

文章编号: 1000-8055(2007)01-0048-06

基于小生境遗传算法和 RANS 方程的 平面叶栅气动优化设计

舒信伟, 谷传纲, 杨 波, 王 彤
(上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200030)

摘 要: 发展了一种将小生境遗传算法与 RANS 方程数值求解相结合的平面叶栅全局优化设计方法. 该方法针对遗传算法的搜索原理和平面叶栅的气动外形特点, 提出了与之相适应的 Bezier 曲线参数化表达, 构造了用于优化设计的适应度函数. 优化设计变量是平面叶栅的参数化 Bezier 曲线特征多边形控制点坐标, 目标函数为极大化叶栅的升阻比, 约束条件综合考虑了叶栅的进出口几何安装角及叶片强度和性能等要求, 约束条件的处理采用松紧罚函数法. 优化得到的叶栅升阻比比初始叶栅提高了 8.3%.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 小生境遗传算法; 平面叶栅; 参数化; 优化设计

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

Aerodynamic optimization for cascade blade based on Niche GAs and RANS equation

SHU Xin-wei, GU Chuang-gang, YANG Bo, WANG Tong
(School of Mechanical Engineering,
Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: A global optimization method for cascade blade based on Niche GAs (Niche genetic algorithms) coupled with RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) equation has been presented. In order to meet the search theory of GAs and the aerodynamic performances of cascade blade, Bezier curve is adopted to parameterize the cascade blade profile in this method, and a fitness function pertaining to optimization is designed. The design variables are the control points' ordinates of Bezier curve representing the cascade blade profile; the object function is the maximum lift-drag ratio of the cascade; the constraint conditions take account of the leading and trailing edge metal angle, and the strength and aerodynamic performers of cascade blade; and the treatment method of the constraint conditions is the flexible penalty function. The lift-drag ratio of optimized cascade is 8.3 percent higher than that of the initial one.

Key words: aerospace propulsion system; Niche GAs (Niche genetic algorithms); cascade; parameterization; optimum design

自十九世纪末轴流汽轮机出现以来, 设计人员一直致力于提高其功率和效率等方面的研究和

设计. 由于叶轮机内部三维流场的复杂性, 其物理和数学上的简化模型—平面叶栅成为人们研究

收稿日期: 2005-12-27; 修订日期: 2006-04-06

作者简介: 舒信伟 (1978), 男, 浙江衢县人, 上海交通大学机械与动力工程学院博士生, 主要从事叶轮机气动性能数值模拟与优化设计研究.

分析叶轮机内部流动情况的基础。传统的叶栅设计方法是在风洞实验的基础上, 反复修正叶栅叶片的几何形状直至认为满意为止。显然这种方法代价昂贵, 且得到的优化结果亦不一定最优。随着计算流体力学、优化算法及计算机软硬件等的快速发展, 叶栅设计方法已作了很大的改进, 国内外不少文献^[1-6]对此作了很有意义的探讨, 但应用于工程实际的全局优化设计中尚有一定差距。主要存在问题有: 叶型控制点过多, 导致优化的工作量过大; 优化模型过于简化或不易实现, 难以很好地反映工程实际; 优化算法易陷入局部最优点, 难以较快地找到全局最优点等。

平面叶栅的气动优化是一个非线性、多峰值以及设计变量和目标函数之间没有显式函数关系的复杂优化问题。目前在叶栅气动优化设计中, 发展较成熟并被广泛应用的优化算法主要有基于目标函数灵敏度的经典优化算法^[4,5]和近些年发展起来的模拟退火、神经网络^[3]和遗传算法^[6]等非经典优化算法。本文致力于发展一种收敛速度快和鲁棒性强的全局优化算法。由于叶栅叶型与其气动性能之间的隐函数关系, 很难给出目标函数灵敏度, 而模拟退火、神经网络和一般的遗传算法等又易陷入局部最小点。综合以上考虑, 本次研究将动态小生境技术应用于遗传算法, 提出了具有搜索效率高和鲁棒性强等特点的小生境遗传算法 (Niche genetic algorithms, Niche GAs) 用于优化叶栅气动性能。

叶型的参数化表达是叶栅优化过程中的一个重要环节, 直接关系到优化的工作量及叶片外形质量。为缩小优化变量空间和较好地表达叶型, 采用具有保凸性和光滑性的 Bezier 曲线进行叶型参数化。平面叶栅的气动性能通过数值求解 Reynolds Averaged Navier Stokes (RANS) 方程获得。优化过程是以极大化初始叶栅的升阻比为目标函数, 以叶栅的进出口几何安装角、叶型的截面面积及阻力系数不增大为约束条件下进行的。结果显示优化后的叶栅在满足约束条件下, 升阻比有明显提高, 表明该优化方法对平面叶栅气动优化设计是有效的。

1 基于 Bezier 曲线的叶栅叶型参数化表达

本次优化设计是在初始叶型的基础上进行的, 因此必须对叶型进行拟合和参数化处理。为保

证叶型气动外形的流线型要求, 采用基于 Bernstein 基函数的具有保凸性和光滑性的 Bezier 曲线来描述叶片外形。这种描述方法不仅可将优化空间缩小到由有限的 Bezier 曲线特征多边形控制点构成的子空间, 同时又可以自由地刻绘出叶型的光滑型线。

1.1 Bezier 曲线数学模型

一条 n 阶 Bezier 曲线可以定义为:

$$Q = \sum_{j=0}^n P_j B_{nj}(t) \quad (1)$$

其中 $Q = \begin{Bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{Bmatrix}$ 为 Bezier 曲线上的型值点, $t \in [0, 1]$; $P_j = \begin{Bmatrix} \xi_j \\ \eta_j \end{Bmatrix}$ 为 Bezier 曲线特征多边形的 $n+1$

个顶点; $B_{nj}(t)$ 为 Bernstein 基函数, 其表达式如下:

$$B_{nj} = C_{nt}^j (1-t)^{n-j} \quad (j = 0, 1, \dots, n)$$

1.2 端点控制的 Bezier 曲线拟合原理

由 Bezier 曲线的数学模型可知其具有以下 3 点性质: (1) 曲线的首末两边界点与其特征多边形顶点中对应的两边界点重合; (2) 曲线在首末两边界点处与特征多边形首末两边相切; (3) 具有几何不变性。保持叶型的前后缘点及其进出口几何安装角不变是本次优化的几何约束条件, 为满足这一要求, 作者根据 Bezier 曲线的上述的性质发展了一种端点控制的 Bezier 曲线拟合方法。

假设叶片型线上的点为 $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$, 其中 Q_1 和 Q_m 为叶片型线的两个边界点。为了保证原叶片与经调整后叶片的几何边界条件相同, 根据 Bezier 曲线的性质 (1), 只要使 $P_0 = Q_1, P_n = Q_m$, 就能保证 $P(0) = Q_1, P(1) = Q_m$ 。

按累加弦长参数法来确定与点 Q_i 相对应的参数 t_i :

$$t_i = \begin{cases} 0 & i = 1 \\ \sum_{k=2}^i L_k / \sum_{k=2}^m L_k & i = 2, 3, \dots, m \end{cases} \quad (2)$$

其中, $L_k (k = 2, 3, \dots, m)$ 表示相邻两点之间的距离。

用方差参数法来衡量逼近程度, 有:

$$I = \sum_{k=1}^m d_k \left[\sum_{j=0}^n P_j B_{nj}(t_k) - Q_k \right]^2 \quad (3)$$

其中 d_k 为点 Q_k 处的加权系数。要使加权方差式 (3) 达到最小值, 必须:

$$\partial I / \partial P_i = 0 (i = 1, 2, \dots, n-1) \quad (4)$$

即有:

$$\sum_{j=0}^n P_j \sum_{k=1}^m d_k B_{n,j}(t_k) B_{n,i}(t_k) = \sum_{k=1}^m d_k Q_k B_{n,j}(t_k)$$

令

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^m d_k B_{n,j}(t_k) B_{n,i}(t_k) = A_{ij} \\ \sum_{k=1}^m d_k Q_k B_{n,j}(t_k) = B_i \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n-1)$$

则可得线性方程组:

$$\sum_{j=0}^n A_{ij} P_j = B_i \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \quad (5)$$

求解线性方程组(5), 即可求得 Bezier 曲线的特征多边形的顶点($P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$) 坐标, 也就确定了用来拟合叶片型线的 Bezier 曲线.

图 1 给出了本文进行优化设计的初始叶栅叶型, 其压力面和吸力面型线各由 22 个型值点给出. 考虑计算精度及优化效率要求, 分别采用 6 阶和 5 阶 Bezier 曲线对压力面和吸力面型线进行拟合, 拟合效果良好.

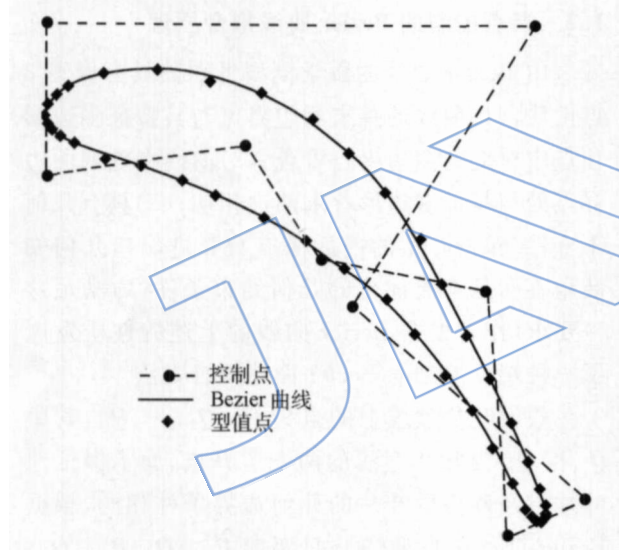


图 1 叶型的 Bezier 曲线参数化表述
Fig. 1 Bezier curve representation of cascade blade

2 平面叶栅气动性能分析

借助流场数值求解方法进行气动优化的过程中, 传统的气动分析方法常采用工程方法、速势方程数值解法或欧拉方程数值解法. 但是, 要准确计算叶栅的升阻力及其捕捉流道中的分离涡等, 目前通过数值求解 RANS 方程是一可行的途径. 因此本次优化过程中叶栅流场分析即采用求解 RANS 方程的方法, 虽然此方法计算量相对大且复杂, 但它描述粘性流动更为准确.

在直角坐标系(x, y) 中, 守恒形式的二维 RANS 方程的积分形式为:

$$\iint_S \frac{\partial W}{\partial t} dS + \int_{\partial S} (F I_x + G I_y) \cdot dl = 0 \quad (6)$$

上式中, S 为任意控制面, ∂S 为控制面边界, I_x, I_y 分别为控制面外法线在直角坐标系下的两个方向, 其它变量为:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \alpha_x \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ p u H - u \alpha_x - v \tau_{xy} - K \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix},$$
$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \alpha_y \\ p v H - u \tau_{xy} - v \alpha_y - K \frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix},$$

上式中, u, v 为直角坐标系下速度两个方向的分量, $\alpha_x, \alpha_y, \tau_{xy}$ 为应力张量的分量, ρ, E, H, p, T 分别为流体的密度、总能、总焓、压力和温度, μ, K 分别为流体的粘性系数和热传导系数.

采用 Spalart-Allmaras 湍流模型使方程组封闭来封闭方程组, 具体参数定义及取值见参考文献[7]. 数值求解 RANS 方程采用时间推进法, 对流项离散采用二阶中心差分格式, 粘性项离散采用迎风差分格式, 时间项离散采用 4 阶 Runge-Kutta 格式. 边界条件由特性关系式给定: 进口给定总温、总压和气流进口角; 出口给定背压. 为加速收敛, 采用多重网格、局部时间步长和残差光滑技术以获得较快的收敛速度.

3 Niche GAs 及其流程

Niche GAs 引进生物学中的小生境概念, 其基本思想^[8] 是: 首先比较任两个个体间的距离与给定值 L 的大小, 若该距离小于给定值, 则比较其适应度大小. 对适应度较小的个体施加一个较强的惩罚, 极大地降低其适应度. 也就是说, 在距离 L 内将只有一个优良个体, 从而既维护了群体的多样性, 又使得个体能够在整个优化空间中分散开来. 因此, 它能够较好地处理多峰值函数全局寻优问题.

Niche GAs 的程序流程如图 2 所示: 首先随机生成一个规模为 M 的种群; 然后通过叶型建模、网格生成、CFD 分析和适应度计算这四个步骤来完成个体适应度评价, 并按适应度大小对种群进行降序排序, 记录前 N 个个体($N < M$); 接着进行随机联赛选择、自适应交叉和变异遗传操

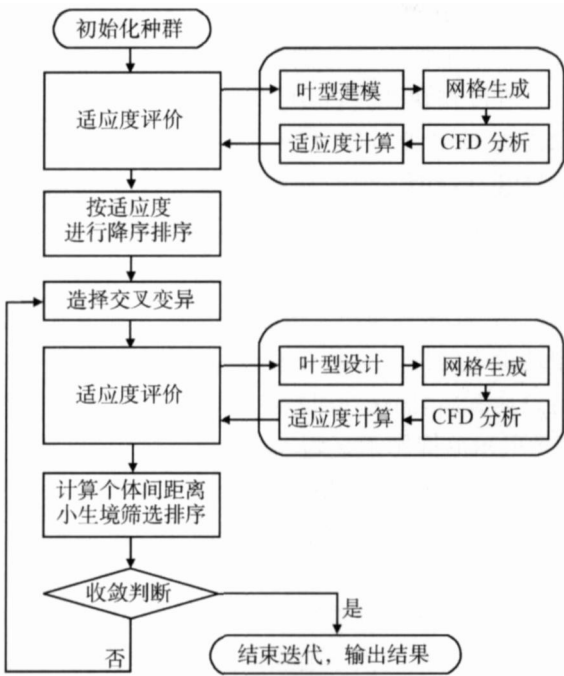


图 2 Niche GAs 流程图

Fig 2 Flow chart of the Niche GAs

作;再评价适应度,将变异得到的 M 个个体和上次记录下来的前 N 个个体合并成一个新群体,应用小生境技术对新种群进行筛选排序,并记录前 N 个个体;最后进行收敛判断.如此一代代进化,逐渐演化出越来越好的个体,直至满足设定的收敛条件.

(1) 自适应交叉与变异

为了提高算法的局部寻优能力和全局搜索效率,防止算法出现停滞和早熟现象,引入了自适应策略即自适应交叉和自适应变异.自适应交叉和变异概率函数的表达式定义如下:

$$P_c(i) = P_{c0}(1 - i/M)^{1/2} \tag{7}$$

$$P_m(i) = P_{m0}(\exp(1 - i/m) - 1)/(\exp(1 - i/M) + 1) \tag{8}$$

上式中, $P_c(i)$ 和 $P_m(i)$ 分别为第 i 个个体的交叉和变异概率, i 的大小由其适应度排序决定(i 越大对应个体的适应度越大), P_{c0} 和 P_{m0} 分别为常规交叉概率和常规变异概率.

(2) 小生境筛选

为保持经过交叉变异后种群的多样性,限制相似个体在群体中增加,迫使个体在设计变量空间中分布开来,以加速求出所有最优解,引入下述距离函数:

$$d_{ij} = \|X_i - X_j\| =$$

$$\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ik} - x_{jk})^2} \begin{cases} i = 1, 2, \dots, M + N - 1 \\ j = i + 1, \dots, M + N \end{cases} \tag{9}$$

式中, d_{ij} 为个体 X_i 和 X_j 之间距离, x_k 为父代第 i 个个体的第 k 个元素, n 为设计变量的个数.

当 $d_{ij} < L$ 时,比较个体 X_i 和 X_j 的适应度大小,并对其中适应度较小的个体处以惩罚函数: $\min(X_i, X_j) = p \min(X_i, X_j)$, 其中 p 为惩罚因子.

4 Niche GAs 性能测试

为测试本文提出的 Niche GAs 优化模型寻优性能和健壮性,选取二元多峰值 Shubert 函数作为测试函数,寻求其最大值. Shubert 函数的数学模型可表述为:

$$\begin{aligned} \max f(x^1, x^2) = & \sum_{k=1}^5 (k \cos(k + 1)x_1 + k) \sum_{k=1}^5 (k \cos(k + 1)x_2 + k) \\ \text{s. t. } & -2 \leq x_1, x_2 \leq 2 \end{aligned} \tag{10}$$

从图 3 可以看出,在寻求该测试函数最大值的过程中极易陷入局部最优值.图 4 给出了在随机给定初始种群的情况下进行 5 次寻优试验的收敛进程(进化参数取值为:种群规模 $M = 50$, 常规交叉概率 $P_{c0} = 0.8$, 常规变异概率 $P_{m0} = 0.05$, 距离参数 $L = 0.01$).由图 4 可见, Niche GAs 可以较快找到全局最优值,同时也显示了出很强的健壮性.

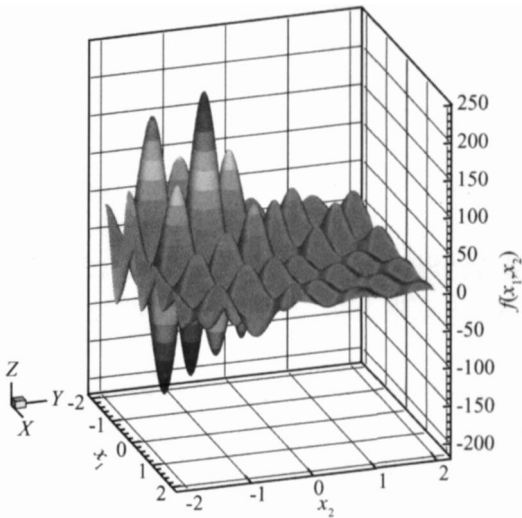


图 3 Shubert 函数图

Fig. 3 Profile of Shubert function

5 叶栅升阻比优化与结果分析

一个最优化命题的建立通常包括目标函数的

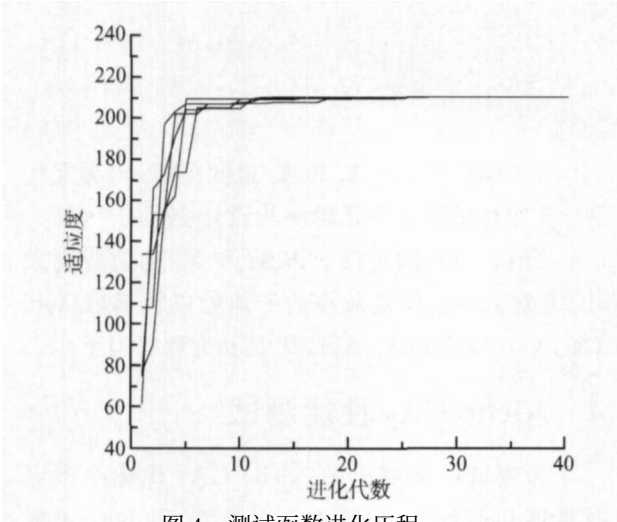


图 4 测试函数进化历程

Fig. 4 Convergence histories of test function

建立、设计变量的选择、约束条件的确定及其处理方法等方面，并形成完整的数学模型。升阻比是叶轮机叶片的重要气动性能，它直接关系到叶轮机效率，因此本次优化以极大化叶栅的升阻比作为目标函数。为减少设计变量的个数，固定 Bezier 曲线特征多边形控制点的横坐标，选以其纵坐标为设计变量。为防止在寻优过程中叶栅可能变得即薄又平而使做功能力和强度不能满足要求，选以叶栅的进出口几何安装角不变，叶栅截面的面积不小于初始叶型的 80% 和优化叶型阻力系数不大于初始叶型为约束条件。因此本次优化设计的表达式为：

$$\begin{aligned} \max J(\Gamma_b^p, \Gamma_b^s, \Gamma_b^p, \Gamma_b^s, \Gamma_b^s) &= C_L / C_D \\ \text{s. t. } \beta_{1A} &\equiv C, \beta_{2A} \equiv C \\ S &\geq 80\% S_{\text{ref}} \\ C_D &\leq C_{D\text{ref}} \end{aligned} \tag{11}$$

上式中， J 为叶栅叶型的升阻比； C_L 、 C_D 分别为叶型的升力系数、阻力系数， $C_{D\text{ref}}$ 为初始叶型的阻力系数； β_{1A} 、 β_{2A} 分别为叶型进、出口几何安装角； S_{ref} 、 S 分别为初始叶型及优化叶型的横截面积。

约束条件的处理采用松紧罚函数法，其基本思想为：在优化过程的初期，惩罚轻一些，有利于优化进程的进行；到了后期，则惩罚重一些，促使快速优化进程收敛。最后，新的目标函数即适应度函数为：

$$\begin{aligned} F_{\text{obj}} &= J(\Gamma_b^p, \Gamma_b^s, \Gamma_b^p, \Gamma_b^s, \Gamma_b^s) + (t/T)^{\rho} \cdot \\ &\bar{f} [c(\max(Q C_D - C_{D\text{ref}}))^2 + s(\min(Q S - 0.8 S_{\text{ref}}))^2] \end{aligned} \tag{12}$$

上式中， t 和 T 分别为当前迭代代数和最大迭代代数； $\bar{f}$ 为个体适应度的平均值； ρ 为系数，取 1.2； c

和 s 分别为阻力系数和叶型面积的惩罚因子，均取 0.01； η 的上标 P 、 S 分别代表压力面和吸力面。

在叶栅优化过程中，Niche GAs 的进化参数除距离 L 变成 0.05 以外，其它参数的取值与测试函数过程中给出的相同。图 5 给出了初始叶栅型线和优化叶栅型线对比情况，可以看出，在保证机械强度的约束条件下，优化后的叶型厚度整体相应变薄。图 6 和图 7 分别是初始叶栅和优化叶栅通道中的压力系数分布云图。从这两云图可以清楚地看出，优化叶栅在叶型的前缘点附近（如图 6、7 所示的椭圆形区域）的压力系数（1.26）高于初始叶栅的相应区域（1.19），并且高压区域面积亦大于初始叶栅；而优化叶栅的叶型后缘点附近（如图 6、7 所示的圆形区域）的压力系数（-0.46）也明显高于初始叶栅（-1.37），且优化前后压力系数增大的幅度大于前缘点附近。图 8 给出了优

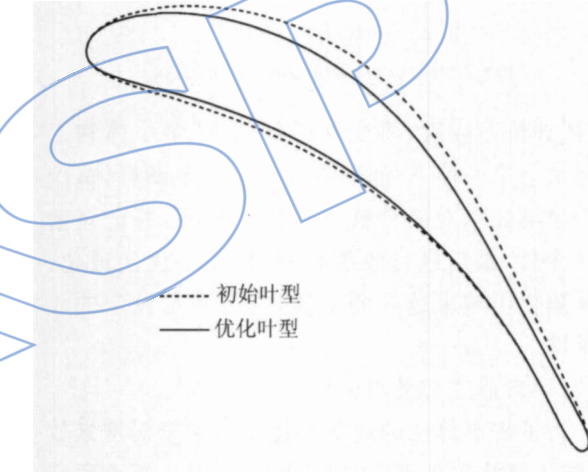


图 5 优化叶栅与初始叶栅叶型对比图

Fig. 5 Comparison of cascade blade geometries

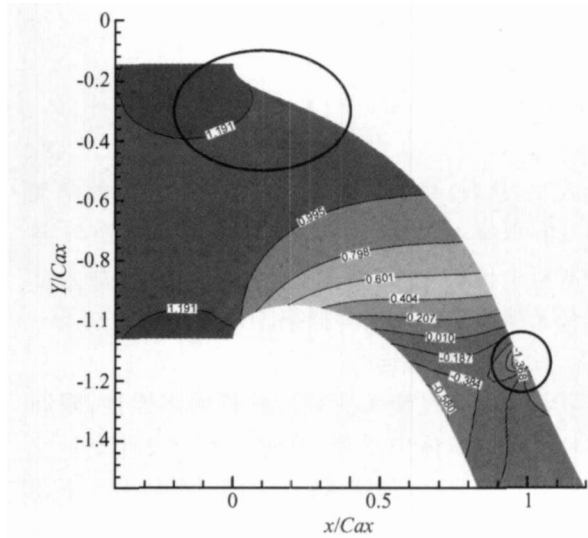


图 6 初始叶栅流道压力分布

Fig. 6 Pressure distribution of the initial cascade

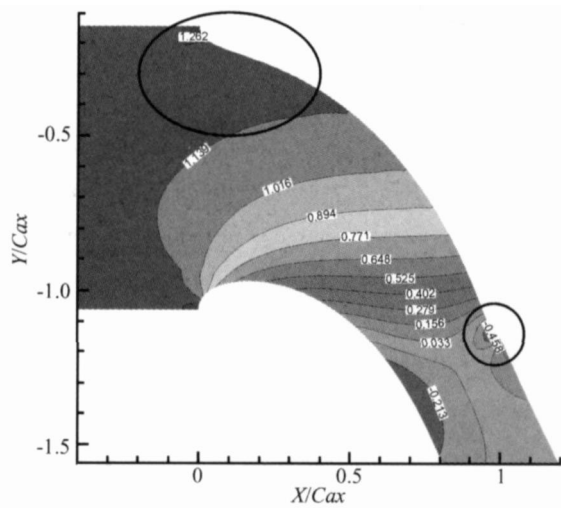


图 7 优化叶栅流道压力分布
Fig. 7 Pressure distribution of the optimized cascade

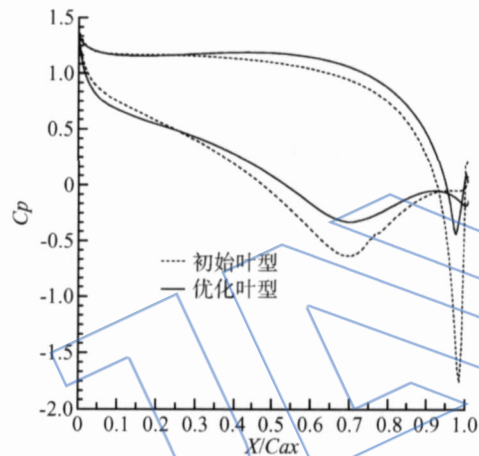


图 8 优化叶型与初始叶型压力系数对比图
Fig. 8 Comparison of pressure coefficient distributions

化叶型与初始叶型压力系数对比情况, 可以看出, 优化叶型的叶盘和叶背的压力分布较初始叶型均匀且其值基本大于初始叶型. 从气动无量纲化的结果来看, 优化叶栅的气动阻力系数比初始叶栅减小 3.2%, 升阻比增加了 8.3%.

6 结 论

本文发展了一种平面叶栅叶型全局优化设计

的新方法. 提出的 Niche GAs 相对于传统遗传算法, 具有搜索效率高和鲁棒性强等特点. 典型的数学测试函数验证了该算法的有效性. 针对遗传算法的搜索原理和翼型气动外形要求光滑的特点, 提出了与之相适应的 Bezier 曲线参数化表达, 对初始叶型进行了拟合及参数化, 使优化空间大大缩小. 将 Niche GAs 与 RANS 方程数值求解相结合, 对一平面叶栅叶型以极大化升阻比为目标函数进行了优化设计. 得到优化叶型的阻力系数比初始叶栅减小 3.2%, 升阻比提高了 8.3%, 表明该优化方法是有效的.

参考文献:

[1] 刘高联. 平面叶栅气动设计的最优化理论[J]. 力学学报, 1980, 4: 337-346.
LIU Gaolian. Optimum theory of the cascade aerodynamic design[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 1980, 4: 337-346.
[2] Shelton M L, Gregory B A. Optimization of a transonic turbine airfoil using artificial intelligence, CFD and cascade testing[R]. ASME Paper 1993 GT-161.
[3] Pierret S, Van den Braembussche R A. Turbomachinery blade design using a navier stokes solver and artificial neural network[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 1999, 121: 326-332.
[4] Reuther J, Jameson A. Aerodynamic shape optimization of complex aircraft configurations via an adjoint formulation [R]. AIAA Paper 1996 0094.
[5] Burguburu S, Toussaint C, et al. Numerical optimization of turbomachinery bladings[J]. ASME Journal of Turbomachinery, 2004, 126: 91-100.
[6] Oksuz O, Akmancor I S. Aerodynamic optimization of turbomachinery cascades using euler/ boundary layer coupled genetic algorithms[R]. AIAA Paper 2001-2577
[7] Spalart P R, Allmaras S R. A one equation turbulence model for aerodynamic flows[R]. AIAA Paper 1992 0439.
[8] Goldberg D E, Richardson J. Genetic algorithms with sharing for multimodal function optimization[R]. Proc. 2nd Int. Conf. Genetic Algorithms and their Applications, 1987, 41-49.