

文章编号: 1000-8055(2005) 02-0309-05

基于LMI 涡扇发动机混合加权灵敏度 H_∞ 动态输出反馈控制

覃道亮, 王 曦, 郑铁军

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘要: 利用回路整形和内模原理方法, 选取合理频率域加权函数, 结合实际被控对象状态空间模型, 得到某广义被控对象状态空间模型, 将原控制要求问题转化为标准 H_∞ 控制问题。基于LMI(Linear Matrix Inequality)方法, 对此广义对象进行最优 H_∞ 动态输出反馈控制器设计, 进而求得原被控对象的控制器。以某型涡扇发动机为被控对象, 进行混合加权灵敏度 H_∞ 动态输出反馈控制器设计, 并在飞行包线范围内, 进行了发动机控制系统非线性仿真验证。结果表明, 此控制器满足抗干扰性、跟踪性要求, 并具有一定鲁棒性。

关键词: 航空、航天推进系统; 回路整形; 内模原理; LMI; H_∞ ; 动态输出反馈

中图分类号: V233.7

文献标识码: A

Turbo-Fan Engine Dynamic Output Feedback Control with Mixed Weighted Sensitivity Based on LMI

TAN Dao-liang, WANG Xi, ZHEN Tie-jun

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
Beijing 100083, China)

Abstract: Choosing appropriate weighted functions in the frequency domain, and in combination with the state-space model of the real plant, the formulation of the state-space model for some generalized plant by employing the method of loop shaping and internal principle was established. The original control problem was converted to a standard H_∞ problem. The controller for the original plant was derived by means of solving optimal H_∞ dynamic output feedback controller for the generalized plant based on Linear Matrix Inequality (LMI). This design procedure was applied to a turbo-fan engine. The controller obtained by this method was verified in a wide engine operating range in the flight envelope. Simulation results of the turbofan engine nonlinear model show that the characteristics of the controller, namely, tracking characteristics, disturbance rejection and robustness, are satisfactory.

Key words: aerospace propulsion system; loop shaping; internal principle;
Linear Matrix Inequality (LMI); H_∞ ; dynamical output feedback control

LMI 方法在控制中的应用已有很长的历史。
许多控制问题可以表述为一些LMI 约束, 而LMI

问题本身是一种凸问题^[1]。近些年来, 凸优化理论
得到了长足发展, 特别是求解线性规划问题内点法

收稿日期: 2004- 05- 31; 修订日期: 2004- 10- 17

作者简介: 覃道亮(1980-), 男, 陕西延安人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院硕士生, 主要从事航空发动机鲁棒控制及仿

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

的出现,促进了凸优化理论在自动控制等领域的应用。利用数值解法可以求解那些没有解析解的LMI问题的数值解,因而将一些控制问题转化为相应凸优化问题进行最优或次优求解,具有一定的理论及实际意义。Mathworks公司的LMI工具箱提供一些标准LMI问题(可行性问题、特征值问题、广义特征值问题)的求解函数。对于组合诸如跟踪性能、带宽、抗干扰等控制要求,回路整形是一种实用的技巧^[2]。通过将设计要求转化为频率域相应传递函数约束,进而得到理想回路增益轮廓。基于 H_∞ 控制结构,将频率域内的设计要求表述为 H_∞ 约束,得到标准 H_∞ 控制综合问题。故结合LMI方法,通过优化抗干扰指标 γ ,求取最优 H_∞ 控制器具有实际意义。利用回路整形和内模原理,将加权函数与实际被控对象组合构造出广义被控对象,建立标准 H_∞ 控制问题结构,本文提出了一种基于LMI混合加权灵敏度 H_∞ 动态输出反馈控制器设计方法。对某型涡扇发动机进行最优 H_∞ 动态输出反馈控制器设计,在Matlab中给予仿真验证。结果表明所得控制器满足抗干扰、跟踪性要求,并具有一定的鲁棒性。

1 问题描述

如图1所示,已知被控对象 P 状态空间模型:

$$P: \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1d + B_2v \\ y = Cx + D_1d + D_2v \end{cases}$$

其中, $x \in R^n$ 是被控对象状态向量, $v \in R^m$ 是控制输入, $y \in R^p$ 是测量输出, $d \in R^q$ 是外部干扰。

利用频率域回路整形方法,选取 W_1 (灵敏度加权函数)、 W_2 (控制加权)、 W_3 (补灵敏度加权函数),设计动态输出反馈控制器 K ,使得干扰信号 d 到评价信号 z 的闭环传递函数 $T_{dz}(s)$ 的 H_∞ 范数最小,并且对象 P 输出 y 能够跟踪给定参考指令信号 r 。

$$K: \begin{cases} \dot{x}_K = A_K x_K + B_K(r - y) \\ u = C_K x_K + D_K(r - y) \end{cases}$$

2 混合加权灵敏度 H_∞ 动态输出反馈控制

为使被控对象 P 输出能够跟踪参考输入信号,基于 H_∞ 伺服系统设计^[3]思想和内模原理,将积分器加入控制通道中,对 $(1/s)P(s)$ 设计混合加权灵敏度动态输出反馈 H_∞ 控制器 $K_0(s)$ 。则对于 P, K ($s) = (1/s)K_0(s)$ 是满足要求的控制器,如图1所

示。

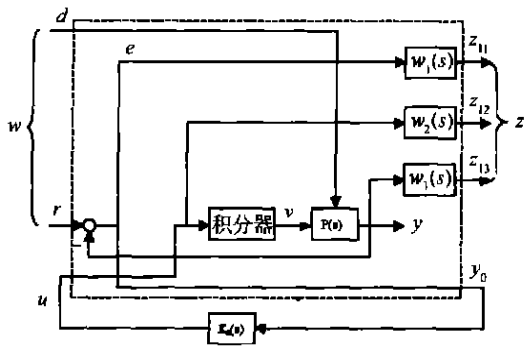


图1 混合加权灵敏度动态输出反馈 H_∞ 标准控制示意图

Fig. 1 The illustration of H_∞ standard dynamical output feedback control with mixed weighted functions

设 W_1, W_2 和 W_3 状态空间实现分别为:

$$\begin{aligned} & [A_{W1}, B_{W1}, C_{W1}, D_{W1}] \\ & [A_{W2}, B_{W2}, C_{W2}, D_{W2}] \\ & [A_{W3}, B_{W3}, C_{W3}, D_{W3}] \end{aligned}$$

即:

$$\begin{aligned} W_1: & \begin{cases} \dot{x}_{W1} = A_{W1}x_{W1} + B_{W1}(r - y) \\ z_{11} = C_{W1}x_{W1} + D_{W1}(r - y) \end{cases} \\ W_2: & \begin{cases} \dot{x}_{W2} = A_{W2}x_{W2} + B_{W2}u \\ z_{12} = C_{W2}x_{W2} + D_{W2}u \end{cases} \\ W_3: & \begin{cases} \dot{x}_{W3} = A_{W3}x_{W3} + B_{W3}y \\ z_{13} = C_{W3}x_{W3} + D_{W3}y \end{cases} \end{aligned}$$

另外,由图1可知, $\dot{v} = u_0$ 。令:

$$\bar{x} = [x_{W1} \ x_{W2} \ x_{W3} \ v \ x^T]^T$$

$$\bar{w} = [d \ r]^T, \quad \bar{u} = u$$

$$\bar{z} = (z_{11} \ z_{12} \ z_{13})^T, \quad \bar{y} = y_0 = r - y$$

按照标准 H_∞ 控制问题结构,可得广义被控对象 $\bar{P}$ 状态空间模型:

$$\bar{P}: \begin{cases} \dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}_1\bar{w} + \bar{B}_2\bar{u} \\ \bar{z} = \bar{C}_1\bar{x} + \bar{D}_{11}\bar{w} + \bar{D}_{12}\bar{u} \\ \bar{y} = \bar{C}_2\bar{x} + \bar{D}_{21}\bar{w} + \bar{D}_{22}\bar{u} \end{cases}$$

则控制目标变为对 $\bar{P}$ 设计动态输出反馈控制器 K_0 ,使得: (1) 闭环系统内稳定; (2) 扰动输入 $\bar{w}$ 到评价信号 $\bar{z}$ 的闭环传递函数 $T_{\bar{w}\bar{z}}$ 的 H_∞ 范数最小; (3) 对象 P 输出 y 能够跟踪给定参考指令信号 r 。

其中:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{W1} & 0 & 0 & -B_{W1}D_2 & -B_{W1}C \\ 0 & A_{W2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{W3} & B_{W3}D_2 & B_{W3}C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_2 & A \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} B_{W1} & -B_{W1}D_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & B_{W3}D_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & B_1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{W2} \\ 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_1 = \begin{bmatrix} C_{W1} & 0 & 0 & -D_{W1}D_2 & -D_{W1}C \\ 0 & C_{W2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{W3} & D_{W3}D_2 & D_{W3}C \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} D_{W1} & -D_{W1}D_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & D_{W3}D_1 \end{bmatrix}$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{W2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_2 = [0 \ 0 \ 0 \ -D_2 \ -C] \quad \bar{D}_{21} = [I \ -D_1] \quad \bar{D}_{22} = 0 \tag{1}$$

引理^[4] 假设 $(\bar{A}, \bar{B}_2, \bar{C}_2)$ 能稳能检测。则系统 P 存在一个输出反馈 γ 次优 H_∞ 控制器当且仅当存在正定阵 X 和 Y , 使得:

$$\begin{bmatrix} N_o & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{A}^T X + X \bar{A} & X \bar{B}_1 & \bar{C}_1^T \\ \bar{B}_1^T X & -\gamma I & \bar{D}_{11}^T \\ \bar{C}_1 & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_o & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} N_c & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{A} Y + Y \bar{A}^T & Y \bar{C}_1^T & \bar{B}_1 \\ \bar{C}_1 Y & -\gamma I & \bar{D}_{11} \\ \bar{B}_1^T & \bar{D}_{11}^T & -\gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_c & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} X & I \\ I & Y \end{bmatrix} \geq 0 \tag{2}$$

其中: N_o 和 N_c 分别是子空间 $\text{Ker}([\bar{C}_2 \ \bar{D}_{21}])$ 和 $\text{Ker}([\bar{B}_2^T \ \bar{D}_{12}^T])$ 中任意一组基向量作为列向量所构成的矩阵, 即满足:

$$\text{Im } N_o = \text{Ker}([\bar{C}_2 \ \bar{D}_{21}])$$

$$\text{Im } N_c = \text{Ker}([\bar{B}_2^T \ \bar{D}_{12}^T])$$

的矩阵 N_o 和 N_c 。
优化 γ 值将是一个特征值问题^[5], 利用 LMI 工具箱 $\min_{\gamma} x$ ^[6] 函数, 可对这一优化问题进行求解。

混合加权灵敏度 H_∞ 动态输出反馈控制器求解算法:

- (1) 建立被控对象 P 的状态空间模型;
- (2) 根据期望性能, 利用回路整形方法, 在频率域内确定 W_1, W_2 和 W_3 , 进而确定其状态空间实现。需要注意的是为使控制器阶数不致太高, 整形函数的阶数不能太复杂。
- (3) 基于式 (1) 构造广义被控对象 P 的状态空间模型, 求解优化问题:

$$\min \gamma \quad \text{s.t.} \tag{2}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1.1659 & -0.0022 \\ 1.1242 & -1.5564 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.5391 & -0.0321 \\ 0.4330 & -0.5739 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0.6764 & 0.1022 \\ 0.7120 & 0.0698 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1.0000 \\ 3.2863 & -2.2392 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5077 & -1.5126 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.8827 & 0.6669 \end{bmatrix}$$

为使控制器阶数尽量少, 按文献[7]中推论 1 方法, 选取:

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+100}{s+0.01} & 0 \\ 0 & \frac{s+100}{s+0.01} \end{bmatrix}$$

$$W_3(s) = \begin{bmatrix} \frac{s+100}{0.01s+100} & 0 \\ 0 & \frac{s+100}{0.01s+100} \end{bmatrix}$$

$$W_2(s) = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

按照上述算法,得到 $K_0(s)$ 状态空间实现为:

$$A_K = 10^4 \ast$$

$$\begin{bmatrix} 0.000\ 1 & -\ 0.000\ 3 & -\ 0.000\ 0 & 0.000\ 2 & -\ 0.000\ 2 & 0.002\ 5 & 0.000\ 4 & -\ 0.001\ 3 \\ 0.000\ 1 & -\ 0.000\ 7 & 0.000\ 0 & 0.000\ 4 & -\ 0.001\ 0 & 0.000\ 4 & 0.000\ 8 & -\ 0.001\ 8 \\ 0.000\ 2 & -\ 0.000\ 8 & -\ 0.000\ 1 & 0.000\ 5 & -\ 0.000\ 2 & 0.001\ 5 & 0.000\ 3 & -\ 0.004\ 9 \\ -\ 0.000\ 1 & 0.000\ 8 & 0.000\ 0 & -\ 0.000\ 6 & 0.000\ 7 & -\ 0.000\ 6 & -\ 0.000\ 0 & 0.002\ 2 \\ -\ 0.004\ 7 & 0.021\ 4 & -\ 0.000\ 3 & -\ 0.011\ 8 & -\ 1.000\ 1 & -\ 0.000\ 1 & -\ 0.035\ 6 & 0.083\ 2 \\ 0.001\ 7 & 0.004\ 1 & 0.001\ 5 & -\ 0.002\ 7 & 0.000\ 0 & -\ 1.000\ 1 & 0.005\ 3 & 0.016\ 4 \\ -\ 0.000\ 5 & 0.002\ 4 & 0.000\ 0 & -\ 0.001\ 4 & -\ 0.002\ 6 & 0.010\ 8 & -\ 0.004\ 5 & 0.008\ 6 \\ 0.000\ 0 & -\ 0.000\ 2 & 0.000\ 0 & 0.000\ 1 & 0.000\ 1 & 0.003\ 1 & 0.000\ 1 & -\ 0.001\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B_K = 10^3 \ast$$

$$\begin{bmatrix} -\ 0.014\ 4 & -\ 0.022\ 8 & -\ 0.036\ 3 & 0.038\ 3 & -\ 0.000\ 3 & 0.001\ 0 & 0.109\ 0 & -\ 0.008\ 1 \\ 0.005\ 3 & -\ 0.000\ 1 & -\ 0.002\ 6 & 0.001\ 3 & -\ 0.165\ 5 & 1.009\ 1 & -\ 0.010\ 4 & -\ 0.002\ 8 \end{bmatrix}^T$$

$$C_K =$$

$$\begin{bmatrix} -\ 0.001\ 7 & 0.066\ 6 & 0.338\ 1 & -\ 1.255\ 6 & -\ 0.027\ 4 & 0.082\ 5 & 15.861\ 4 & 1.036\ 6 \\ 0.022\ 7 & -\ 0.130\ 1 & 0.953\ 2 & 0.535\ 5 & 0.001\ 0 & 0.043\ 0 & 4.432\ 1 & 20.374\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

总时间为380 s,如图2所示。图3~图6分别为在此工作过程中,低压转子转速响应曲线、落压比响应曲线、燃油流量变化规律、尾喷口

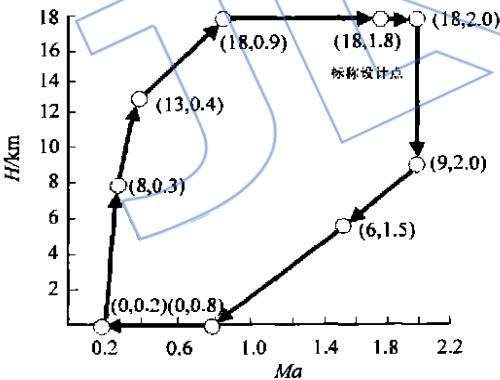


图2 某型涡扇发动机飞行包线非线性仿真工作路线图

Fig. 2 The nonlinear operating route of some type of turbfan engine along flight envelope

将 $\frac{1}{s}K_0(s)$ 反归一化后,加入到发动机非线性对象模型上,对其进行数字性能仿真验证。在飞行包线内,按照(18,1.8)——(18,2.0)——(9,2.0)——(6,1.5)——(0,0.8)——(0,0.2)——(8,0.3)——(13,0.4)——(18,0.9)——(18,1.8)的工作路线,在飞行包线内,工作一个循环。其中初始点仿真时间为20 s,其余各点仿真时间均为40 s

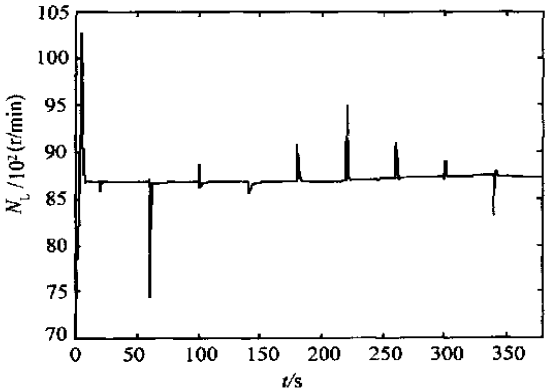


图3 某型涡扇发动机在 H_∞ 控制器控制下非线性对象模型动态数字仿真低压转速响应图

Fig. 3 The response of the rotation speed of low-pressure rotor of some type of turbfan engine under H_∞ dynamical output feedback controller along the operating route as shown in Fig. 2

面积变化规律。由图3~图6可知此控制器具有较好的抗干扰能力及鲁棒性,并可基本跟踪指令信号(偏差在允许范围内)。另外,图3~图6中曲线初始阶段(0~20 s)出现的超调是发动机过渡态控制器

所制, 非本控制器设计问题。

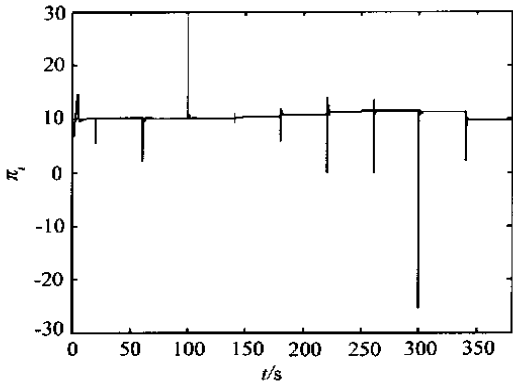


图4 某型涡扇发动机在 H_∞ 控制器控制下非线性对象模型动态数字仿真落压比响应图

Fig.4 The response of the decreasing pressure ratio of some type of turbfan engine under H_∞ dynamical output feedback controller along the operating route as shown in Fig. 2

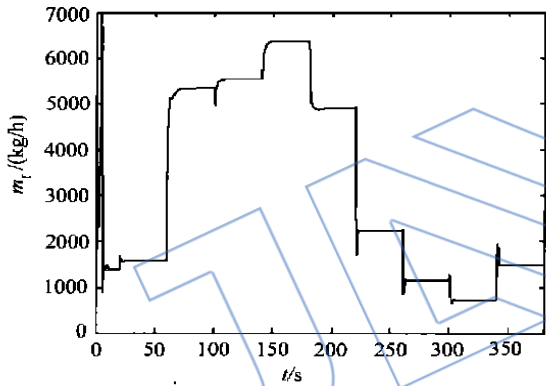


图5 某型涡扇发动机在 H_∞ 控制器控制下非线性对象模型动态数字仿真燃油流量变化规律图

Fig.5 The plot of the fuel flow of some type of turbfan engine under H_∞ dynamical output feedback controller along the operating route as shown in Fig.2

4 结 论

本文提出的基于 LMI 的混合加权灵敏度 H_∞ 动态输出反馈控制器设计方法在某型涡扇发动机上进行了控制器设计及其发动机控制系统非线性仿真验证。结果表明, 在合理选择加权函数条

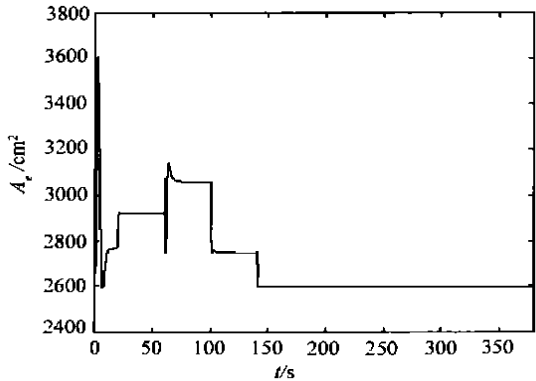


图6 某型涡扇发动机在 H_∞ 控制器控制下非线性对象模型动态数字仿真尾喷口面积变化规律图

Fig. 6 The plot of the nozzle area of some type of turbfan engine under H_∞ dynamical output feedback controller along the operating route as shown in Fig.2

件下, 所设计的控制器满足预期要求(跟踪性、抗干扰性), 并具有一定的鲁棒性。不足之处是所设计控制器阶数偏高, 但可借助控制器降阶方法, 对控制器进行降阶。另外本文未考虑对象 Δ 摄动模型, 对于针对此类模型的设计方法, 将在今后的研究中展开。

参考文献:

[1] Boyd S, Vandenberghe L. Convex Optimization [M]. Cambridge University Press, 2004.

[2] Robust Control Toolbox Version 2 [M]. The Math Works Inc. , 2001.

[3] 申铁龙. H_∞ 控制理论及应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.

[4] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.

[5] Boyd S, L El Ghaoui, Feron E, et al. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory [M]. Philadelphia, PA: SIA M, 1994.

[6] Gahinet P, Nemirovski A, Laub A J, et al. LMI Control Toolbox [M]. The Math Works Inc. , 1995.

[7] 王曦, 曾庆福. 频域不确定性系统加权混合灵敏度函数频域整形 [J]. 航空学报, 1999, 20(4): 358~361.

Wang Xi, Zeng Qingfu. Frequency Shaping of the Mixed Weighted Sensitivity for Frequency Uncertainty Systems [J]. Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica, 1999, 20(4): 358~361.