

文章编号: 1000-8055(2006) 01-0094-06

阵风与叶栅干涉噪声的数值模拟

李晓东, 林大楷

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘要: 采用计算气动声学方法求解二维线性化欧拉方程对阵风与叶栅的干涉噪声进行了数值模拟。为减少频散和耗散误差, 采用七点四阶频散相关保持有限差分格式进行空间离散; 时间推进采用优化的4/6低频散低耗散龙格库塔法; 在各边界处均选择或建立了适当的边界条件。首先通过模拟阵风在自由空间中的传播验证了无反射边界条件的可靠性; 然后对阵风与平板叶栅的干涉问题进行了模拟, 数值结果与精确解符合得很好; 最后给出了阵风与NACA-0012翼型叶栅干涉的数值模拟结果, 显示了数值求解方法的可行性。

关键词: 航空、航天推进系统; 阵风与叶栅干涉; 计算气动声学; 数值模拟; 无反射边界条件
中图分类号: V 231 **文献标识码:** A

Numerical Simulation of Gust-Cascade Interaction Noise

LI Xiao-dong, LIN Da-kai

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The gust-cascade interaction noise was numerically simulated using computational aeroacoustics by solving the two-dimensional linearized Euler equations. In order to minimize the dispersion and dissipation errors, the dispersion-relation-preserving scheme was applied to perform the spatial discretion and the optimized 4/6 low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta scheme was used for the time integration. Appropriate boundary conditions were prescribed or established for various boundaries. The non-reflecting boundary conditions were firstly validated by simulating gust convection in the free space. Then the interaction noise due to the gust/flat-plate cascade was simulated. The numerical results agree well with exact solutions. Finally the numerical results of the noise from the gust/cascade (with NACA-0012 airfoil) interaction are presented which demonstrates the feasibility of the numerical procedure.

Key words: aerospace propulsion system; gust-cascade interaction;
computational aeroacoustics; numerical simulation;
non-reflecting boundary conditions

在现代高涵道比涡轮风扇发动机的总噪声中
贡献最大的是风扇/压气机噪声, 因此对其噪声的

产生机理和预测的研究非常重要。阵风与叶栅干涉
可以用来模拟紊流与进口导向器或转子尾迹与

收稿日期: 2005-03-25; 修订日期: 2005-06-13

基金项目: 国家自然科学基金资助(10472010); 航空科学基金资助(03A51004)

作者简介: 李晓东(1967-), 男, 江苏海安人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院教授, 主要从事气动声学与非定常气动力学的研究。

静子之间的干涉,对其发声机制和传声特性的研究将有助于风扇的降噪设计。

阵风与叶栅干涉经典的研究工作主要基于半解析解和经验公式,如 Kaji & Okazaki^[1], Smith^[2], Whitehead^[3] 二维平板叶栅的半解析方法, Hall & Verdon^[4] 基于势流理论的半解析方法。Ni & Sisto^[5] 和 Hall & Clark^[6] 对叶栅表面的非定常气动载荷进行了预测; Lorence & Hall^[7] 做了进一步的研究,考虑了翼型弯曲、厚度和叶栅安装角的影响。近十几年来,随着计算气动声学 (Computational Aeroacoustics, CAA) 的迅速发展,已有不少工作者^[8~10] 将CAA 方法用于对阵风与二维叶栅干涉问题的研究。

对阵风/叶栅干涉问题进行数值模拟,阵风通常选用随主流向下游迁移的周期性涡波,与叶栅相互作用,从而产生声波,并向外辐射。由于声波扰动量与流场的平均量相比,其幅值很小,在很多情况下可做线性假设;此外,对声场的模拟还需考虑其相位的准确性。因此为能准确模拟声的产生和传播问题,需要保证离散格式具有低的频散和耗散特性。

在李 & 高^[11] 二维平行剪切层声波产生和辐射数值模拟的工作基础上,本文采用CAA 方法对阵风与叶栅干涉噪声进行数值模拟。文中第2节给出了在数值模拟过程中所采用的数值方法,包括主控方程、离散格式及边界条件。第3节给出了数值结果。首先利用阵风在自由空间的传播问题测试了边界条件;然后给出了阵风与平板叶栅的干涉数值模拟与精确解的对比结果,最后给出了阵风与 NACA -0012 翼型叶栅干涉的数值模拟结果以显示数值方法的可行性。

1 数值方法

1.1 主控方程

假设气体为理想气体(绝热系数 $\gamma=1.4$),作小扰动假设,采用二维线性化欧拉方程为主控方程,其形式如下:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{A}_x \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} + \mathbf{A}_y \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial y} + (\mathbf{B}_x + \mathbf{B}_y) \mathbf{U} = \mathbf{S} \quad (1)$$

其中:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ v \\ p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} \bar{u} & \bar{p} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{u} & 0 & \frac{1}{\bar{\rho}} \\ 0 & 0 & \bar{u} & 0 \\ 0 & \gamma \bar{p} & 0 & \bar{u} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} \bar{v} & 0 & \bar{p} & 0 \\ 0 & \bar{v} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{v} & \frac{1}{\bar{\rho}} \\ 0 & 0 & \gamma \bar{p} & \bar{v} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_x = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\rho}{\bar{p}} \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) \\ -\frac{\rho}{\bar{p}} \left(\bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_x = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \bar{u} & \bar{p} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{u} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{v} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{p} & 0 & \gamma \bar{u} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_y = \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \bar{v} & 0 & \bar{p} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{v} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{v} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{p} & \gamma \bar{v} \end{bmatrix}$$

其中: $\bar{p}, \bar{\rho}, \bar{u}$ 和 $\bar{v}$ 分别为密度、压力、 x 方向和 y 方向上的速度的平均量, ρ, p, u 和 v 分别为密度、压力、 x 方向和 y 方向上速度的扰动量。

1.2 主控方程的离散

本文对主控方程空间导数的离散采用空间七点四阶频散相关保持格式^[12] (Dispersion-Relation-Preserving scheme, DRP), 其中有效波数带宽为 $[-1.1, 1.1]$ ^[13]。从空间分辨率方面来看, DRP 格式每波长约只需 7 个点, 同时又能保证有低的频散和耗散特性。时间推进格式采用优化了的 4/6 低频散低耗散龙格库塔法^[14] (Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta scheme, LDDRK)。LDDRK 具有四阶精度, 与经典四阶龙格库塔法相比, 在保证稳定性前提下可取更大的时间步长, 从而提高了计算速度。

1.3 边界条件

在数值模拟过程中, 计算域的各边界需要给定适当的边界条件。在固体壁面选用 Tam &

Dong^[15]的固壁边界条件。在周期性边界处通过数据的交换即可实现,不需要额外的控制方程。在出流边界处采用Tam & Webb^[12]的出流边界条件。在进口边界处,一方面需要模拟来流阵风扰动,另一方面要允许声波无反射地传出去。Lockard等^[8]为避免阵风在入流边界处引入而产生的困难,采用Giles入流边界条件与在计算域内场加源项相结合的方法,这就需要相对较大的计算域;Hu等^[9]采用了极佳匹配层边界条件;Hixon等^[10]采用了牛顿阻尼边界条件。与上述工作不同,这里以Tam & Webb^[12]的辐射边界条件为基础,推导了能模拟来流阵风扰动的带源项辐射边界条件。

对于均匀背景流,据Tam & Webb^[12]在只有声波传出的进口边界处满足如下关系式:

$$\left[\frac{1}{V(\theta)} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2r} \right] \begin{bmatrix} \rho_a \\ u_a \\ v_a \\ p_a \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

其中:

$$V(\theta) = a^\infty [M \cos \theta + (1 - Ma^2 \sin^2 \theta)^{1/2}]$$

式中:下标'a'代表声波量,为到声源中心的距离, θ 为边界点的角坐标, a^∞ 为声速, Ma 是边界处的马赫数。

在入流边界处引入阵风,可将扰动量分解为辐射波(下标'out'表示)和入射波(下标'in'表示),即:

$$\begin{bmatrix} \rho \\ u \\ v \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{out} \\ u_{out} \\ v_{out} \\ p_{out} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_{in} \\ u_{in} \\ v_{in} \\ p_{in} \end{bmatrix} \quad (3)$$

故有:

$$\rho_{out} = \rho_a, \quad u_{out} = u_a$$

$$v_{out} = v_a, \quad p_{out} = p_a$$

若入射波已知,结合方程(2)和(3)可得带源项的辐射边界条件:

$$\left[\frac{1}{V(\theta)} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{2r} \right] \begin{bmatrix} \rho - \rho_{in} \\ u - u_{in} \\ v - v_{in} \\ p - p_{in} \end{bmatrix} = 0 \quad (4)$$

2 数值模拟及结果

在下面所给算例中,计算域的远前方来流马赫数均为0.5,且沿 x 轴正向流动。引入一个周期性涡波(即阵风)随着主流向下游迁移。所采用的

无量纲尺度如下:

速度尺度= 远前方来流速度 U_∞ ,

密度尺度= 远前方来流密度 ρ_∞ ,

长度尺度= 叶片弦长 c ,

压力尺度= $\rho_\infty U_\infty^2$, 时间尺度= c/U_∞ 。

所加入的阵风形式如下:

$$\begin{bmatrix} \rho_{in} \\ u_{in} \\ v_{in} \\ p_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -A \cos(\alpha x + \beta y - \omega t) \\ A \cos(\alpha x + \beta y - \omega t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中:幅值 $A = 0.01$, x 方向和 y 方向的空间波数 $\alpha = \beta = 5\pi/2$,角频率 $\omega = 5\pi/2$ 。

2.1 边界条件的验证

在对阵风与叶栅干涉问题进行数值模拟之前,首先对边界条件的可靠性进行了验证。假设在开放区域的自由流场中,阵风随着主流向下游传播。数值模拟的计算域为, $-3 \leq x \leq 3$, $-0.5 \leq y \leq 3.5$,网格大小为 $\Delta x = \Delta y = 0.05$,时间步长 $\Delta t = 0.012499934$ 。计算域与边界条件分布如图1所示。

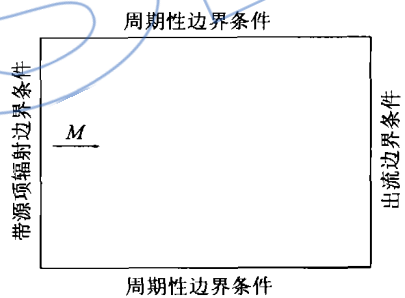


图1 自由空间的计算域与边界条件示意图

Fig.1 Sketch of computational domain and boundary conditions in free space

图2给出了 $t = 50$ 时的速度扰动量等值线图,可以看出波在边界上的反射基本为零。图3进一步给出了 $t = 50$ 时 $y = 0$ 线上的与解析解的对比结果,二者完全吻合。从而验证了在引入阵风情况下无反射边界条件的可靠性。

2.2 阵风与叶栅干涉的数值模拟

关于阵风与叶栅干涉问题,首先给出了阵风与平板叶栅干涉数值解与精确解的对比;最后给出阵风与有翼型叶栅干涉的计算结果。

阵风与平板叶栅干涉的算例选自第二届计算气动声学专题会议标准问题的第三类问题- 叶轮机械噪声^[16]。选用的是零厚度、零攻角平板叶栅,

且叶片间距与弦长之比为1. 0。阵风随着主流向下游传播,与叶栅相撞,向上游和下游辐射声波。采用均匀网格 $\Delta x = \Delta y = 0.05$,时间步长 $\Delta t = 0.0124998$ 。计算域及边界条件分布如图4所示。

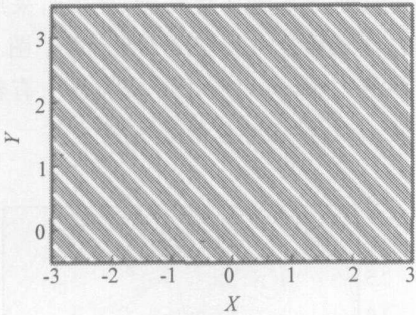


图2 瞬态速度扰动量 u 等值线图

Fig.2 Instantaneous perturbation velocity contours of u

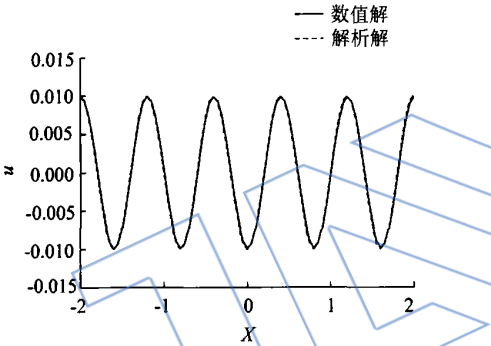


图3 $y = 0$ 线上 u 数值解与解析解的对比

Fig.3 Comparison of numerical results of u against analytical solutions along $y = 0$

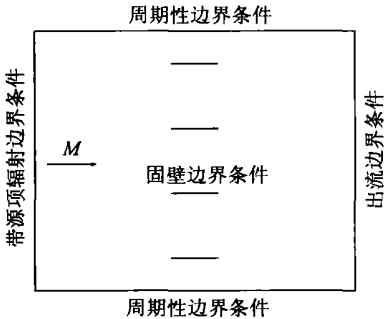


图4 阵风与叶栅干涉的计算域和边界条件示意图
Fig.4 Sketch of computational domain and boundary conditions of gust/flat-plate cascade interaction

的等值线分布图。可以看出阵风随着主流向下游传播,与平板叶栅相撞,产生的声波同时向上游和下游辐射。图5中实线和虚线是分别采用大计算域($-5.0 \leq x \leq 6.0, -0.5 \leq y \leq 3.5$)和小计算域($-3.0 \leq x \leq 4.0, -0.5 \leq y \leq 3.5$)计算得到的结果,可见二者符合得很好,从而进一步对无反射边界条件进行了验证。图6给出了 $y = 0$ 处叶片表面压力差 $\Delta p = p_{\text{lower}} - p_{\text{up}}$ 与精确解^[16]的对比结果。在叶栅上游 $x = -2$ 和下游 $x = 3$ 线上辐射声波有效声压平方 $\overline{p'^2}$ 的分布与精确解^[16]的比较在图8中给出。可见数值解与精确解符合得很好。

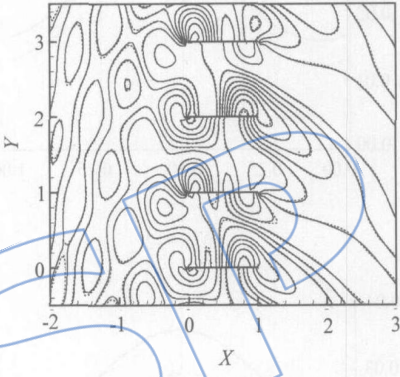


图5 阵风与平板叶栅干涉瞬态声压 p 等值线分布图
(— 大计算域计算; --- 小计算域计算)

Fig.5 Instantaneous unsteady pressure distribution of gust/flat-plate cascade interaction
(— Long domain calculation; --- Short domain calculation)

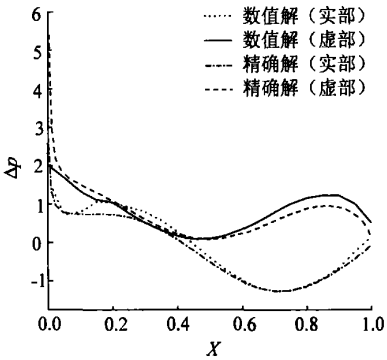


图6 叶片表面压力载荷 Δp

Fig.6 Pressure loading across the airfoil

由于叶片采用的是零厚度假设,故在叶片前缘点有数值奇异性的问题。图5中叶片前缘存在一定的数值震荡这是由于用有限的离散点来描述奇异性问题所引起的。从图7可以看出,数值解与

图5 给出了阵风与平板叶栅干涉时瞬态声压

精确解^[16]相比在相位上符合得很好,但幅值稍大,这可能有两个方面的原因:精确解的计算是采用有限项求和来代替无穷项求和,以及所采用的数值积分存在数值截断误差;而数值模拟也不可能采用理想的无反射边界条件和没有任何耗散与频散的计算格式,事实上从图5中大小两个计算域的对比结果仍然可以看出边界处仍然存在着微小的反射。



图7 有效声压平方 $\bar{p}^2$

Fig. 7 Mean square pressures



图8 背景流的压力 $\bar{p}$ 等值线图

Fig. 8 Mean pressure contours

下面给出阵风与NACA-0012翼形叶栅干涉

的数值模拟结果。将上个算例中叶栅的平板叶片改为NACA-0012翼型,其他条件不变。所选计算域为 $-2.0 \leq x \leq 3.0$, $-0.5 \leq y \leq 3.5$,采用H型非均匀网格,其点数为 271×241 ,时间步长。边界条件与图5相似。

假设远前方来流马赫数 $Ma=0.5$,采用传统CFD方法求解欧拉方程获得背景流场。图9为背景流场的压力图,可以看出平均流场中有较大的压力梯度,尤其是在叶片前缘区域。



图9 阵风与翼形叶栅干涉瞬态声压 p 等值线分布图

Fig. 9 Instantaneous unsteady pressure distribution of gust/NACA-0012 cascade interaction

图9给出了CAA数值模拟阵风与NACA-0012翼形叶栅干涉的瞬态声压 p 等值线分布图。涡波随主流从上游向下游传播,与叶栅相撞,产生的声波向上游和下游辐射。结合图4和图5,可以看出NACA-0012翼型叶栅与平板叶栅的声场特性基本相似,但由于受非均匀背景流的影响,声场也有所不同,尤其是前传声特性变化较大。

3 结 论

首先通过阵风在无叶栅自由流场中的传播的数值模拟验证了边界条件的可靠性;随后对阵风与平板叶栅干涉现象进行了数值模拟,其数值解与精确解符合得很好,验证了所采用数值方法的可靠性;最后给出了阵风与NACA-0012翼型叶栅的数值结果。可以根据需要对阵风与叶栅干涉的声辐射特性以及叶片表面的非定常载荷做进一步的评估分析。

参考文献:

[1] Kaji S, Okazaki T. Generation of Sound by Rotor-Stator Interaction[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1970, 3(3): 281~307.

[2] Smith S N. Discrete Frequency Sound Generation in Axial Flow Turbomachines[R]. *Aeronautical Research Council R & M* 3709, 1972.

[3] Whitehead D S. Vibration and Sound Generation in a Cascade of Flat Plates in Subsonic Flows[R]. *Aeronautical Research Council R & M* 3685, 1972.

[4] Hall K C, Verdon J M. Gust Response Analysis for Cascades Operating in Nonuniform Mean Flows[J]. *AIAA Journal*, 1991, 29: 1463~1471.

[5] Ni R H, Sisto F. Numerical Computation of Nonstationary Aerodynamics of Flat Plate Cascades in Compressible Flow [J]. *Journal of Engineering for Power*, 1976, 98: 165~170.

[6] Hall K C, Clark W. Linearized Euler Predictions of Unsteady Aerodynamic Loads in Cascades [J]. *AIAA Journal*, 1993, 31: 540~550.

[7] Lorence C B, Hall K C. Sensitivity Analysis of the Aeroacoustic Response of Turbomachinery Blade Rows [R]. *AIAA Paper* 95- 0166.

[8] Lockard D P, Morris P J. A Parallel Simulation of Gust/ Cascade Interaction Noise [R]. *2nd CAA workshop on Benchmark Problems, edited by Tam C K W and Hardin J C.*, *NASA CP- 1997- 3352*: 279~287.

[9] Hu F Q, Manthey J L. Application of PML Absorbing Boundary Conditions to the Benchmark Problems of Computational Aeroacoustics[R]. *2nd CAA workshop on Benchmark Problems, Edited by Tam C K W and Hardin J C.*, *NASA CP- 1997- 3352*: 119~151.

[10] Hixon R, Shih S H, Mankbadi R R. Evaluation of Boundary Conditions for the Gust-Cascade Problem[J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2000, 16(1): 72~78.

[11] 李晓东, 高军辉. 二维平行剪切层声波产生和辐射的数值模拟[J]. *航空学报*, 2003, 24(1): 6~9.

[12] LI Xiao-dong, GAO Jun-hui. Numerical Simulation of Sound Generation and Radiation from a 2D Parallel Shear Layer [J]. *ACTA Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2003, 24(1): 6~9.

[12] Tam C K W, Webb J C. Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics [J]. *Journal of Computational Physics*, 1993, 107: 262~281.

[13] Tam C K W. Computational Aeroacoustics: Issues and Methods[J]. *AIAA Journal*, 1995, 33: 1788~1796.

[14] Hu F Q, Hussaini M Y, Manthey J L. Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta Schemes for Computational Acoustics [J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 124: 177~191.

[15] Tam C K W, Dong Z. Wall Boundary Conditions for High-Order Finite-Difference Schemes in Computational Aeroacoustics[J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 1994, (6): 303~322.

[16] Tam C K W, Hardin J C, Eds. Second Computational Aeroacoustics (CAA) Workshop on Benchmark Problems [R]. *NASA CP- 1997- 3352*.