

文章编号: 1000-8055(2007)08-1303-06

一种可用于声衬优化设计的管道声传播有限元模型

卢镇波, 景晓东, 孙晓峰

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘 要: 以航空发动机消声短舱声学设计为目标, 发展了一种管道声传播有限元模型, 它包含了壁面声阻抗、管道截面积和形状变化、以及管内非均匀流动等典型影响因素. 应用该模型针对一种真实的高速转子声源进行了管道消声的数值模拟, 不仅得到了细致的管内声场分布情况, 更利用其快速的特点完成了声衬声阻抗的优化计算. 结果表明该模型具有工程应用价值.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 航空发动机消声短舱; 管道声学; 声衬; 有限元方法

中图分类号: V231

文献标识码: A

A finite element model of sound propagation in flow duct with its application to liner optimization

LU Zhen-bo, JING Xiao-dong, SUN Xiao-feng

(School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: A finite element model is presented for sound propagation in a flow duct with an acoustic liner, which incorporates the major practical effects of wall impedance, variable duct geometry and non-uniform flow. This model is applied to simulate the duct liner effect on reducing the noise of a real high-speed rotor. Both the distribution and reduction of the sound pressure inside the duct and the optimized liner impedance are obtained. The results show that the present model can be used for the design purpose of a duct liner in the practical engineering applications.

Key words: aerospace propulsion system; aeroengine nacelle; duct acoustics; acoustic liner; finite element method

目前民机技术中的发动机噪声控制问题在国内国外都越来越受到重视. 为了有效降低发动机的强大噪声, 一种关键技术是在短舱壁面上合理布置消声声衬. 实际上, 所谓短舱声学设计的一个主要目标就是如何确定声衬的长度、位置和声阻抗等几何和声学参数. 理论和实践都已证明, 通过声衬优化设计, 不仅能有效提高短舱降噪量, 而且还可减小短舱长度, 从而降低发动机的总体重量. 这双方面意义极大地推动了相关研究工作.

从目前短舱声学设计的发展来看, 一方面为了实现在精确的预测, 理论模型正试图纳入更多的实际因素, 除声衬所形成的软壁面条件外, 还包括由整流锥等结构引起的短舱管道截面积和形状变化, 以及管内非均匀气流等的影响. 另一方面, 全面优化设计所需的计算量越来越大, 因而要求所依靠的理论预测模型具有较高的计算效率, 也只有这样才能在可以容忍的时耗内完成无数次的反复寻优计算.

收稿日期: 2006-08-08; 修订日期: 2006-12-28

基金项目: 霍英东青年教师基金(91052), 航空基金(04C51031)

作者简介: 卢镇波(1980), 男, 广东普宁人, 硕士生, 主要从事航空声学研究.

面对以上需求和由此而来的种种难题, 基于有限元方法的管道声传播模型^[1-5], 因具有灵活的适用性和计算准确而又快速的优势, 成为了一种颇有影响的解决途径. 有资料显示, 包括美国航空航天局、波音公司等在内的著名研究机构和航空大企业都在依靠基于此类方法开发的计算程序进行短舱声学设计. 对比来看, 国内这方面的研究还相当缺乏.

本文目的是发展一种管道声传播的有限元模型, 从而能够在接近实际的条件下实现对管道消声效果的理论预测和声衬的优化设计.

1 基本控制方程

图 1 是一个变截面且有流动管道的示意图, 中间的结构可表示进气锥. 本文考虑轴对称圆管或环管的情况. 建立柱坐标系 (x, r, θ) , 使轴向坐标 x 沿管道中轴线, 且起点在进口平面内; r, θ 分别为径向和周向坐标. 假定流动无粘无旋, 那么时均流场满足如下等熵流控制方程

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \right) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{1}{2} V^2 + \frac{C^2}{\gamma_0 - 1} = \text{const} \tag{2}$$

其中声速 $C^2 = \gamma_0 p_0 / \rho$, $p_0, \rho_0, \mathbf{V}$ 和 Φ 分别为时均流场的压力、密度、速度和速度势, γ_0 为比热比. 另一方面, 声场满足以下关于扰动速度势 ϕ 的线性化方程

$$\frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} \phi - i\omega \phi \right] + \nabla \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{V} \phi + \rho \mathbf{V} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \right\} = \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\rho}{C^2} \omega^2 \phi + i\omega \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \phi) \right) \tag{3}$$

这里已假定扰动与时间成 $e^{i\omega t}$ 的简谐关系, 角频率 $\omega = 2\pi f$. 声压可进一步由扰动速度势给出

$$p = -\rho_0 (i\omega \phi + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi) \tag{4}$$

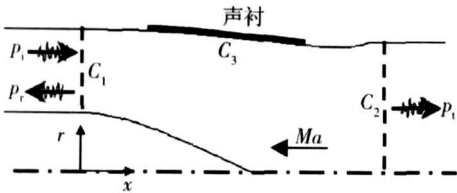


图 1 变截面且有流动管道声传播的示意图,
 C_1 和 C_2 分别是进、出口平面,
 C_3 是管壁面

Fig. 1 Schematic of sound propagation in a varying circular or annular lined ducts with flow

2 有限元模型

2.1 时均流场的计算

本文用有限元方法对上面控制方程进行求解, 首先确定时均流场, 然后再求解声场. 对于时均流动来说, 管壁面全部是刚性的, 则边界条件如下:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (\text{进口平面 } C_1) \\ \Phi = 0 & (\text{出口平面 } C_2) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 & (\text{管壁面 } C_3) \end{cases} \tag{5}$$

其中 $\mathbf{n}$ 为边界法向坐标. 对 (1) 做加权函数 W 的体积分, 并写成弱解形式

$$\iiint_{\Delta} W \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \Phi + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \Phi) \right) dV = \iiint_{\Delta} W \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \Phi + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \Phi) \right) \cdot \mathbf{n} dS \tag{6}$$

时均流场是轴对称的, 所以有限元离散只需在 (x, r) 平面内进行, 这里采用 8 节点等参数单元, 在每个单元上未知函数可以用节点函数值 Φ_k 乘以形状函数 N_k 的线性组合来表示

$$\Phi = \sum_k N_k \Phi_k \tag{7}$$

式中使用了求和约定. 在 (6) 中, 把权函数取为形状函数, 并代入 (7), 就建立了 Galerkin 有限元公式. 但是, 在 (6) 式中也存在未知的流场密度 ρ , 所以需要通过一个迭代过程完成计算: 首先给一个初始的均匀流场密度值, 并求解方程 (6) 得到速度势, 然后代入 (2) 可得到更新的流场密度, 从而进入下一次循环, 直到满足收敛条件为止.

2.2 声场的计算

2.2.1 有限元弱解表达式

对控制方程 (3) 写出加权积分的弱解表达式

$$\iiint_{\Delta} W \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \phi + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \phi) \right) dV = \iiint_{\Delta} W \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \phi + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \phi) \right) \cdot \mathbf{n} dS \tag{8}$$

其中

$$Q(\phi, W) = \frac{\rho_0}{C^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \phi - i\omega \phi \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{V} \phi + \rho \mathbf{V} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \right]$$

$$q(\phi, W) = \frac{\rho_0}{C^2} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{\rho}{C^2} \omega^2 \phi + i\omega \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \phi) \right) \right]$$

根据周期性边界条件, 势函数 ϕ 沿周向可以进行傅立叶分解而具有级数 $\phi_m(x, r) e^{im\theta}$ 之和的形式, 故可以先着眼于单个的 m 阶周向模态. 利用这一点, 只需在 (x, r) 平面内进行有限元离散, 把每个单元上的声学量写成 (7) 的形式, 与时均流有

限元公式的不同在于, 现在形状函数具有 $N_{k,m}(x, r)e^{im\theta}$ 的形式. 另外权函数 W 应取为形状函数的共轭. 后面为了简化表达, 除非必要都省略了变量的“ m ”下标和共同依赖的 $e^{im\theta}$ 项.

2.2.2 壁面边界条件

公式(8)右端的面积分包括了管道入口、出口条件和壁面边界条件. 在管壁面 C_3 上, 时均速度沿着切线方向, 因而这个面积分可简化为

$$I_b = \iint_3 N_j \frac{\phi \cdot \mathbf{n}}{\Delta} \mathrm{d}S \tag{9}$$

在未加声衬的部分, 壁面是刚性的, 边界条件可简单表示为

$$\mathbf{n} \cdot \frac{\phi}{\Delta} = 0 \tag{10}$$

而对于声衬段, 问题则比较复杂. 设 β 是声衬导纳, 那么根据 Myers^[6], 当地声压与法向声质点速度的关系如下:

$$\mathrm{i}\omega \frac{\phi \cdot \mathbf{n}}{\Delta} = [\mathrm{i}\omega + \mathbf{V} \cdot \frac{\mathbf{n}}{\Delta} - \mathbf{n} \cdot (\mathbf{n} \cdot \frac{\mathbf{V}}{\Delta})](\beta) \tag{11}$$

如果直接把(11)和声压表达式(4)代入(9)中来考虑壁面条件的影响, 就会遇到时均流速度势二阶偏导数的计算; 但是, 限于所采用的形状函数插值精度, 这并不容易准确得到. 为了解决了这个问题, 文献[4]中设计了一种巧妙的转换, 这里只给出结果

$$I_b = - \iint_3 R(N_j, \phi) \mathrm{d}S \tag{12}$$

其中

$$R(N_j, \phi) = \oint_3 [\mathrm{i}\omega N_j \phi + N_j \mathbf{V} \cdot \frac{\phi}{\Delta} - \phi \mathbf{V} \cdot \frac{N_j}{\Delta} - \frac{1}{\mathrm{i}\omega} (\mathbf{V} \cdot \frac{N_j}{\Delta}) (\mathbf{V} \cdot \frac{\phi}{\Delta})] \mathrm{d}S$$

可以看出上式已不涉及时均流速度势的二阶偏导, 适合于构建有限元模型.

2.2.3 无反射边界条件

如图 1 所示, 假设在变截面管道进、出口之外是无限长且均匀的刚壁圆管或圆环管, 为满足无反射边界条件, 对均匀管段的声场进行模态分解. 在进口段

$$\phi = \sum_{a=1}^{n_c} a F_a(r) e^{-\mathrm{i}k_a^+ x} + \sum_{b=1}^{n_b} b F_b(r) e^{-\mathrm{i}k_b^- x} \tag{13}$$

在出口段

$$\phi = \sum_{\gamma=1}^{n_c} c_\gamma G_\gamma(r) e^{-\mathrm{i}k_\gamma^+ x} \tag{14}$$

式中 $k_n^\pm$ 为满足正、负向传播和衰减条件的轴向

波数; F_n 和 G_n 是径向本征函数, 具有 Bessel 函数的形式; a_n , b_n 和 c_n 分别为入射波、反射波和透射波的模态系数, n^a , n^b 和 n^c 则相应地为截止模态数. 上面解析解的最大好处在于已经把入射波和反射波分离开来. 那么根据文献[1], 在入口和出口平面上把声场的解析解和有限元解匹配起来, 即要求速度势及其法向偏导数连续, 就可以构成无反射边界条件.

2.2.4 有限元总体矩阵

将刚性壁面条件、阻抗壁面条件 and 无反射边界条件, 即(10), (12), (13)和(14)代入弱解表达式(8)中进行单元分析, 再经总体合成后得到如下矩阵公式

$$K_{jk} \phi_k + A_{ja} a_a + B_{jb} b_b + C_{j\gamma} c_\gamma = 0 \tag{15}$$

$(1 \leq j \leq S, 1 \leq k \leq S)$

式中 S 为节点总数, 且有

$$K_{jk} = \iiint (N_j, N_k) \mathrm{d}V + \iint_3 R(N_j, N_k) \mathrm{d}S$$
$$A_{ja} = \mathrm{i} \iint_1 N_j [(1 - Ma^2) k_a^+ + k_0 Ma] F_a(r) \mathrm{d}S$$
$$B_{jb} = -\mathrm{i} \iint_1 N_j [(1 - Ma^2) k_b^- + k_0 Ma] F_b(r) \mathrm{d}S$$
$$C_{j\gamma} = \mathrm{i} \iint_2 N_j [(1 - Ma^2) k_\gamma^+ + k_0 Ma] \times G_\gamma(r) e^{-\mathrm{i}k_\gamma^+ L} \mathrm{d}S$$

其中 $k_0 = \omega/C$ 是波数, L 是出口截面的轴向坐标, Ma 是管内气流马赫数. 在(15)中入射模态系数 a_n 是已知的, 而反射和透射模态系数则未知. 再通过利用进、出口截面速度势连续条件, 可以构成所需的附加方程如下:

$$\iint_1 (\phi - \phi) F_n'(r) \mathrm{d}S = 0 (1 \leq n \leq n_b) \tag{16}$$

$$\iint_2 (\phi - \phi) G_b'(r) \mathrm{d}S = 0 (1 \leq b \leq n^c) \tag{17}$$

其中权函数

$$F_n'(r) = \mathrm{i} \rho [(1 - Ma^2) k_n^+ + k_0 Ma] F_n(r)$$
$$G_b'(r) = \mathrm{i} \rho e^{-\mathrm{i}k_b^+ L} [(1 - Ma^2) k_b^+ + k_0 Ma] G_b(r)$$

对(16)和(17)进行有限元离散后, 与(15)一起构成封闭方程组如下:

$$\begin{bmatrix} [K_{jk}] & [B_{jb}] & [C_{j\gamma}] \\ [B_{jb}] & [E_{nb}^b] & 0 \\ [C_{j\gamma}] & 0 & [E_{n\gamma}^c] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\phi_k] \\ [b_b] \\ [c_\gamma] \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [A_{ja} a_a] \\ [E_{na}^a a_a] \\ 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

式中

$$E_{na}^a = -\mathrm{i} \rho [(1 - Ma^2) k_n^+ + k_0 Ma] \Gamma_n \delta_{na}$$

$E_{n\beta}^b = -i\rho_0[(1 - Ma^2)k_n^+ + k_0Ma]\Gamma_n\delta_{n\beta}$

$E_{b\gamma}^c = -i\rho_0e^{-ik_bL}[(1 - Ma^2)k_b^+ + k_0Ma]\Lambda_b\delta_{b\gamma}$

其中 δ_m 是 Kmnecker, Γ_n 和 Λ_n 分别是本征函数 F_n 和 G_n 的正交积. 求解总体有限元矩阵(18)就能得到管道中声场的解.

2.3 传播损失和反射、透射模态系数的计算

这里声衬的消声性能通过传播损失来衡量, 定义为管道入口和出口之间各阶模态携带声功率总和之差, 用分贝表示如下:

$$TL = 10\lg\left(\frac{\sum_n \iint_n dS}{\sum_n \iint_n dS}\right) \quad (19)$$

其中 n 为径向模态阶数; I_n 是声强, 在有流动情况下根据下式计算^[7]

$$I_n = (1 + Ma^2)p_n u_n^* + \frac{Ma}{\rho_0 C}|p_n|^2 + \rho_0 C Ma|u_n|^2 \quad (20)$$

式中 p_n , u_n 和 u_n^* 分别表示声压、声质点速度及其共轭. 另外, 根据定义容易求出进、出口的模态反射系数和透射系数

$$R_m = \frac{b_m}{a_m}, T_{mn} = \frac{c_n}{a_n}e^{-ik_nL} \quad (21)$$

3 数值模拟结果

3.1 与已有结果的对比

Utsumi^[8]通过一种半解析方法求解了变截面管内的声传播问题, 尽管其中没有包含气流及壁面声阻抗的影响, 但其结果可作为本模型的初步较核之用. 对于硬壁的圆锥形扩张管, 图 2 给出

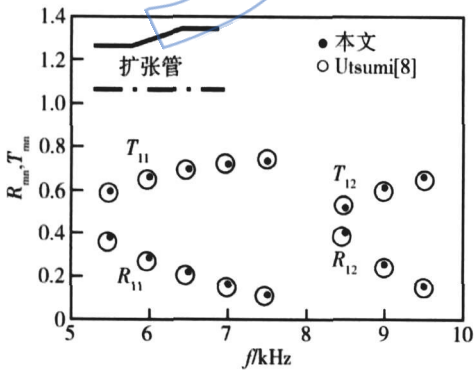


图 2 硬壁圆锥形扩张管的 (m, n) 反射和透射模态系数; 入口和出口半径分别为 0.0208m 和 0.02645m, 过渡段长 0.0207m.

Fig. 2 Reflection and transmission coefficients of (m, n) mode for a conical duct; the inlet and outlet radius are 0.0208m and 0.02645m, respectively; and the length of the transition section is 0.0207m.

了它对(1, 1), (1, 2)两个模态的反射和透射系数, 可以看出本文有限元模型与文献[8]的结果符合得相当好.

对于管内有流动且加装了声衬的情况, 文献[9]发展一种传递单元法对其进行研究, 这里我们也对比了文献[9]和本文的结果. 计算所针对的管道形状如图 1 所示, 管壁面和进气锥的形状曲线方程如下:

$$R_1(x) = \max\left[0, 0.64212 - (0.04777 + 0.98234\bar{x}^2)^{1/2}\right]$$

$$R_2(x) = 1 - 0.18453\bar{x}^2 + 0.10158\frac{e^{-11(1-\bar{x})}}{1 - e^{-11}}$$

其中 $\bar{x} = x/L$, $L = 1.864$ m. 管道壁面声阻抗为 $Z = 2 - i$. 从表 1 的对比结果来看, 二者符合得良好.

表 1 本文方法与传递单元法^[9]结果对比, 计算时无量纲角频率为 50

Table 1 Comparison between the present method and the transfer element method^[9] when the normalized angular frequency is 50

序号	周向模态数 m	气流 Ma	传播损失/dB	
			传递单元法 ^[9]	本文方法
1	10	0	5.23	5.5
2	10	-0.5	1.53	1.76
3	20	0	13.23	13.1
4	20	-0.5	4.58	4.36
5	30	0	27.82	29.62
6	30	-0.5	10.73	9.82

3.2 J69 高速转子消声管的计算结果

J69 高速转子是一种跨声速风扇, 有 17 个叶片, 设计工况下转速 22 000 r/min, 进口流速为 112.9 m/s, 管内声速约为 339 m/s. 容易计算出叶片一阶通过频率为 6 233 Hz. 转子机匣的形状如图 3 所示, 外机匣近似于等截面的圆筒, 内直径为 366 mm, 内部有近椭圆体形状的进气锥. 为控制 J69 转子的噪声, 在进气口前加了一段等截面的消声管, 管壁上装有长度为 300 mm 的消声声衬, 其安装位置如图所示, 左端面在 $x = 500$ mm 处.

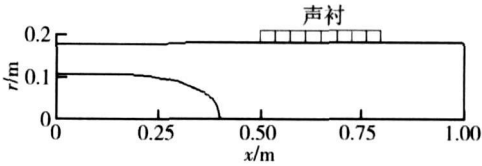


图 3 J69 转子机匣及消声管的示意图

Fig. 3 Schematic of the casing duct with acoustic liner for J69 rotor

本文首先计算了声衬声阻抗为 $1.6 + 1.46i$ 时管内声场的分布情况. 图 4(a)、(b)、(c) 分别是管道内声压实部、虚部和幅值的分布图, 从中可以看出声压在壁面附近具有较大的幅值, 在硬壁段内强度基本不变, 而在经过声衬以后, 强度迅速减弱, 其作用明显显现出来.

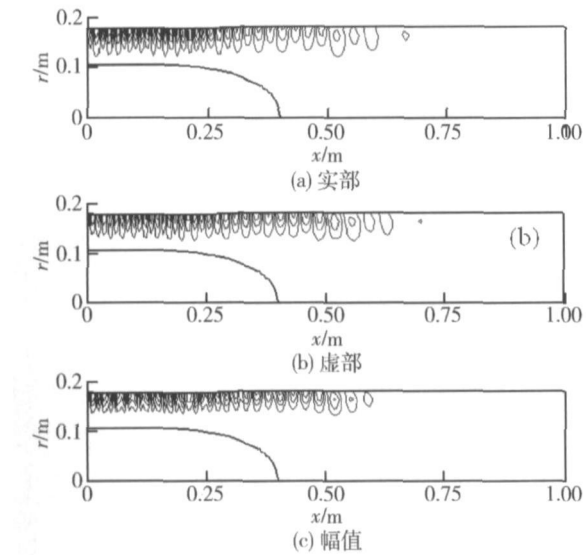


图 4 J-69 转子消声管内声压分布的等值线图
Fig.4 Contours of the sound pressure inside the lined duct for J-69 rotor

本文进一步计算了声衬声阻抗取值不同时, 声波在管道内传播损失的具体数值, 并在表 2 中给出. 这一结果显示, 声阻抗的变化对降噪量有十分显著的影响. 对声衬进行优化设计的重要性由此可见一斑. 最后我们基于所发展的理论模型, 通过一种标准的方法, 对 J-69 转子声源进行了声衬声阻抗的优化计算. 在声阻抗平面内画出传播损失的等值线图, 就形成了一系列封闭环形曲线, 它们逐渐向消声量最高点收缩, 从而指出最优声阻抗的位置. 计算结果如图 5 所示, 从中看出声

表 2 在不同声阻抗值下 J-69 转子消声管的传播损失

Table 2 Transmission loss of the lined duct of the J-69 rotor for different impedance values

序号	声衬声阻抗	传播损失/dB
1	$1.6 + 1.46i$	25.46
2	$1.4 + 1.64i$	20.59
3	$1.0 + 2.0i$	11.68
4	$0.8 + 1.64i$	11.26
5	$1.0 + 1.46i$	16.41
6	$1.3 + 1.28i$	23.65

阻抗最优值在 $2.0 + 1.4i$ 附近. 图 5 中声阻和声抗的增量步长分别为 0.2, 因此共需要重复进行 3 200 次计算. 显然, 如果方法的计算速度不够快, 优化的过程就需要很长的时间. 本文方法大约需要 200 min 即可完成以上的优化计算, 效率还是令人满意的.

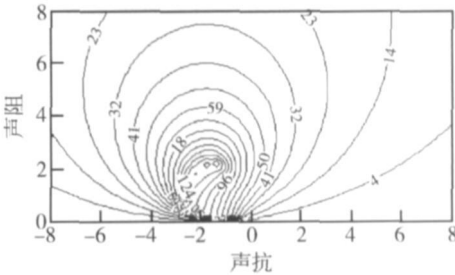


图 5 J-69 转子消声管声衬声阻抗优化计算结果
Fig. 5 Optimization result of the liner impedance for J-69 rotor

4 结 论

本文基于有限元方法发展了一种管道声传播计算模型, 一方面考虑了声衬、管道形状变化、以及非均匀气流等重要实际因素, 另一方面具有计算快速的优点, 适合于计算量巨大的声衬的优化设计工作. 本文方法已用于一种真实的高速转子声源消声管道的声学分析与设计, 并取得了令人满意的结果. 从而展示了沿此途径发展以航发消声短舱为背景的管道声学预测和设计工具的前景.

参考文献:

[1] Astley R J, Eversman W. A finite element method for transmission in non uniform ducts without flow: comparison with the method of weighted residuals[J]. Journal of Sound and Vibration, 1978, 57(3): 367-388.

[2] Astley R J, Eversman W. Finite element formulations for acoustical radiation[J]. Journal of Sound and Vibration, 1983, 88(1): 47-64.

[3] Danda R I, Eversman W. Improved finite element modeling of the turbofan engine inlet radiation problem[J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 1995, 117: 109-115.

[4] Eversman W. The boundary condition at an impedance wall in a nonuniform duct with potential flow[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 246(1): 63-69.

[5] Rienstra S W, Eversman W. A numerical comparison between the multiple scales and finite element solution for sound propagation in lined flow ducts[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2001, 437: 367-384.

[6] Myers M K. On the acoustic boundary condition in the pres-

ence of flow [J] . Journal of Sound and Vibration, 1980, 71 (3) : 429 434.

[7] Cantrell R H , Hart R W. Interaction between sound and flow in acoustic cavities: mass momentum and energy considerations[J] . Journal of the Acoustical Society of America, 1964, 36(4) : 694 704.

[8] Utsumi M. An efficient method for sound transmission in non uniform circular ducts[J] . Journal of Sound and Vibration, 1999, 227(4) : 735 748.

[9] 王晓宇, 杜林, 孙晓峰. 考虑变截面影响的航空发动机短舱声学模型及数值结果[J] . 航空学报, 2006, 27(6) : 1073 1079.

WANG Xiaoyu, DU Lin, SUN Xiaofeng. A new approach for the acoustic design of aeroengine nacelle with the effect of varying cross section area[J] . Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica. 2006, 27(6) : 1073 1079.

