

文章编号: 1000-8055(2006) 01-0106-06

二维叶栅气固耦合颤振分析

肖 军¹, 周新海², 谷传纲¹, 戴正元¹, 王 彤¹,
(1. 上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200030;
2. 西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 引入叶片结构动力学方程, 通过数值求解气动/结构耦合方程体系, 研究了气固耦合条件下叶栅内的二维非定常粘性流动, 并初步进行了叶栅的颤振分析。针对两种叶型分别计算了不同折合频率下的流场, 通过比较振动叶栅相关参数随时间变化的曲线, 表明折合频率是决定叶片颤振与否的重要因素。

关键词: 航空、航天推进系统; 气固耦合; 振动叶栅; 颤振; 折合频率

中图分类号: V 231. 3

文献标识码: A

Flutter Analysis of 2-D Cascades under Gas-Solid Coupled Conditions

XIAO Jun¹, ZHOU Xin-hai², GU Chuan-gang¹,
DAI Zheng-yuan¹, WANG Tong¹
(1. School of Mechanical Engineering,
Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China;
2. School of Power and Energy,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The structural dynamic equations for blades were introduced in this paper. Through numerical solving the aerodynamics-structure coupled equations, a 2-D unsteady viscous flow in cascade was investigated under gas-solid coupled conditions, and a preliminary analysis of the cascade flutter was prosecuted. The flows of different reduced frequencies were computed for two blade profiles respectively. By comparing the relative parameters changing with time in the oscillating cascades under different conditions, it indicates that the reduced frequency is an important factor in determining whether the blade flutter onsets or not.

Key words: aerospace propulsion system; gas-solid coupled; oscillating cascade; flutter; reduced frequency

通常在计算叶栅通道流场时, 叶片被当作理想的刚性体, 不因气动载荷的作用而作振动。然而实际叶片是弹性体, 在气动力作用下会形成气固耦合的自激振动—颤振。叶片一旦颤振发作, 就会产生大幅的剧烈振动, 使叶片在短时间内断裂, 造成严重的后果。叶片振动位移及其速度变化规律

由表面气动力分布决定, 事先无法预知, 而振动的叶片又将改变气动力分布, 使整个流场结构发生变化。因此在求解叶栅内流场时, 必须把气动、结构两方面因素结合起来, 才能真实地捕捉叶栅非定常流动的细节。本文研究了气动/结构耦合方程组的数值处理方法, 并运用这一理论求解了

Naca0012 和Prof 两种振动叶栅流场,对计算结果用能量法进行颤振发作与否的判断,并比较了气固耦合与非耦合时不同折合频率下的叶表气动力做功性质。

1 气动控制方程

轴流叶轮机械叶栅通道内的流动,界定在具有运动壁面边界的几何区域内,是带有强烈非定常属性的紊流运动。在直角坐标系下考察叶栅某一特征截面上的流场,对于运动有限面积 A 的二维 Navier-Stokes 方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A Q dA + \oint_S (E - E_v - Q u_{mg}) \mathbf{i} + (F - F_v - Q v_{mg}) \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = K \tag{1}$$

式中: $\mathbf{i}$ 和 $\mathbf{j}$ 是 x 和 y 方向的单位矢量, u_{mg} 和 v_{mg} 为两个方向的有限面积运动速度分量, $\mathbf{S}$ 是有限面积周边外法向矢量。 Q 是气动参数, E 和 F 是无粘通量, E_v 和 F_v 是粘性通量, K 是源项,具体表达式见参考文献[1]。

紊流模型采用在叶轮机械流场计算中广泛应用的Badwin-Lomax 模型。

2 叶片结构动力学方程

将叶片振动简化为特征截面上2个自由度的振动,即弯曲振动和扭转运动。为抓住影响叶片振动的主要因素,简化求解,可以把阻尼项去掉。此时将结构动力方程写成无量纲形式^[2]:

$$[M][\ddot{q}] + [K][q] = [F] \tag{2}$$

式中:

$$[K] = \begin{bmatrix} \left(\frac{2Ma_\infty\omega}{V^*\omega_s}\right)^2 & 0 \\ 0 & \left(\frac{Ma_\infty r\alpha}{V^*}\right)^2 \end{bmatrix}$$
$$[q] = \begin{bmatrix} h \\ c \\ \alpha \end{bmatrix} \quad [M] = \begin{bmatrix} 1 & \frac{x\alpha}{2} \\ \frac{x\alpha}{2} & \frac{r\alpha}{4} \end{bmatrix}$$
$$[F] = \begin{bmatrix} -\frac{2Ma_\infty^2 C_l}{\pi\mu} \\ \frac{2Ma_\infty^2 C_m}{\pi\mu} \end{bmatrix}$$

式中: Ma_∞ 为来流马赫数, ω/ω_s 为弯扭自振频率比, $V^* = 2v_\infty/\omega_s c$ 是无量纲速度(折合频率倒数), v_∞ 是来流速度, c 为弦长, h 为弯曲位移, α 为扭转

位移, $x\alpha = 2S\alpha/mc$, $S\alpha$ 为相对于扭心的质量矩, m 为单位叶高质量, $r\alpha = \frac{3I\alpha}{mc^2}$, $I\alpha$ 为相对于扭心的转动惯量, C_l 为升力系数, C_m 为扭矩系数, $\mu = 4m/\pi\rho_\infty c^2$, ρ_∞ 为来流密度。

将上述方程改写为求解形式:

$$\frac{dX}{d\tau} = \begin{bmatrix} O & -[M]^{-1}[K] \\ E & O \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} [M]^{-1}[F] \\ \tilde{O} \end{bmatrix} \tag{3}$$

式中: $\tau = t v_\infty/Ma_\infty c$ 为无量纲时间。

$X = [d/d\tau(h/c), d\alpha/d\tau, h/c, \alpha]^T$
 E 为单位方阵, O 为零方阵, $\tilde{O}$ 为零列向量。

另算例中须求叶片振动能量,其计算式为:

$$e = e_k + e_p$$

式中: $e_k = 1/2[\dot{q}]^T [M][\dot{q}]$ 为振动动能, $e_p = 1/2[\dot{q}]^T [K][q]$ 为振动势能。

3 方程体系和运动网格

叶栅流场计算须联立求解方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_A Q dA + \oint_S (E - E_v - Q u_{mg}) \mathbf{i} + (F - F_v - Q v_{mg}) \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} = K \tag{4}$$

$$\frac{dX}{d\tau} = \begin{bmatrix} O & -[M]^{-1}[K] \\ E & O \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} [M]^{-1}[F] \\ \tilde{O} \end{bmatrix} \tag{5}$$

对于具有运动物理边界的叶栅绕流,随着时间的推进,应实时重新构筑网格。图1 是用于生成二维单叶栅通道运动网格的示意图。假设叶栅作弯曲—扭转复合振动,扭转中心位于 C_0, C_1 。叶片

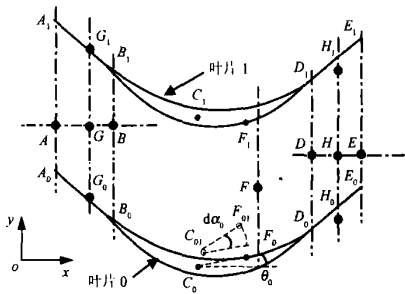


图1 叶栅通道示意图

Fig.1 Sketch of cascade channel

扭心位置取决于具体叶型、叶片材料及安装方式。

叶片振动位移和速度由结构动力方程求出。

叶片表面上 F_0 点在 t 时刻 x, y 方向上的位移量和运动速度:

$$\begin{aligned}\Delta x_{F_0} &= |F_0 C_0| [\cos(\theta_0 + \alpha_0) - \cos \theta_0] \\ \Delta y_{F_0} &= h_0 + |F_0 C_0| [\sin(\theta_0 + \alpha_0) - \sin \theta_0] \\ u_{mg, F_0} &= -d\alpha_0/dt |F_0 C_0| \sin(\theta_0 + \alpha_0) \\ v_{mg, F_0} &= dh_0/dt + d\alpha_0/dt |F_0 C_0| \cos(\theta_0 + \alpha_0)\end{aligned}\quad (6)$$

t 时刻相邻叶片上 F_1 点在 x, y 方向的位移量和运动速度的表达式同上, 只需将下标改为1。上式中 $|F_0 C_0|$ 为 F_0 到 C_0 的距离, θ_0 为平衡位置时 $F_0 C_0$ 与 x 方向的夹角。 h_0, α_0 为叶片0的弯曲、扭转位移, $dh_0/dt, d\alpha_0/dt$ 为叶片0的弯曲、扭转振动速度。对于叶栅槽道区内点 F 的位移量和速度采用沿 y 向线性插值确定。在叶栅上、下游区, 保持上、下游边界的 x 向位置不变, 区内各网点按原来固定的比例关系来重新定位。

4 气动方程的求解格式

计算采用双时间方法(Dual Time Stepping Method)^[3, 4], 在虚拟时间域上应用Jameson有限体积格式^[5, 6], 通过求解虚拟时间域上的定常解来获得物理时间域上的非定常解, 使得用于定常流动计算中的各种成熟的加速措施都可以直接使用。虚拟时间域上的半离散方程为:

$$\frac{\partial(QA)}{\partial t^*} + R^* = 0 \quad (7)$$

$$X^{n+1/4} = X^n + \frac{\Delta t v_\infty}{4Ma_\infty c} \left[\begin{bmatrix} O & -[M]^{-1}[K] \\ E & O \end{bmatrix} X^n + \begin{bmatrix} [M]^{-1}[F]^n \\ \bar{O} \end{bmatrix} \right] \quad (8a)$$

$$X^{n+1/3} = X^n + \frac{\Delta t v_\infty}{3Ma_\infty c} \left[\begin{bmatrix} O & -[M]^{-1}[K] \\ E & O \end{bmatrix} X^{n+1/4} + \begin{bmatrix} [M]^{-1}[F]^{n+1/4} \\ \bar{O} \end{bmatrix} \right] \quad (8b)$$

$$X^{n+1/2} = X^n + \frac{\Delta t v_\infty}{2Ma_\infty c} \left[\begin{bmatrix} O & -[M]^{-1}[K] \\ E & O \end{bmatrix} X^{n+1/3} + \begin{bmatrix} [M]^{-1}[F]^{n+1/3} \\ \bar{O} \end{bmatrix} \right] \quad (8c)$$

$$X^{n+1} = X^n + \frac{\Delta t v_\infty}{Ma_\infty c} \left[\begin{bmatrix} O & -[M]^{-1}[K] \\ E & O \end{bmatrix} X^{n+1/2} + \begin{bmatrix} [M]^{-1}[F]^{n+1/2} \\ \bar{O} \end{bmatrix} \right] \quad (8d)$$

以上四步格式每一推进步后须由其时振动参数重置全场网格, $[F]$ 的计算用到 n 物理时间步的压力场和重置后的网格参数。当求解 $n+1$ 物理时间步的流场时全场网格已更新。式中物理时间步长 Δt 不能取太大, 否则会引入明显的时间相关误差。

式中:

$$R^* = R - R_v - D +$$

$$\frac{3(QA)^{n+1} - 4(QA)^n + (QA)^{n-1}}{2\Delta t}$$

其中: t^* 为虚拟时间, Δt 为物理时间步长, 上标 n 表示物理时间域上的第 n 步。 R 为无粘通量, R_v 为粘性通量, D 为附加二阶和四阶人工耗散项。

由式(7)知在虚拟时间域上达到定常状态时, $\frac{\partial(QA)}{\partial t^*} \rightarrow 0, R^* \rightarrow 0$, 从而得到 $n+1$ 时刻的非定常流场解。

双时间方法的加速效果取决于虚拟时间域上定常流加速收敛算法的有效性, 为此在虚拟时间域内引入多重网格法^[7]加速求解。本文另在每一层网格上使用残差光顺加速计算。

振动叶栅任意相邻叶片的相位差不尽相同, 要真实模拟流场情况, 必须计算整排叶片通道。然而求解整排叶片通道流场的计算量巨大, 非常耗费机时。为迅速捕捉振动叶栅流场的基本面貌, 本文假定相邻叶片无相位差, 这样只需计算单叶片通道, 可以直接应用无相差周期边界条件。

5 气动/结构耦合方程组的求解方法

气动方程求解及加速算法如上所述。先应用虚拟时间域上的半离散方程(7)及 n 物理时间步的网格参数算出 n 物理时间步的流场, 结构动力方程只在物理时间步上推进, 即:

6 算例分析

(1) Naca0012 叶栅气弹特性分析: 叶片弦长 $c = 0.20245$ m, 安装角 $\gamma = 0^\circ$, 最大相对厚度位置在距前缘12%弦长处。来流马赫 $Ma_\infty = 0.56$, 进气角 $\alpha = 22^\circ$, 进口总压 $P^* = 267075.2$ Pa, 总温 $T^* = 356.3$ K, 出口背压 $P_b = 200600.7$ Pa。稠度 $\tau =$

1。叶片做弯扭复合振动,扭心位于前缘起 38% 弦长处,取相邻叶片振动相位差 $\varphi=0$;其它结构动力参数分别如下:

情况1:

$$(h/c)_{\tau=0} = 0 \quad , \quad (\alpha)_{\tau=0} = 0$$
$$[d/d\tau(h/c)]_{\tau=0} = 0$$
$$(d\alpha/d\tau)_{\tau=0} = 0.0325,$$
$$x_{\alpha} = 0.0974 \quad , \quad r_{\alpha} = 0.47,$$
$$\frac{\omega}{\omega_{\alpha}} = 0.6 \quad , \quad V^* = 3.6 \quad , \quad \mu = 100$$

情况2:

$$(d\alpha/d\tau)_{\tau=0} = 0.0275$$
$$V^* = 4.5,$$

其它参数同上。

计算使用 H 型网格,每一叶片通道网格数取为 152×64 。

图2是叶片按情况1中的结构动力参数在气动载荷下振动的位移曲线。叶片的弯曲和扭转振动不断减弱,叶片最终稳定在某一位置。图3是叶片按情况2中的结构动力参数在气动载荷下振动的位移曲线。叶片的弯曲和扭转振动是不断加强的,其振动幅度的不断加剧意味着颤振的发生。图4是情况1下叶片振动能量的变化曲线,由图可知振动总能量不断减小,其变化趋势类似振动位移。叶片振动能量的衰减说明气体对叶片做负功。图5是情况2下叶片振动能量的变化曲线,由图可知叶片振动能量不断增加,这预示颤振的发生。从能量转化的角度讲,气体对叶片做正功,叶片从气体中不断吸取能量。

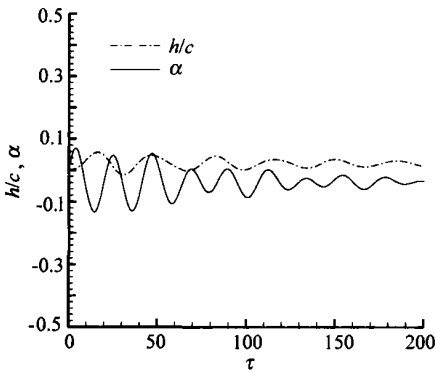


图2 情况1下叶片的振动位移曲线
Fig. 2 Oscillation displacement curves on condition 1

由情况1和情况2的计算结果可知:叶片振动位移、振动能量的变化是一致的。颤振发生时,曲

线振荡加剧;叶片振动稳定时,曲线振荡衰减。不同折合频率下叶片振型有明显差异,其值的选取可决定叶片颤振与否。叶片振动会不断地改变叶表气动力的分布,在气固耦合的复杂机制下,流场结构瞬息万变。

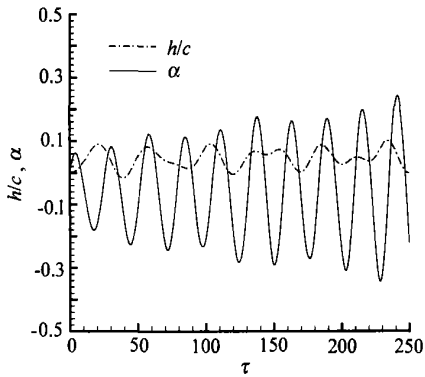


图3 情况2下叶片的振动位移曲线
Fig. 3 Oscillation displacement curves on condition 2

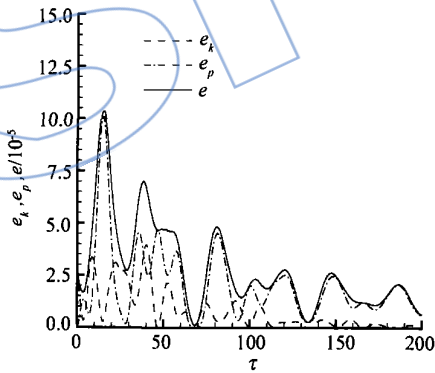


图4 情况1下叶片的振动能量曲线
Fig. 4 Oscillation energy curves on condition 1

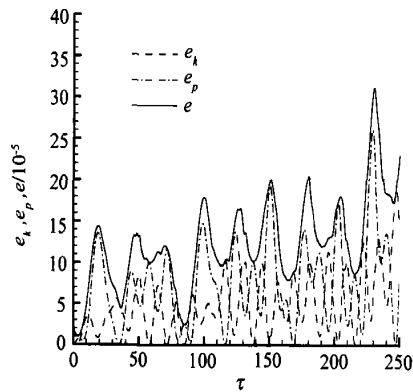


图5 情况2下叶片的振动能量曲线
Fig. 5 Oscillation energy curves on condition 2

(2) Prof 叶栅气弹特性分析: 叶片弦长 $c=$

0.0264 m, 安装角 $\gamma = 32.76^\circ$; 最大相对厚度位置在距前缘 32% 弦长处。来流马赫数 $Ma_\infty = 0.67$, 进气角 (与轴向夹角) $\beta = 51^\circ$; 进口总压 $P^* = 299.084.0$ Pa, 进口总温 $T^* = 414.9$ K, 出口背压 $P_b = 253.078.8$ Pa。稠度 $\tau = 1.15$ 。叶片做弯扭复合振动, 扭心位于前缘起 44% 弦长处, 相邻叶片振动相位差 $\varphi = 0^\circ$; 其它结构动力参数分别如下:

情况1:

$$(h/c)_{\tau=0} = 0, \quad (\alpha)_{\tau=0} = 0$$

$$[d/d\tau(h/c)]_{\tau=0} = 0$$

$$(d\alpha/d\tau)_{\tau=0} = 0.0375,$$

$$x_\alpha = -0.0253, \quad r_\alpha = 0.493,$$

$$\frac{\omega_h}{\omega_\alpha} = 1.25, \quad V^* = 4.5, \quad \mu = 200$$

情况2:

$$(d\alpha/d\tau)_{\tau=0} = 0.0225$$

$V^* = 6.5$, 其它参数同上。

计算使用 152×64 的 H 型网格。

图6是情况1下叶片的振动位移曲线, 叶片振动保持稳定。图7是情况2下叶片的振动位移曲线, 在气动载荷下叶片振动逐渐加剧, 颤振发生。图8显示情况1下叶片振动能量保持稳定的态势。图9显示情况2下叶片振动能量随时间的变化曲线呈爬升趋势, 这是颤振的表征。振动位移与振动能量的变化趋势相符。

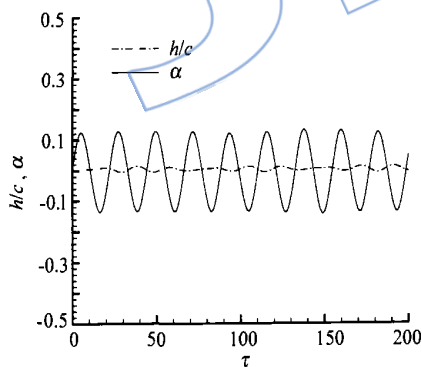


图6 情况1下叶片的振动位移曲线

Fig. 6 Oscillation displacement curves on condition 1

本例中 Prof 叶栅尾部流场的逆压梯度很大, 叶背部出现大片分离区, 而由前所述此时折合频率对叶片振型仍起主要作用。两个算例中情况 1、2 的 $(d\alpha/d\tau)_{\tau=0}$ 不同, 其值对叶片振型无显著影响, 限于篇幅, 不再详述。

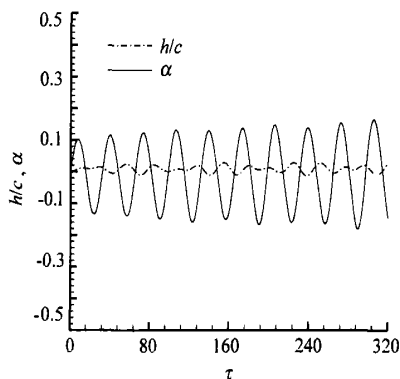


图7 情况2下叶片的振动位移曲线

Fig. 7 Oscillation displacement curves on condition 2

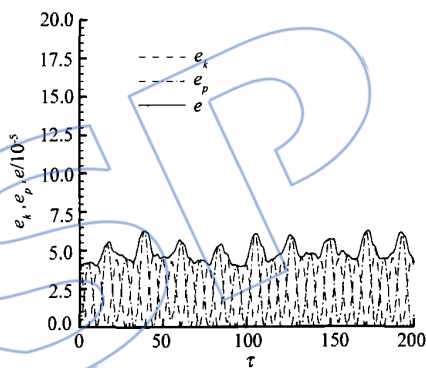


图8 情况1下叶片的振动能量曲线

Fig. 8 Oscillation energy curves on condition 1

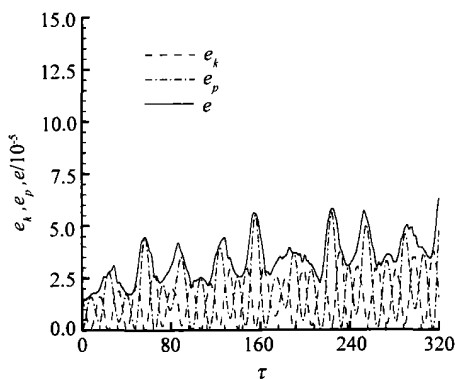


图9 情况2下叶片的振动能量曲线

Fig. 9 Oscillation energy curves on condition 2

(3) 气固耦合与非耦合时叶片表面力做功性质的比较: 在相同计算条件下, 解除气固耦合约束, 假定叶片起振后作简谐振动, 此时叶片周围气体力对其做功的情况与气固耦合时相比是有显著差异的。

表1 叶表气动力做功情况比较

Table 1 Comparison of work done by aerodynamic force

	折合频率 $k=1/V^*$	气固耦合	气固非耦合
Naca0012 叶栅	$k=0.2778$	负	负
	$k=0.2222$	正	负
Prof 叶栅	$k=0.2222$	≈ 0	正
	$k=0.154$	正	正

气固耦合条件下, Naca0012 叶栅在情况 1 和情况 2 下起振后, 振动分别呈持续衰减和持续加剧状态, 此时任一振动周期内叶片表面气动力做功值不同, 但功的性质是确定的, 即恒正或恒负。同样, Prof 叶栅在情况 1、2 下起振后, 振动呈稳定

颤振的条件, 而 Prof 叶栅总会颤振。本文另计算了几种叶栅在气固耦合及非耦合时不同折合频率下的气动力功, 得到了与表 1 相同的情况。所有结果表明气固非耦合时, 气动力做功恒正或恒负时对应的折合频率范围与气固耦合时不同。以 Naca0012 叶栅和 Prof 叶栅为例做示意图(图 10), 气固非耦合时零功值点均相对于气固耦合时沿横轴移动一段距离。

7 结 论

气动/结构耦合方程组的求解是进行气固耦合叶栅颤振分析的基础。颤振现象与叶片的气弹特性直接相关, 叶片结构动力参数不同时, 实际振型往往相差很大。叶片振动位移、振动能量的时间变化曲线和叶表气动力做功情况均可作为叶片是否发生颤振的判断依据。

本文主要研究了折合频率变化对叶片振型的影响, 折合频率较高时振动稳定, 折合频率较低时颤振易发生。另气固非耦合时叶片表面气动力做功情况与气固耦合时相比存在差异, 气动力做正功及做负功时所对应的折合频率范围不同。综合研究结果表明, 要真实模拟振动叶栅流场, 必须考虑叶片的结构动力因素。

参考文献:

[1] 胡运聪. 振动叶栅非定常流动数值模拟与叶片颤振分析 [D]. 西安: 西北工业大学, 2003.

[2] Hwang C J, Fang J M. Flutter Analysis of Cascades Using An Euler/ Navier-Stokes Solution Adaptive Approach [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 1999, 15(1): 54~63.

[3] Yang Y, Pahlke K. Implementation of a Dual- Time Stepping Method for the Numerical Solution of N- S Equations for Rigid Airfoils in Arbitrary Unsteady Motion [R]. *ASME Paper*, 97- GT- 312.

[4] 刘前智, 周新海, 胡运聪. 轴流叶轮机三维粘性非定常流动计算的双时间方法 [J]. *工程热物理学报*, 2001, 22(S1): 21~24.

Liu Qianzhi, Zhou Xinhai, Hu Yuncong. Dual-Time Stepping Method for Computation of 3D Unsteady Viscous Flow Through Axial Flow Turbomachinery [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2001, 22(S1): 21~24.

[5] 王新月, 杨青真. 计算流体力学基础 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1991.

[6] Jameson A, Mavriplis D. Finite Volume Solution of the Two Dimensional Euler Equations on a Regular Triangular Mesh [J]. *AIAA Journal*, 1986, 24(4): 471~479.

[7] 刘超群. 多重网格法及其在计算流体力学中的应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1993.

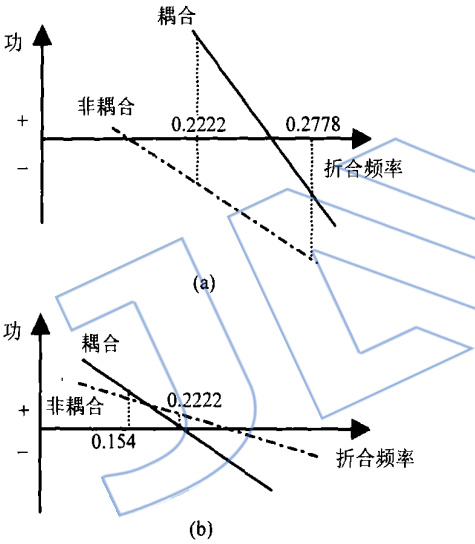


图 10 叶片气固耦合、非耦合时的功—折合频率线
Fig. 10 Work-reduced frequency under gas-solid coupled circumstance and uncoupled circumstance
(a- Naca0012 ; b- Prof)

或持续加强趋势, 任一振动周期内叶表气动力功为零或恒正。在气固非耦合条件下, 叶片做简谐振动, 任一振动周期内叶表气动力功值是相同的。将各种情况下的气动力功性质列于表 1 中。

在气固耦合条件下, 任一叶型均在较低的折合频率下发生颤振, 相应的气动力功值为正; 叶片振动稳定或衰减时, 相应的功值近于零或为负值。当气固非耦合时, 任一叶型在 2 种折合频率下的气动力功值恒正或恒负。从能量法的角度来看, 在气固非耦合条件下, 似乎 Naca0012 叶栅总不满足