂三维湍流流场。

(3) 发展非结构网格可以更有效的模拟壁面附近的流动, 并且能够节省计算机的内存。

(4) 本文基于雷诺应力模型所进行的三维湍流流场的数值求解方法可用于复杂内流场的分析与优化设计。

参考文献

- [1] HSIEHKT, RAJAMANIR K. Mathematical Model of the Hydrocyclone Based on Physics of Fluid Flow [J]. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 1991, 37(5): 735~746
- [2] Cebeci T, Spalding D B. Analysis of Turbulent Boundary Layer[M]. *New York: Academic Press*, 1974
- [3] Hoggs, Leschziner M A. Computation of highly Swirling confined flow with a Reynolds Stress turbulence model[J]. *AIAA J*, 1989, 27(1): 57~63
- [4] Choi Y D, Launder B E. Numerical Computation of Turbulence Flow in a Square-Section 180 Degbend[J]. *J of Fluids Engineering, Trans ASME*, 1989, 111: 55~68
- [5] 忻孝康, 刘儒诚, 蒋伯诚. 计算流体力学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1989
- [6] 马铁犹. 计算流体力学[M]. 北京: 北京航空学院出版社, 1986
- [7] 费祥麟. 高等流体力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989
- [8] Fraser SM, Abdel Razek A M, Abdullah M Z. Computation and Experimental Investigations in a Cyclone Dust Separator[J]. *Proc Instn Mech Engrs*, 1997, 22: 247~257
- [9] 刘淑艳, 张雅, 王保国. 用 RSM 模拟旋风分离器内的三维湍流流场[J]. *北京理工大学学报*, 2005, 25: 377~379
- [10] Liu Shu-yan, ZHANG Ya, WANG Bao-guo. Cyclone Separator Three-Dimensional Turbulent Flow-Field Simulation Using the Reynolds Stress Model[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2005, 25: 377~379