

文章编号: 1000-8055(2007)01-00079-06

提取流管实验装置中声衬声阻抗的 模态方法

管 莹, 王同庆, 王 利

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘 要: 发展了一种模态匹配方法进行有均匀流条件下敷设声衬的二维矩形流管中声传播的计算, 计算结果与 NASA 流管实验结果和 CAA 计算结果符合得很好. 在此基础上, 着重介绍采用求极值的变尺度法优化目标函数和给定求解范围寻找目标函数最小值两种方法进行管内未知声阻抗的提取, 给出了算例验证, 并分析了随机误差和已知声压点数对计算结果的影响.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 流管; 模态匹配; 声传播; 声阻抗提取

中图分类号: V211.1

文献标识码: A

A mode-match method for extracting impedance of liners in flow duct facility

GUAN Ying, WANG Tong-Qing, WANG Li

(School of Jet Propulsion,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A mode-match method was developed for calculating the sound propagation in two-dimensional lined rectangular flow duct with uniform flow, the prediction results agree well with the data from NASA flow duct facility and CAA calculation. Based on these, an unknown impedance extracting is implemented by applying changed-scales method to optimize object function or by pursuing a minimum of object function in a given region. The two methods are validated by some cases and the effects of random error and the number of input pressure on the results are analyzed.

Key words: aerospace propulsion system; flow duct; mode-match; sound propagation; impedance extracting

在发动机管道内敷设声衬是降低发动机噪声辐射的主要途径. 声衬的最主要声学特性是其声阻抗, 在不同流动工况下它是不同的. 流管实验装置即是测量流动工况下声衬材料声阻抗的装置. 北航流体与声学工程实验室依据 NASA 报告建立了国内第一台流管实验装置^[1]. 应用其测量声阻抗需要依据流管测量的声压分布计算管内敷设声衬的声阻抗(称为反问题); 计算过程需要重复

循环计算给定声阻抗求解声压分布的边值问题^[2](称为正问题), 对应每个阻抗计算得到的声压值与已知声压值相比较, 直到二者充分接近, 此时对应的阻抗值即为要求的未知声阻抗.

提取矩形流管中声衬声阻抗的计算, 国外主要采用有限元方法^{[3][4]}进行正问题的计算, 然后给定阻抗范围寻找使目标函数取最小值的阻抗值, 即为未知阻抗. 但有限元在进行正问题的计算

收稿日期: 2005-12-19; 修订日期: 2006-05-09

基金项目: 航空基金资助项目(03c51029) 自然科学基金资助项目(10272015)

作者简介: 管莹(1981-), 女, 辽宁抚顺人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院博士生, 主要从事气动声学研究.

时,需要在管道内划分网格进行整场的计算,因此在进行反问题的计算时,每对应一个阻抗值计算一次正问题,就要进行全场网格的计算,十分费时,尤其是高频情况需要计算较多网格点的情况。为了克服这个缺点,本文采用解析的模态匹配方法进行正问题的计算,将声压写成各模态正向波和反向波叠加的形式,通过声源和端口平面的模态向量相关方程、均匀段前后面的系数匹配、阻抗间断面声压和声质点速度积分相等的匹配求解轴向阻抗间断面处各模态的前传和后传模态系数,从而叠加得到管内声场。这种方法可以求解管内任意一点的声压值而不需要计算全场,而且物理意义明确,并且采用同伦的方法求解特征值问题,保证了特征值求解的正确性与稳定性。正问题求解的正确性在以前的工作中通过与 CAA 计算结果和 NASA 流管实验结果的对比得到了验证,本文在下面进行简略的介绍。在此基础上,本文着重介绍流管内声衬声阻抗提取计算。由于正问题只需要计算指定点的声压,因此求解反问题时计算快速。在已知管道表面压力分布情况下,采取两种方法提取声衬段的未知声阻抗。一种是采用求解极值问题的变尺度法对目标函数进行优化提取声阻抗,这种方法需要给定适当的求解阻抗的初值。另一种是给定阻抗求解范围,寻找对应目标函数取最小值的阻抗值,即为给定压力分布对应的声阻抗,可采取先粗后细的网格分两步进行。粗网格计算结果也可以为第一种方法提供计算初值。本文重点在于反问题求解方法,只考虑端口无反射情况,考虑端口反射的反问题与此相同。

1 正问题的理论模型与计算结果

正问题是计算反问题的理论基础,即给定声衬的声阻抗,如何求解管内声压分布。下面简要介绍正问题的求解过程。

1.1 无限长管道特征值的求解

如图 1 所示的二维矩形管道,二维声场满足的对流波动方程为:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + V_z \frac{\partial}{\partial z} \right) p = 0 \quad (1)$$

V_z 为轴向均匀流速度, c 为声速。

位移边界条件为:

$$\text{硬壁段: } \frac{\partial p_x}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\text{软壁段: } \frac{\partial p_x}{\partial x} = -ik\beta \left[1 - \frac{k_z}{k} Ma_z \right]^2 p_x \quad (3)$$

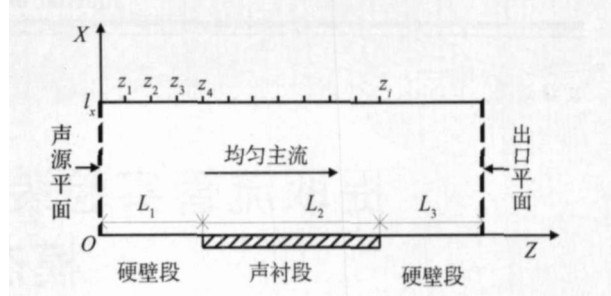


图 1 二维管道及坐标

Fig. 1 Two dimensional duct and coordinate system

k_z 为轴向特征值, $k = \omega/c$, Ma_z 为轴向马赫数, p_x 为 x 向的驻波形式的声压表达式。

采用模态分解并叠加得到的无限长管道的声压表达式为:

$$p(x, z, t) = \sum_{n_x} A_{n_x} p_x(k_{x, n_x} x) e^{-ik_{z, n_x} z} e^{i\omega t} \quad (4)$$

n_x 为 x 向模态阶数, A_{n_x} 、 k_{x, n_x} 、 k_{z, n_x} 分别为 n_x 阶模态对应的模态系数、 x 向和 z 向特征值。

将上式代入边界条件得到关于 k_x 的特征方程:

$$k_x l_x \tan(k_x l_x) = ik\beta \left[1 - Ma_z \frac{k_z}{k} \right]^2 \quad (5)$$

l_x 为 x 向管道高度, β 为声衬段导纳。

$$\text{其中 } \frac{k_z}{k} = \frac{-Ma_z \pm \sqrt{1 - (1 - Ma_z^2) \frac{k_x^2}{k^2}}}{1 - Ma_z^2}$$

这里采用同伦方法求解特征方程,既容易确定初值,又避免了 Eversman 提出的 R-K 法的奇异性,有较好的数值稳定性。首先,构造辅助函数 H 为:

$$H(k_x, t) = (1-t)G(k_x) + tF(k_x) = 0 \quad (6)$$

其中, $G(k_x) = 0$, $F(k_x) = 0$ 分别为硬壁和软壁特征值方程。然后构造关于特征值 k_x 的常微分方程为:

$$dk_x/dt = -(\partial H/\partial t)/(\partial H/\partial k_x) \quad (7)$$

以 $t=0$ 硬壁特征值为初值,用 R-K 法计算 $t=1$ 时的特征值,即软壁特征值。特征值的精确求解对采用模态匹配法进行正反问题的计算至关重要。

1.2 有限长管道的模态匹配方法

对图 2 所示有限长管道第 J 段的声压用进口端面 $j-1$ 的正向传播模态和出口端面 j 的反向传播模态表示:

$$p_a^{(J)}(x, z) = \sum_{n_x} [A_{n_x}^{+(j-1)} p_x(k_{x, n_x}^+ x) e^{-ik_{z, n_x}^+ (z - z_{j-1})} + A_{n_x}^{-(j)} p_x(k_{x, n_x}^- x) e^{ik_{z, n_x}^- (z_j - z)}] \quad (8)$$

$A_{n_x}^{+(j-1)}$, $A_{n_x}^{-(j)}$ 分别对应于第 J 段 n_x 阶模态进口端面前传模态系数和出口端面后传模态系数。

$k_{x,n_x}^+, k_{x,n_x}^-, k_{z,n_z}^+, k_{z,n_z}^-$ 分别为前传和后传 x, z 向特征值.



图 2 模式匹配法示意图

Fig. 2 Schematic of mode match method

用以下三类匹配方程进行模式匹配:

(1) 声源前传和出口后传模式向量方程:

$$[I]A^{+S} - [R_S^{S,-S}]A^{-S} = Q_S \tag{9}$$

$$[I]A^{-T} - [R_T^{T,+T}]A^{+T} = Q_T \tag{10}$$

$[R_S]$ 和 $[R_T]$ 分别是源和出口平面的反射矩阵;
 $[Q_S]$ 和 $[Q_T]$ 分别是源和出口平面的广义模式向量

(2) 均匀管道段传播方程:

$$A_{nx}^{+(j)} = A_{nx}^{+(j-1)} e^{-ik_{z,n_x}^{(j)} L_j} \tag{11}$$

$$A_{nx}^{-(j-1)} = A_{nx}^{-(j)} e^{-ik_{z,n_x}^{(j)} L_j} \tag{12}$$

(3)、轴向声导纳不连续平面传播方程:

由阻抗间断面的声压和声质点速度积分相等得到

$$\{A^{+(k)}\} = [T^{+(k),+(j)}]\{A^{+(j)}\} + [R^{(k),-(k)}]\{A^{-(k)}\} \tag{13}$$

$$\{A^{-(j)}\} = [T^{(j),-(k)}]\{A^{-(k)}\} + [R^{(j),+(j)}]\{A^{+(j)}\} \tag{14}$$

其中, $[T^{+(k),+(j)}]$, $[R^{+(k),-(k)}]$, $[T^{-(j),-(k)}]$, $[R^{(j),+(j)}]$ 分别是轴向阻抗间断面处的前传和后传的传递矩阵和反射矩阵.

利用以上方程, 可根据端口广义模式向量, 声学参数和流动参数计算各截面模式系数, 从而得到管道内声场.

1.3 数值计算结果

为验证正问题的正确性计算图 1 所示敷设声衬的二维矩形管的声传播, 管高 $l_x = 0.0508\text{ m}$, 各段长度为 $L_1 = 0.20955\text{ m}$, $L_2 = 0.38735\text{ m}$, $L_3 = 0.2413\text{ m}$, 各频率阻抗值见表 1.

图 3 为 $Ma_z = 0.3$ 时, 对不同频率计算得到的管道上壁面沿轴向声压级与 NASA 流管实验^[5]和 CAA 计算结果^[6]的对比(—, 模式匹配; ○, NASA 流管实验; ▲, 文献[6] CAA):

计算结果显示: 入口刚壁段由于阻抗间断面的反射, 形成驻波, 并且随着频率的增大, 波长减

表 1 各频率阻抗值

Table 1 Impedance data of different frequencies

频率/ Hz	阻抗
1000	0.46+ 0.03i
1500	1.08+ 1.38i
2500	1.26- 1.53i
3000	0.69- 0.24i

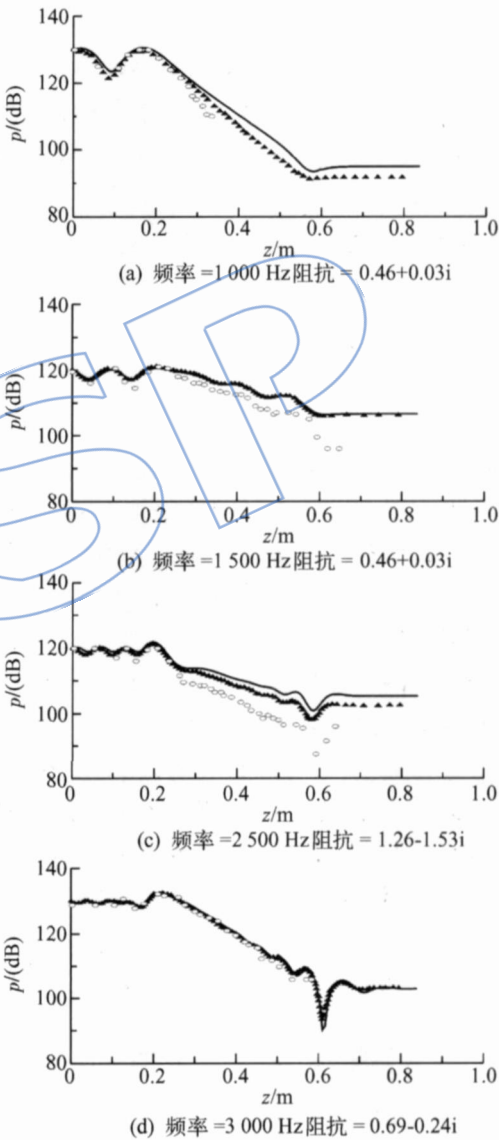


图 3 不同频率下管道上壁面声压级, $Ma_z = 0.3$

Fig. 3 Sound pressure along the upper wall at different frequencies for $Ma_z = 0.3$

小. 在出口刚壁段声衬出口与硬壁交接的区域会出现声压波动快速衰减过程, 这是声衬段激起的高阶模式快速衰减的表现. 声衬段声压级是逐渐衰减的.

对比结果表明: 模式匹配方法与 CAA 计算

结果和 NASA 实验结果比较一致, 与实验结果略微不同的原因一是可能实验测量误差, 二是可能理论模型没有考虑剪切流的影响. 正问题计算的正确性为反问题计算奠定了基础.

2 反问题的理论模型与计算结果

反问题是已知管内声压分布, 计算能够产生此声压分布的声衬的声阻抗. 假设 ζ 是未知的声衬阻抗, 对应于 ζ 的上壁面声压为 $\bar{p}(x_n, H)$, 对应于阻抗 ζ_J 用模态匹配法求解的上壁面声压为 $p(x_n, H)$, ζ_J 与 ζ 的接近程度用壁面误差函数 $EW(\zeta_J)$ 表示, 则决定声衬未知阻抗问题就转化为求最小值问题, 即求出使目标函数 $EW(\zeta)$ 取全局极小值的 ζ 值. 下面介绍两种提取阻抗的方法.

2.1 采用变尺度方法^[7]提取声衬声阻抗

目标函数为:

$$EW(\zeta_{l,j}) = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m | \bar{p}(x_n, H) - p(x_n, H) |$$

(15)

其中 m 为已知声压的点数. 这里采用变尺度法计算使目标函数取极小值时的函数值, 算法中需要的目标函数的导数采用中心差分给出. 这种方法有较好的数值稳定性, 但需要给定恰当的求解阻抗的初值, 才能得到较好的结果.

在实际的实验测量中测量误差不可避免, 作为反问题输入参数的管道上壁面声压的测量值是有一定误差的, 为了研究输入数据的误差对反问题计算的影响, 这里假设管道上壁面声压测量值的误差在 $\pm 0.1\text{dB}$ 范围内, 令含有误差的声压为 $\hat{p}(x_l, H) = \bar{p}(x_l, H) E_r$, 其中 $E_r = 10^{0.1/20}$.

计算表明, 只要初值给定恰当, 采用变尺度方法求得的阻抗值与真实值吻合的很好. 但由于目

表 2 采用变尺度法求的阻抗值与真实值的比较
($Ma_z=0.3$)

Table 2 Comparison between the results by
changed scales method and real impedance for $Ma_z=0.3$

频率/Hz	1 000	1 500
阻抗真实值	(0.46, 0.03)	(1.08, 1.38)
阻抗计算值 (无误差)	(0.460 000 09, 0.029 999 83)	(1.079 999 97, 1.380 000 50)
阻抗计算值 (误差为 0.1 dB)	(0.463 038 91, 0.031 226 36)	(1.077 508 21, 1.399 004 42)
频率/Hz	2 500	3 000
阻抗真实值	(1.26, -1.53)	(0.69, -0.24)
阻抗计算值 (无误差)	(1.260 000 21, -1.529 999 92)	(0.690 000 05, -0.240 001 07)
阻抗计算值 (误差为 0.1 dB)	(1.259 998 52, -1.547 868 85)	(0.691 213 10, -0.235 785 07)

标函数不是连续的单连通域, 存在间断, 这是由于阻抗值在一些特殊点是没有物理意义的, 因此初值必须要给定恰当, 否则得不到正确的解.

从给定输入误差的计算结果可以看出, 在通常流管测量的误差范围内, 阻抗提取的结果与真实值相差不大. 说明在一定测量误差范围内, 仍能得到较为准确的阻抗值.

图 4 给出了上壁面已知声压点的个数 m 对结果的影响, 频率为 3 000 Hz, m 分别取 5, 10, 50,

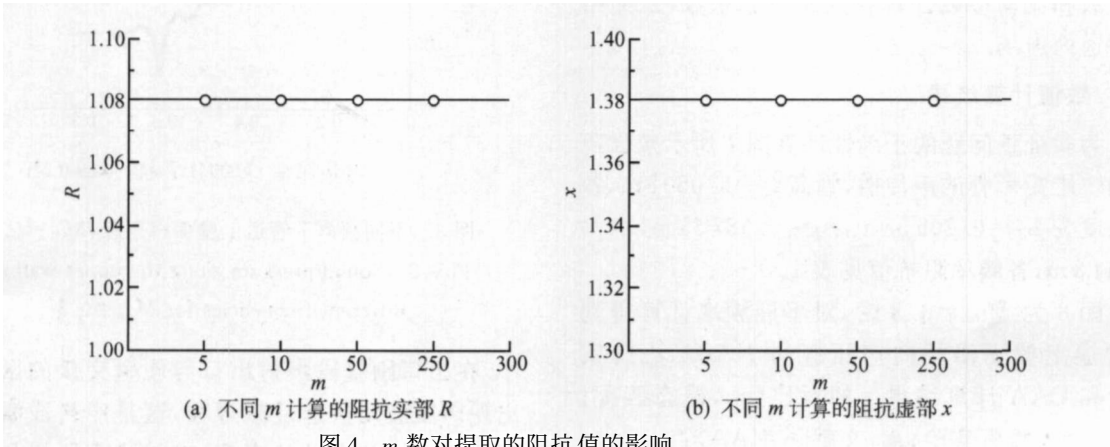
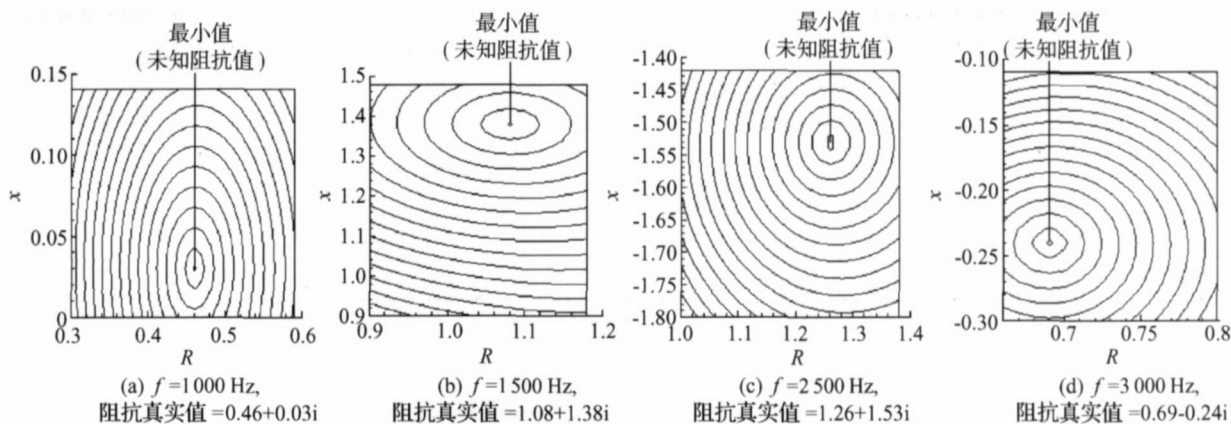


Fig. 4 Effect of m to extracted impedance

图 5 不同频率下优化得到的阻抗值 ($Ma = 0.3$)Fig. 5 Extracted impedance by optimization at different frequencies for $Ma = 0.3$

250. (—: 真实值, ○: 计算值)

结果表明: 上壁面声压已知点的个数 m 对阻抗提取的计算没有多少影响. 因此, 若采用模态匹配法计算反问题, 只需要计算较少个上壁面声压值就可以得到很好的计算结果, 大大节省了计算时间. 但若采用有限元方法求解, 则无论已知点个数 m 取多少, 每计算一次正问题, 都必需计算整场网格点声压, 十分费时.

2.2 给定求解范围寻找目标函数最小值

目标函数为:

$$\overline{EW}(\zeta_U) = \overline{EW}(\zeta_U) / \overline{E}_{\max} \quad (16)$$

其中 $\overline{EW}$ 与 2.1 中定义相同, $\overline{E}_{\max}$ 为所求的所有阻抗点的 $\overline{EW}$ 中的最大值. 在阻抗的复平面上给定包含阻抗真实值的求解范围, 画出此范围内目标函数的等值线图, 目标函数最小值对应的阻抗值即为寻找的未知声阻抗. 当真实阻抗的范围未知时, 可以首先给定较大的范围, 采用阻抗平面的粗网格, 确定此大范围内目标函数取最小值的阻抗点, 再以这个阻抗点为中心, 在阻抗平面小范围内画一个较密的网格, 寻找使目标函数取最小的点, 即为未知阻抗值. 粗网格计算的结果也可以为应用变尺度方法计算时初值的选取提供依据.

图 5 为表 1 各频率下, 在小范围内, 采用求解目标函数最小值的方法求得的阻抗值, 各频率对应的真实声阻抗值如表 1 所示.

从表 2 和图 5 可以看出, 无论是采用变尺度方法求得的阻抗值还是求目标函数最小值方法求得的阻抗值都与真实阻抗值十分吻合, 从而验证了基于模态匹配的提取声衬声阻抗方法的有效性.

3 结 论

(1) 通过采用模态匹配法进行正问题的计算

结果与 NASA 流管实验结果和 CAA 计算结果的对比, 证明了模态匹配法计算正问题的正确性. 为计算反问题奠定了基础.

(2) 由于模态匹配法计算的高效性, 不需要计算整场, 只要取足够的模态阶数就可以和有限元精度相当, 使得它比有限元方法更适合进行流管中声阻抗提取的计算, 特别是可以取很少的计算点就能得到较好的结果, 并且对输入误差的影响不是很敏感.

(3) 本文介绍的两种基于模态匹配的反问题方法各有利弊, 可相互校核, 满足实际声阻抗提取需要.

(4) 目前反问题计算在遇到特殊阻抗点时会出现异常, 今后需进一步考虑减小特殊阻抗值的影响.

参考文献:

- [1] 李晓峰, 王同庆, 史伟. 声衬流动声性能测量的流管实验装置设计及调试[J]. 航空动力学报, 2005, 20(6): 1037-1040.
LI Xiaofeng, WANG Tongqing, SHI Wei. Design and adjustment of flow duct facility for acoustic liner measurement[J]. Journal of Aerospace power, 2005, 20(6): 1037-1040.
- [2] 管莹, 王同庆, 王利. 流管实验装置中声传播计算的模态方法[J]. 工程热物理学报, 2006, 27(4): 595-597.
GUAN Ying, WANG Tongqing, WANG Li. A mode matching method for calculating sound propagation in flow duct equipment[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2006, 27(4): 595-597.
- [3] Watson W R, Jones M G, Tanner S E and Parrott T L. A finite element propagation model for extracting normal incidence impedance in nonprogressive acoustic wave fields[R]. NASA TM 110160, April 1995.
- [4] Watson W R, Jones M G, Parrott T L. Validation of an imr

pedance eduction method in flow [R]. AIAA-98-2279.

[5] Parrott T L, Watson W R, Jones M G. Experimental valir
dation of a two dimensional shear flow model for determin
ing acoustic impedance [R]. NASA TP 2679, 1991.

[6] Li X D, Thiele F. Numerical computation of sound propa
gation in lined ducts by time domain impedance boundary
conditions [R]. AIAA 2004-2902

[7] 何光渝,高永利. Visual Fortran 常用数值算法集 [M]. 北
京: 科学出版社, 2002: 508-513.

致谢审稿人

《航空动力学报》对 2006 年第 21 卷第 1- 6 期审稿专家们的辛勤劳动和对本刊的大力支持表示衷心的感谢!

第 21 卷审稿专家名单(按姓氏笔画为序)

丁水汀	于达仁	马宏伟	马家驹	马朝臣	尹泽勇	方 韧	方宗德	王戈一	王占学	王宁飞
王正明	王先炜	王如根	王三民	王存诚	王延荣	王建军	王松涛	王荣桥	王家骅	王 强
王锁芳	王新月	王德友	王 曦	邓正隆	邓景辉	冯国泰	冯虎田	史新兴	叶中元	叶志锋
皮 星	任兴民	刘大有	刘友宏	刘火星	刘占生	刘 宇	刘启洲	刘宝杰	刘 波	刘绍伦
刘前智	刘先正	刘高恩	吉洪湖	吕文林	吕志咏	孙纪国	孙 茂	孙晓峰	庄达民	朱之丽
朱孝业	朱梓根	朱惠人	任玉新	毕树生	米 栋	闫国军	闫晓军	严传俊	严 明	何小民
何立明	何洪庆	余建祖	吴丁毅	吴大观	吴玉林	吴立强	吴 宏	吴寿生	吴 虎	张大林
张德良	张绍基	张召明	张义民	张为华	张扬军	张 丽	张欣欣	张 津	张堃元	张靖周
怀寿章	李本威	李应红	李志信	李志强	李舜韶	李宏新	李其汉	李润方	李惠峰	李 锋
杨士杰	杨宏斌	杨茂林	苏三买	苏卫东	苏 彬	谷正气	邵万仁	邹正平	陆 山	陆亚钧
陆利蓬	邱志平	陈乃兴	陈万春	陈大光	陈平剑	陈 江	陈国定	陈海昕	陈焕倬	单 鹏
周骥平	周立新	周柏卓	周新海	孟庆明	季路成	季鹤鸣	岳连捷	岳珠峰	昂海松	林宇震
林贵平	欧阳祖行	武哲	罗 汀	苗海燕	范 玮	金 捷	侯凌云	侯敏杰	姚 华	姚朝晖
姜长生	姜宗林	姜培学	姜彩虹	姜 楠	施法中	胡平信	胡 骏	赵坚行	赵晓路	钟易成
饶寿期	唐正飞	夏智勋	席 光	徐世杰	徐 旭	徐启华	徐南荣	徐惊雷	桂幸民	秦卫阳
翁春生	聂景旭	聂超群	袁卫星	袁 新	袁 巍	郭迎清	郭海丁	顾春伟	顾维藻	高 歌
高德平	常春江	康 宁	康 锐	曹义华	曹玉璋	曹用涛	梁国柱	黄向华	黄金泉	傅立敏
彭晓峰	温卫东	程 礼	葛 宁	董文华	蒋德明	韩启祥	廉筱纯	楼狄明	虞 烈	楚武利
蔚夺魁	蔡元虎	蔡体敏	蔡 虎	樊 江	樊 丁	樊思齐	魏小林	魏志军		