

文章编号: 1000-8055(2006)03-0588-07

一种航空发动机相似多变量 控制方法

杨刚, 姚华

(中国航空工业第一集团公司 动力控制系统研究所, 江苏 无锡 214063)

摘要: 推导了航空发动机线性二次型调节器(LQR)方法相似化公式, 分析并指出了存在的问题: (1) 在高空低马赫数时, 系统响应速度太慢, 无法满足快速性要求; (2) 在低空高马赫数时, 控制增益太高, 这一方面可能导致执行机构饱和, 另一方面会使控制器在噪声、滞后等干扰情况下性能变坏。本文对相似LQR控制进行了改进, 在一定程度上解决了上述问题。本文还证明了改进的相似LQR控制的稳定性, 并将其推广至增广LQR方法。

关键词: 航空、航天推进系统; 航空发动机控制; 多变量控制; 线性二次型调节器方法; 相似理论; 稳定性

中图分类号: V 233. 7

文献标识码: A

Theory of Similarity Based Aeroengine Multivariable Control Method

YANG Gang, YAO Hua

(Aviation Motor Control System Institute,
China Aviation Industry Corporation I, Wuxi 214063)

Abstract: The procedure of applying the theory of similarity to LQR method in aeroengine control systems was developed. The method was analyzed and the shortcomings were pointed out: (1) the closed-loop system responds slowly at high altitude and low Mach number, which can not meet the swift respond requirement; (2) the closed-loop system requires too much control energy at low altitude and high Mach number. On one hand, this is very likely to cause aeroengine actuator saturation. On the other hand, this would degrade the performance of the closed-loop system under disturbances such as noises and delays. Hence, an improved procedure of applying the theory of similarity was developed and it solved the above problems reasonably well. Further more, the stability of the proposed method was proved. It was also extended to the augmented LQR method. Finally, the design procedure of a turbofan engine control system exemplified the above results.

Key words: aerospace propulsion system; aeroengine control; multivariable control; linear quadratic regulator method; theory of similarity; stability

收稿日期: 2005- 06- 22; **修订日期:** 2005- 10- 14

基金项目: 江苏省博士后科研计划资助

作者简介: 杨刚(1976-), 男, 湖南辰溪人, 南京航空航天大学与中国航空工业第一集团公司动力控制系统研究所联合培养博士后, 主要从事航空发动机建模与控制, 多变量鲁棒控制的研究

随着控制变量的增多, 航空发动机已由单变量对象发展为多变量对象, 应采用多变量控制方法^[1]。在多变量反馈控制系统设计方法中, 线性二次型调节器(LQR)方法由于具有无穷大的幅值裕度和大于 60 的相位裕度而倍受人们的关注^[2~4]。早在 70 年代美国就开展了 LQR 方法用于航空发动机多变量控制的研究^[4], 国内也有许多专家尝试用 LQR 方法设计航空发动机的控制系统^[5~7], 但上述研究中, 在整个飞行包线内设计控制器时仍需分区设计多个控制器, 然后这些控制器按插值或某种其它方法协调工作, 共同控制航空发动机。

众所周知, 相似原理在航空发动机研究中已获得了许多成功的应用, 其中在航空发动机控制领域中如文献[8]所示。文章表明, 在设计控制器时应用相似理论, 可使控制器参数随飞行条件变化而变化, 从而扩大控制器的适用范围。但是文献[8]主要用于单变量控制, 本文将相似理论与 LQR 多变量控制方法结合, 势必可以增大发动机多变量控制器适用范围, 减少全包线内控制器的数目。

本文进行了航空发动机 LQR 方法的相似化研究。研究表明, 按相似原理直接对航空发动机 LQR 方法进行相似化后, 得到的闭环系统性能无法满足航空发动机的控制要求, 具体体现为: (1) 在高空低马赫数时, 系统响应速度太慢, 无法满足快速性要求; (2) 在低空高马赫数时, 控制增益太高, 这一方面可能导致执行机构饱和, 另一方面会使控制器在噪声、滞后等干扰情况下性能变坏, 甚至出现不稳定现象。针对此问题, 本文对相似 LQR 控制进行了改进, 可在一定程度上解决上述问题, 使最终的闭环系统响应在全包线内均不至于太快或太慢, 从而满足航空发动机控制的要求。此外, 本文还证明了该方法的稳定性, 并将其推广至航空发动机增广 LQR 方法。

1 航空发动机相似 LQR 控制

设航空发动机在 (H_0, M_{a0}) 处的线化模型为

$$(N_x A_0 N_x^{-1})P + P(N_x^{-1} A_0 N_x)P(N_x^{-1} B_0 N_u)(N_u^T R_0 N_u)^{-1}(N_u B_0 N_x^{-1})P + (N_x Q_0 N_x) = 0$$

$$\Leftrightarrow N_x A_0 N_x^{-1} P + P N_x^{-1} A_0 N_x - P N_x^{-1} B_0 R_0^{-1} B_0 N_x^{-1} P + N_x Q_0 N_x = 0$$

用 N_x^{-1} 分别左乘和右乘上式, 则:

$$A_0^T (N_x^{-1} P N_x^{-1}) + (N_x^{-1} P N_x^{-1}) A_0 - (N_x^{-1} P N_x^{-1}) B_0 R_0^{-1} B_0 (N_x^{-1} P N_x^{-1}) + Q_0 = 0$$

由公式(5)及 Riccati 方程(7), 有:

$$N_x^{-1} P N_x^{-1} = P_0$$

(先考虑设计状态调节器, 故输出方程省略):

$$\dot{x}_0 = A_0 x_0 + B_0 u_0 \tag{1}$$

其中: $x_0 \in R^n$, $u_0 \in R^m$ 分别为状态和输入向量, n 和 m 分别为状态和输入向量维数; A_0 和 B_0 为适维矩阵。

本文中, 取 (H_0, M_{a0}) 点为换算基准点, 即其它所有点的参数均换算到该点。

与基准点类似, 包线内任意点 (H, M_a) 处的线化模型为:

$$\dot{x} = A x + B u \tag{2}$$

其中矩阵和向量的维数分别与(1)中对应。由相似原理, 上述两个模型参数之间满足如下关系:

$$\dot{x}_0 = N_{dx} \dot{x}$$

$$x_0 = N_x x, \quad u_0 = N_u u \tag{3}$$

$$A_0 = N_{dx} A N_x^{-1}, \quad B_0 = N_{dx} B N_u^{-1} \tag{4}$$

其中, 对角阵 N_{dx} , N_x 和 N_u 为将任意点参数换算到基准点的换算系统矩阵, 且:

$$N_{dx} = N_t^{-1} N_x \tag{5}$$

式中: N_t 为相似时间换算系数(标量)。

由 LQR 方法, 在基准点选取加权矩阵为 Q_0 和 R_0 , 则可求得 LQR 状态反馈控制规律为:

$$u_0 = -R_0^{-1} B_0^T P_0 x_0 = K_0 x_0 \tag{6}$$

其中, P_0 满足如下 Riccati 方程:

$$A_0^T P_0 + P_0 A_0 - P_0 B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0 + Q_0 = 0 \tag{7}$$

对任意点, 由 LQR 方法, 若选取加权矩阵为 Q 和 R , 同理可求得其状态反馈控制规律为:

$$u = -R^{-1} B^T P x = K x \tag{8}$$

其中, P 满足如下 Riccati 方程:

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \tag{9}$$

若要求任意点与基准点的 LQR 控制也满足相似关系, 则可取:

$$Q = N_x Q_0 N_x^{-1}, \quad R = N_u R_0 N_u^{-1} \tag{10}$$

将上式及关系式(4)代入 Riccati 方程(9), 则:

即:

$$P = N_{dx} P_0 N_x = N_i^{-1} N_x P_0 N_x \quad (11)$$

由控制律(6)和(8)可得:

$$u = -R^{-1} B^T P x =$$

$$-(N_u R_0 N_u)^{-1} (N_{dx}^{-1} B_0 N_u)^T (N_{dx} P_0 N_x) (N_x^{-1} x_0) = -N_u^{-1} u_0$$

即实现了控制律的相似化。

2 存在的问题

对基准点而言,如果按LQR 状态反馈控制律(6)进行控制,则所得闭环系统为:

$$\dot{x}_0 = (A_0 - B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0) x_0 = A_{c0} x_0 \quad (12)$$

其中:

$$A_{c0} = A_0 - B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0$$

式中: A_{c0} 为闭环系统矩阵。

同理,对任意点,如果按LQR 状态反馈控制律(8)进行控制,可得闭环系统:

$$\dot{x} = (A - B R^{-1} B^T P) x = A_c x \quad (13)$$

其中: $A_c = A - B R^{-1} B^T P$ 为闭环系统矩阵。

由相似关系(4)、(10)和(11)可知:

$$\begin{aligned} A_c &= A - B R^{-1} B^T P = \\ N_{dx}^{-1} (A_0 - B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0) N_x &= \\ N N_x^{-1} (A_0 - B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0) N_x &= \\ N N_x^{-1} A_{c0} N_x & \end{aligned} \quad (14)$$

故:

$$\lambda(A_c) = N_i \lambda(A_{c0}) \quad (15)$$

其中: $\lambda_i(\cdot)$ 表示 $(\cdot)$ 的第 i 个特征值。

由相似原理知,相似时间换算系数为:

$$N_t = \frac{P_1/P_{10}}{(T_1/T_{10})^{0.5}} \quad (16)$$

其中: P_1 和 P_{10} 分别为任意点和基准点的进口总压, T_1 和 T_{10} 分别为任意点和基准点的进口总温。

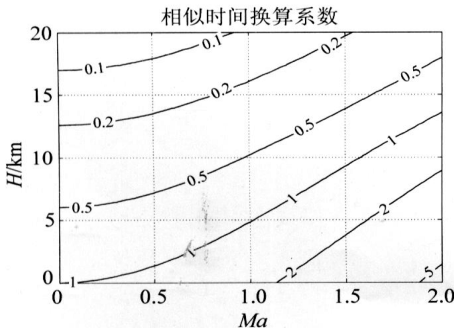


图1 N_t 与 (H, Ma) 的关系图

Fig 1 The relationship between N_t and (H, Ma)

若以 $(H_0 = 0 \text{ km}, Ma_0 = 0)$ 为基准点,则任意点的相似时间换算系数与 H 和 Ma 的关系如图1所示。

显然,在高空低马赫数时,相似时间换算系数很小,由公式(15)可知,闭环系统的极点距虚轴的距离是基准点闭环系统极点距虚轴的距离的 N_t 倍,闭环系统响应非常慢,无法满足航空发动机控制的快速性要求;而在低空高马赫数时,闭环极点距虚轴较远,这要求控制器具有很高的增益。一方面,高增益控制器要求输出很高的能量,这很可能超出航空发动机执行机构所能承受的范围,导致执行机构饱和;另一方面,过高的增益将导致控制器在实际环境中(存在噪声、滞后等干扰)的性能变差,甚至导致闭环系统失稳。

因此,如果不对航空发动机的相似LQR 控制进行改进,它很难在航空发动机中得以应用。

3 改进的航空发动机相似 LQR 控制

由公式(14)知:

$$A_c = N N_x^{-1} A_{c0} N_x -$$

$$N N_x^{-1} B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0 N_x =$$

$$A - A_u \quad (17)$$

其中:

$$A_u = N N_x^{-1} B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0 N_x \quad (18)$$

为由控制系统闭环而引入的部分。

显然,对闭环系统而言, A 是航空发动机固有的特性,无法用任何手段进行修改,而 A_u 是由控制作用引入闭环系统的,它也是闭环系统中唯一可以改变的地方。

由公式(17),当航空发动机在包线内变化时,控制器的输出与 N_t 成正比,亦即航空发动机响应慢时,控制器的输出小,而响应快时,控制器的输出大,这不符合航空发动机的控制要求。因此,如果将控制律(8)修改为:

$$u_1 = -\frac{1}{N_t} R^{-1} B^T P x \quad (19)$$

则:

$$A_{u1} = N_x^{-1} B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0 N_x \quad (20)$$

$$A_{c1} =$$

$$N_x^{-1} A_0 N_x - N_x^{-1} B_0 R_0^{-1} B_0^T P_0 N_x \quad (21)$$

即控制器的输出不随航空发动机的响应变慢而变小,也不随其变快而变大,这样就可以缓和航空发动机闭环系统响应随 N_t 变化而变化的趋势。称控制律(19)为改进的相似LQR 控制。

定理1: 若航空发动机按改进的相似LQR 方法进行控制,则当 $N_t < 1$ 时,闭环系统可以构成二次型意义下的最优闭环系统。

证明: 设 P, Q 和 R 表示公式(8)和(9)中的相应矩阵,令:

$$R_1 = N R$$

$$Q_1 = Q + \left(\frac{1}{N_t} - 1 \right) P B R^{-1} B^T P$$

显然:

$$R_1 > 0$$

由 $Q \geq 0, R > 0$ 和 $P > 0$ 知,当 $N_t < 1$ 时:

$$Q_1 \geq 0$$

故Riccati 方程:

$$A^T P_1 + P_1 A - P_1 B R_1^{-1} B^T P_1 + Q_1 = 0$$

有唯一非负镇定解,且:

$$P_1 = P$$

其对应的状态反馈控制律为:

$$u = - R_1^{-1} B^T P_1 x = - \frac{1}{N_t} R^{-1} B^T P x$$

即为改进的相似LQR 控制。定理得证。

注1: 由证明过程可见,定理条件可以放宽为满足如下不等式:

$$Q_1 = Q + \left(\frac{1}{N_t} - 1 \right) P B R^{-1} B^T P \geq 0 \quad (22)$$

显然,通过合理选择 Q ,上述不等式成立不一定要求 $N_t < 1$ 。本文实例将说明这一点。

注2: 由式(20)可知:

$$\text{Rank}(A_{u1}) \leq m$$

即 A_{u1} 至少有 $(n - m)$ 个位于原点处的极点。故当 N_t 趋于0 时, A_{c1} 仍会有至少 $(n - m)$ 个极点趋于0,如图2 所示。图2 对应的系统为本文实例中将要讨论的系统,其中实线为 A_{c1} 的极点实部随 N_t 变化的曲线,而点划线为 A_c 的极点实部随 N_t 变化的曲线。此外,因为图中只画出了极点的实部,故虚数极点对(为共轭复数,具有相同的实部)的曲线是重叠的。

因此,虽然控制律(19) 优于控制律(8),但基准点选取时仍要尽量保证全包线内的 N_t 变化不至于太大,且最好保证其值在1 附近。

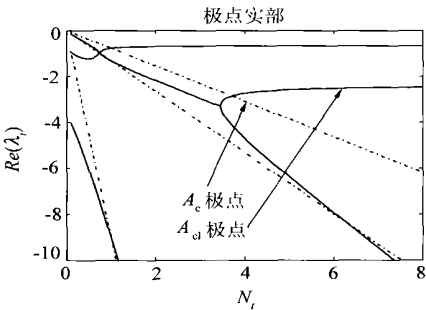


图2 闭环系统极点实部随 N_t 的变化图

Fig 2 The relationship between real part of the closed loop poles and N_t

注3: 当条件(22) 不满足时,按改进的相似LQR 方法控制航空发动机不再构成二次型意义下的最优闭环系统,但对稳定的航空发动机对象而言,最终的闭环系统通常也是稳定的,亦如图2 所示。

事实上,当 $N_t = 1$ 时, $A_{c1} = A_{c0}$,闭环系统稳定;当 N_t 增大时, A_c 极点的负实部绝对值也增大,故 A_{c1} 的极点通常不会穿越虚轴而进入右半复平面,即 A_{c1} 通常也是稳定的。

由定理1 及注1~3 的分析可知,改进的航空发动机相似LQR 控制通常能保证闭环系统稳定性。

4 推广

本节讨论将改进的相似LQR 方法推广至增广LQR 方法。

将输出方程包含进基准点航空发动机线化模型(任意点情况类似),即:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = A_0 x_0 + B_0 u_0 \\ y_0 = C_0 x_0 + D_0 u_0 \end{cases} \quad (23)$$

其中, $y_0 \in R^m$ 为输出向量, C_0 和 D_0 为适维矩阵。则由增广LQR 方法^[7]设计过程可知,基准点对应的控制律为:

$$u_0 = K_x x_0 + K_e e_0 / s \quad (24)$$

其中: K_x 和 K_e 为增广LQR 增益矩阵,误差:

$$e_0(t) = r_0(t) - y_0(t)$$

式中: $r_0(t)$ 为参考输入。

按相似LQR 控制,任意点的增广LQR 控制律为:

$$u = N_t^{-1} K_x N_x x + N_t^{-1} K_y e/s \quad (25)$$

其对应的改进相似LQR 控制律为:

$$u = N_t^{-1} K_x N_x x/N_t + N_t^{-1} K_y e/s \quad (26)$$

5 实 例

以某型涡扇发动机主控制系统为例。根据注 2, 基准点的选取应尽量保证相似时间换算系数值接近 1, 因此, 参考图 1, 本文选取基准点为 ($H_0 = 12 \text{ km}, M_{a0} = 1.2$), 则在该型涡扇发动机的飞行包线内, $0.2 < N_t < 5$ 。

该发动机基准点的线化模型如公式 (23) 所示, 其增广LQR 方法控制律如公式 (24) 所示。由注 1, 通过选择 Q , 可使对部分 $N_t > 1$ 的情况定理 1 仍成立, 如图 3 所示。由图可见, $N_t \approx 1.9$ 时 $\{Re[\lambda(Q_1)]\}_{\min} \approx 0$, 即当 $N_t < 1.9$ 时定理 1 成立, 改进的相似 LQR 控制为二次型最优控制。 $\{Re[\lambda(Q_1)]\}_{\min}$ 表示 Q_1 实部最小的极点的实部。

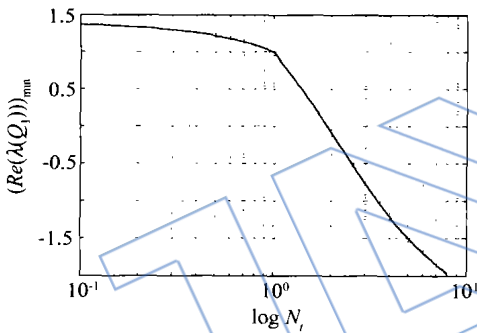


图 3 $\{Re[\lambda(Q_1)]\}_{\min}$ 与 N_t 的关系图

Fig 3 The relationship between $\{Re[\lambda(Q_1)]\}_{\min}$ and N_t

此外, 将改进的相似LQR 控制器与被控对象组成闭环系统后, 其极点的实部随 N_t 变化的曲线如图 2 所示。显然, 当 $N_t > 1.9$ 时, 闭环系统也是稳定的。

将上述控制器分别按相似LQR 控制和改进的相似LQR 控制与发动机模型相连(参见文献 [7] 中的连接方式) 并进行数字仿真, 可得仿真结果如图 4~ 图 6 所示。图中, 实线表示转速响应, 点划线表示压比响应曲线; $O =$ 基准点响应(理想响应), $S =$ 相似LQR 控制时的响应, $N =$ 改进的相似LQR 控制时的响应。

图 4 为航空发动机在基准点 ($H_0 = 12 \text{ km}, M_{a0} = 1.2$) 的响应曲线, 此时 $N_t = 1$, 相似LQR 控制与改进的相似LQR 控制的响应一致, 故图中三组曲线重合。

图 5 为航空发动机在点 ($H_0 = 0 \text{ km}, M_{a0} = 1.0$) 的响应曲线, $N_t = 3.667$ 。此外, 为了表明当控制器增益太高时对系统性能的不利影响, 图 5 还给出了其它一些曲线: 图 5(c) 和 (d) 为控制输出变化速率的仿真曲线, 其中, 实线表示主燃油流量的变化速率, 而点划线表示喷口的变化速率; 图 5(e) 为噪声干扰(幅值为阶跃量的 5%) 下的仿真曲线, 图 5(f) 为当系统中存在滞后(滞后时间为 0.3 s) 时的仿真曲线。限于篇幅, 图 5(e) 和 (f) 只给出了转速阶跃时的转速响应曲线。

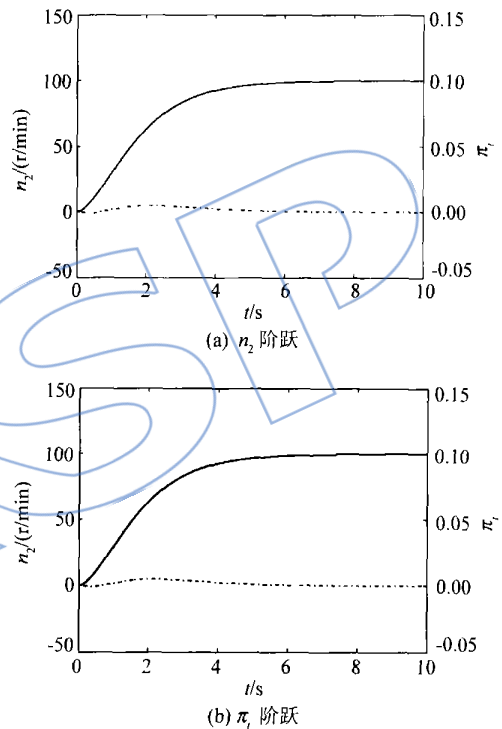


图 4 航空发动机基准点阶跃响应曲线

($H_0 = 12 \text{ km}, M_{a0} = 1.2$)

Fig 4 Aeroengine step responses at base point

($H_0 = 12 \text{ km}, M_{a0} = 1.2$)

由图 5 可见, 相似LQR 控制时, 系统响应 (S) 比改进的相似LQR 控制时 (N) 快, 但图 5(c) 和 (d) 同时表明, 控制输出变化速率也更大, 已经超出了航空发动机执行机构的承受范围, 必然会导致执行机构饱和; 图 5(e) 表明, 在相同幅值噪声干扰下, 相似LQR 控制的输出噪声幅值大于改进的相似LQR 控制; 而图 5(f) 表明, 如果系统中存在相同的滞后, 相似LQR 控制失稳, 而改进的相似LQR 控制器性能几乎不变。综上所述, 图 5 表明改进的相似LQR 方法性能优于相似LQR 方法。

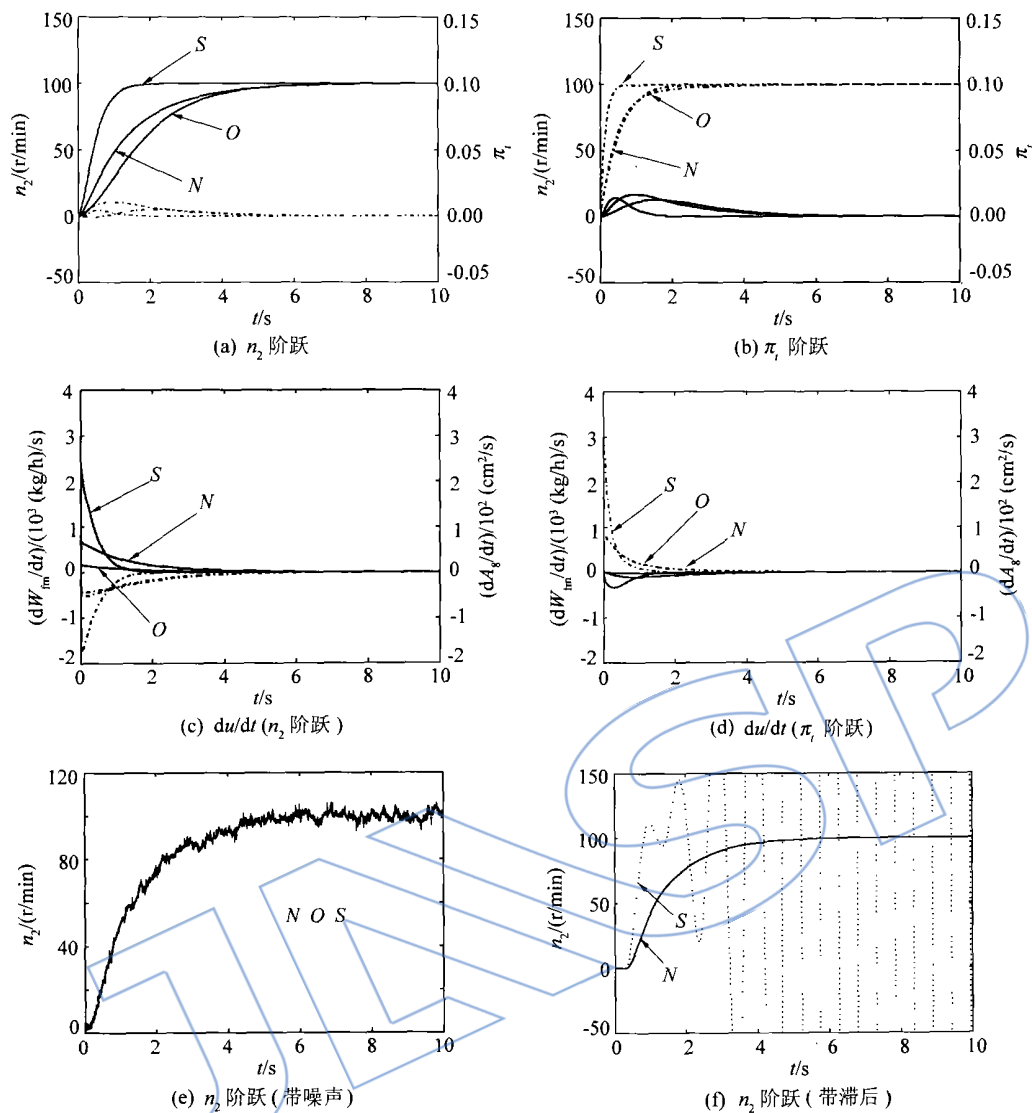


图5 航空发动机阶跃响应曲线 ($H_0 = 0 \text{ km}, M_{a0} = 1.0$)
Fig 5 Aeroengine step responses at ($H_0 = 0 \text{ km}, M_{a0} = 1.0$)

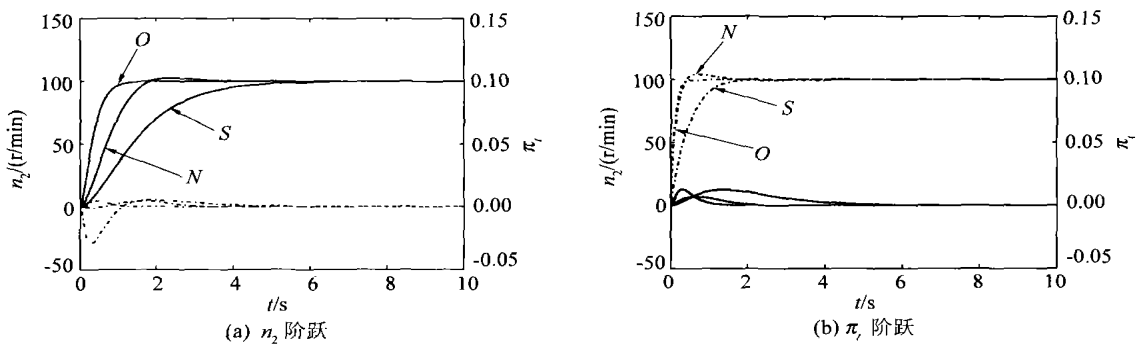


图6 航空发动机阶跃响应曲线 ($H_0 = 20 \text{ km}, M_{a0} = 1.0$)
Fig 6 Aeroengine step responses at ($H_0 = 20 \text{ km}, M_{a0} = 1.0$)

图 6 为航空发动机在点($H_0 = 20 \text{ km}, M_{a0} = 1.0$)的响应曲线, $N_i = 0.2279\%$ 。由图 6 可见, 相似 LQR 控制的响应曲线太慢, 无法满足航空发动机快速性的要求, 而改进的相似 LQR 控制的响应曲线则与基准点响应曲线接近, 满足要求。

综上所述, 包线最左上角和最右下角两个最恶劣工况仿真均表明改进的相似 LQR 控制性能优于相似 LQR 控制。而包线内其它点的仿真也有类似的结论, 限于篇幅, 其它点的仿真结果省略。

6 结 论

本文推导了航空发动机 LQR 控制的相似化公式, 分析并指出了相似 LQR 控制在全包线内闭环响应速度变化太大的问题。针对此问题, 本文改进了相似 LQR 控制, 在一定程度上解决了这种速度变化问题。此外, 本文证明了改进的相似 LQR 控制的稳定性, 将其应用至增广 LQR 方法, 并用实例验证了本文结论。本文研究表明, 采用改进的相似 LQR 控制设计航空发动机控制器, 可以扩大其适用范围, 并减少全包线内控制器的数目。

参考文献

- [1] 孙健国 面向 21 世纪航空动力控制展望[J]. 航空动力学报, 2001, 16(2): 97~102
Sun Jianguo Prospects of the Aeroengine Control Development in the Early Time of the 21st Century [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2001, 16(2): 97~102
- [2] Frank L L. Applied Optimal Control and Estimation[M]. Englewood Cliffs, N. J. Prentice Hall, 1992
- [3] Daniel E M, Mauro R. Simultaneous Stabilization With Near Optimal LQR Performance [J]. *IEEE Trans Automat Contr*, 2001, 46(10): 1543~1555
- [4] De Hoff R L, Hall W E Jr Design of A Multivariable Controller for An Advanced Turbofan Engine [R]. *Proceedings of the Fifteenth Conference on Decision and Control and Symposium on Adaptive Processes*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc, 1976: 1002~1008
- [5] 张加桢, 化凯, 郭迎清, 刘芳. 航空涡轮喷气发动机双变量控制系统设计[J]. 航空动力学报, 1990, 5(1): 76~78
Zhang Jiazhen, Hua Kai, Guo Yingqing, Liu Fang Two-Variable Control System Design for a Turbo Engine [J]. *Journal of Aerospace Power*, 1990, 5(1): 76~78
- [6] 章霖官, 刘爱萍, 林青峰. 在平台上进行的涡扇发动机控制系统数字仿真[R]. 第十届发动机自动控制专业学术交流会: 青岛, 2000
- [7] 杨刚, 孙健国, 李秋红. 航空发动机控制系统中的增广 LQR 方法[J]. 航空动力学报, 2004, 19(1): 153~158
Yang Gang, Sun Jianguo, Li Qiu hong Augmented LQR Method for Aeroengine Control Systems [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2004, 19(1): 153~158
- [8] 姚华, 蒋平国, 孙健国. “某型发动机数控系统的相似参数自适应控制研究”. 航空动力学报, 2005, 20(4): 673~678
Yao Hua, Jiang Pingguo, Sun Jianguo An Investigation of Corrected-Parameter Adaptive Control for an Aero-Engine Digital Control System [J]. *Journal of Aero-Space Power*, 2005, 20(4): 673~678