

文章编号: 1000-8055(2007)09-1537-07

气体动压轴承-转子动力系统稳定性及分岔

康 伟¹, 张家忠¹, 刘 雁², 任 晟¹

(1. 西安交通大学 能源与动力工程学院, 西安 710049;

2. 西北工业大学 机电工程学院, 西安 710072)

摘 要: 基于非线性动力学理论, 研究了普通圆柱型径向气体动压轴承支承的转子动力系统的运动稳定性和分岔. 建立了气体动压轴承 Jeffcott 转子系统的力学模型, 并采用有限元方法逼近非定常气体雷诺方程, 得到任意时刻的气膜力; 数值模拟该非线性动力系统的长期行为, 得到了轴颈中心的运动轨迹; 并采用轨迹图、相图、分岔图以及功率谱等, 研究了系统的非线性行为以及不平衡响应的稳定性. 研究结果表明: 该方法对气体轴承中存在的气膜涡动问题能够给予合理的解释.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 气体动压轴承; 有限元法; 稳定性; 非线性; 分岔

中图分类号: TB123; O322

文献标识码: A

Stability and bifurcation of symmetrical rotor in self-acting gas journal bearings

KANG Wei¹, ZHANG Jia zhong¹, LIU Yan², REN Sheng¹

(1. School of Energy and Power Engineering,

Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. School of Mechatronic Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Based on the nonlinear dynamics theory, the stability and bifurcation of a symmetrical rotor supported in self-acting gas bearings were studied. A dynamic model of self-acting gas journal bearings and Jeffcott rotor system was established, meanwhile the finite element method was used to approach the time-dependent Reynolds equation, thus obtaining the gas film force. Furthermore, the long-term nonlinear dynamic behaviors of the system were simulated numerically, so the system state trajectory of journal center was acquired. Moreover, the system state trajectory, phase diagram, bifurcation diagram and power spectrum were adopted to analyze the nonlinear behaviors of system and the stability of unbalanced response. The results show that this method could give a deep understanding of whirling instability of the gas film bearings-rotor system.

Key words: aerospace propulsion system; self-acting gas journal bearings; finite element method; stability; nonlinearities; bifurcation

气体轴承具有摩擦损耗小、噪声小、无污染等一系列的特点, 因而在航空航天的高速旋转机械中得到广泛应用. 随着旋转机械高转速、轻质量、高效率的发展趋势, 气体润滑技术正日益被人们

重视^[1]. 然而, 随着对旋转机组的性能要求不断提高, 转子转速的不断提高, 转子动力不稳定问题成为一个亟待解决的问题, 急需开发高性能的气体轴承, 而这就要求对该类不稳定性问题进行深入

收稿日期: 2006-09-11; 修订日期: 2006-12-30

作者简介: 康伟(1983), 男, 辽宁开原人, 硕士生, 主要从事非线性动力系统的运动稳定性、分岔及混沌研究.

的机理研究.事实上,这类问题属于非线性动力学中的稳定性及分岔范畴,同时由于非线性动力系统的理论在近十几年内的不断完善和发展,使得在工程中这类问题的解决成为可能.

1963 年, Ausman^[2] 采用 PH 线性化假设, 针对气体动压润滑宽轴承的模型求解了动态 Reynolds 方程, 并得到了气体动压轴承的半频涡动现象, 但他所采用的模型过于简单, 并对轴承失稳后的情况没有进行深入研究. Sternlicht^[3], Heshmat^[4] 采用准静态假设法对动态 Reynolds 方程进行了求解, 但忽略了压力对时间偏导项; 与此同时, Lund 对气体润滑轴承的动态性能进行了大量的研究工作. 他采用线性摄动法求解动态 Reynolds 方程, 从而得到了四个刚度系数和四个阻尼系数, 并在此基础上提出了气体润滑轴承的动态稳定性判据^[5]. 迄今对气体润滑轴承动态性能和稳定性的研究, 还是主要采用该方法. 但是以上的研究方法都采用了简正模方法来分析轴承的稳定性, 同时在 Reynolds 方程的求解中引入了涡动比的概念, 采用了小扰动情况下的简谐振动模型, 即认为转子处于稳定的周期运动状态. 但是采用该假设, 不适合对无质量偏心时转子的平衡位置的稳定性进行分析以及准周期等复杂运动的分析.

90 年代初, 一些学者把非线性理论应用于气体润滑理论中. Czolczynski 和 Kapitaniak^[6] 研究了通过改变系统参数对 Hopf 分岔进行控制的问题, 以达到提高系统稳定性的目的. 其研究的方法仅将 Hopf 分岔应用于稳定性分析中, 未对其产生的机理做详细的分析和研究. Wang^[7] 对气体润滑轴承进行了非线性不平衡响应的数值分析. 但他所求解的雷诺方程仍然引入了涡动比的概念.

本文直接对高速旋转机械中气体轴承中的流场进行有限元分析, 未引入涡动比概念, 然后对转子-轴承系统进行耦合计算, 基于非线性动力学理论来研究气体轴承中存在的气膜涡动问题的发生机理.

1 理论基础

1.1 雷诺方程

雷诺方程是描述气体轴承中气体流动规律最基本的方程. 为了便于分析, 作如下假设: 忽略轴承表面的曲率, 由此造成的误差为 0.1% 左右; 沿气膜厚度方向不计压力的变化; 假设气流是层流流动, 气膜中无旋涡和紊流; 与粘性剪应力相比, 流体的惯性力和体积力可以忽略; 流体在润滑界

面上无滑动; 工作气体是牛顿流体, 并不计温度效应的影响. 考虑到气体为等温的理想气体且粘性系数为常数, 得到

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial z}\right)=6 \mu \omega \frac{\partial(p h)}{\partial x}+12 \mu \frac{\partial(p h)}{\partial t} \quad (1)$$

其中 $h=C+e \cos (\theta-\theta_0)$, C 为轴承间隙, e 为偏心距, ω 为角速度.

令 $\theta=x / R, \quad \bar{z}=z /(L / 2)$

其中 R 和 L 分别为轴承的半径、宽度, 则方程(1)化为

$$\frac{\partial}{\partial \theta}\left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta}\right)+\frac{1}{\bar{K}} \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\left(p h^3 \frac{\partial p}{\partial \bar{z}}\right)=6 \mu \omega R^2 \frac{\partial(p h)}{\partial \theta}+12 \mu R^2 \frac{\partial(p h)}{\partial t} \quad (2)$$

相应的边界条件为:

- (1) 在轴承两端部气体压力等于环境压力 $p_a, p(\theta, \pm 1)=p_a$
- (2) 气体压力 p 是关于 $\bar{z}$ 的偶函数, $p(\theta, \bar{z})=p(\theta,-\bar{z})$
- (3) 气体压力 p 在 $\bar{z}=0$ 处是连续的, $\partial p / \partial \bar{z}|_{\bar{z}=0}=0$

1.2 转子动力方程

为便于研究, 这里仅考虑由一对固定圆轴承支承的刚性单圆盘转子, 且不计陀螺效应, 即模型为 Jeffcott 刚性转子系统, 见图 1.

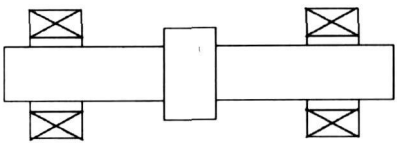


图 1 转子模型

Fig. 1 Model of a Jeffcott rotor

假设轴和转子总质量为 $2 m$, 取轴承中心 O_b 为坐标原点构造直角坐标系如图 2, 则转子的运动微分方程组为

$$\begin{cases} m \frac{d^2 X}{d t^2}=-m g+F_X+m \rho \omega^2 \cos \omega t \\ m \frac{d^2 Y}{d t^2}=F_Y+m \rho \omega^2 \sin \omega t \end{cases} \quad (3)$$

其中 F_X, F_Y 分别为非线性气膜力在坐标系 X, Y 轴上的分量, ρ 为转子的偏心距, ω 为转子的转速.

1.3 气膜力的求解

气膜对轴颈的作用力通过下列积分式求得

$$F_x = \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_0^{2\pi} (p - p_a) R \cos \theta d\theta$$
$$F_y = \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_0^{2\pi} (p - p_a) R \sin \theta d\theta$$

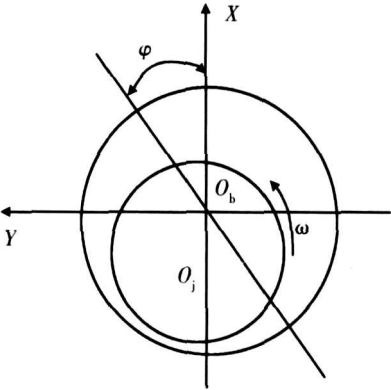


图 2 气体轴承模型

Fig. 2 Model of gas bearing

2 数值计算

加权余量法的基本思想是方程余量与权函数正交化。而 Galerkin 法是将基函数本身取作权函数的加权余量法。由于它具有适应性强、精度高的特点，因此是流体力学有限元方法的主要数学基础。

整理可得雷诺方程的 Galerkin 法的积分表达式

$$\iint \left\{ \frac{h^3}{2} \left[\frac{\partial p^2}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial (\frac{\phi}{\partial \theta})}{\partial \theta} + \frac{\partial p^2}{\partial z} \cdot \frac{\partial (\frac{\phi}{\partial z})}{\partial z} \right] - \left[6\mu\omega R^2 p h \frac{\partial (\frac{\phi}{\partial \theta})}{\partial \theta} + 12\mu R^2 \frac{\partial (ph)}{\partial t} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right] \right\} d\Omega = 0 \tag{4}$$

根据一般轴承瓦块的几何特征，本文采用双线性基函数，单元采用 4 节点的矩阵单元，见附录。

通过有限元方法的实施，方程(4)可表示为

$$[A]\{p^2\} + [C]\{p\} + [E]\left\{\frac{\partial p}{\partial t}\right\} = 0 \tag{5}$$

采用后退欧拉法结合 Newton Raphson 迭代法求解方程组(5)。

具体步骤如下：

(1) 用 Euler 法离散时间偏导项，采用隐式格式；

(2) 给定初始条件。刚性表面轴承气膜间隙 h 的值由初始轴颈的位置决定；设 t_0 时刻气膜压力初值均为环境压力，即

$$p_j^{(0)} = p_a$$

(3) 由 h 计算式(5)中非线性方程组的系数矩阵 $A^{(n-1)}$ 和 $C^{(n-1)}$ ，迭代得到压力增量 $\Delta p_j^{(n-1)}$

$$(2a_{ij}^{(n-1)} p_j^{(n-1)} + c_{ij}^{(n-1)} + e_{ij}^{(n-1)} / \Delta t) \Delta p_j^{(n-1)} = -a_{ij}^{(n-1)} [p_j^{(n-1)}]^2 - c_{ij}^{(n-1)} p_j^{(n-1)} - e_{ij}^{(n-1)} (p_j^{(n-1)} - p_j^{(n-1),t}) / \Delta t$$

上式中 $p_j^{(n-1),t}$ 为 t 时刻的压力值，其余物理量为 $t + \Delta t$ 时刻的对应值。

(4) 得到 $t + \Delta t$ 时刻新的压力分布 $p_j^{(n)}$

$$p_j^{(n)} = p_j^{(n-1)} + \Delta p_j^{(n-1)}$$

(5) 判断压力分布是否收敛，即

$$\frac{|p_j^{(n)} - p_j^{(n-1)}|}{p_j^{(n-1)}} < \varepsilon$$

是否成立：成立即收敛，不成立重复步骤(2)~步骤(4)的过程直到收敛为止。

对于转子动力方程(3)，采用有限差分法离散求解。

3 算例分析

气体轴承参数：轴承内径为 0.1 m，轴承宽为 0.11 m，动力粘性系数为 $2.82 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ，轴承半径间隙为 $3.0 \times 10^{-5} \text{ m}$ 。

3.1 无偏心质量的转子动力系统

取转子的偏心距为 0，即转子系统无偏心质量，为自治系统。

3.1.1 轨迹图和相平面

当转速 $\omega = 1450 \text{ rad/s}$ 时，该自治系统在经历了一段瞬态过程之后，最后运动稳定在一点上。由数值模拟得到系统的平衡点在 $(-9.7616 \times 10^{-6} \text{ m}, -6.8024 \times 10^{-6} \text{ m})$ 处，即此处存在一个吸引子(稳定焦点)，利用非线性理论，采用差商代替导数的方法计算该点相应的 Jacobi 矩阵，其矩阵特征值的实部都小于零，故平衡点稳定。图 3(a) 和图 4(a) 为经过数值模拟，求得的轴颈中心的运动轨迹和相图。

当转速增加至 $\omega = 1760 \text{ rad/s}$ 时，从图 3(b) 和图 4(b) 可以看出，随着时间的推进，自治系统的运动没有衰减，而是最后达到稳态圆周运动状态，这一过程表现为平衡点失稳而转入极限环运动。

3.1.2 功率谱

对转速 $\omega = 1760 \text{ rad/s}$ 的轴颈中心的时间序列进行功率谱分析。图中的归一化频率是频率对基频的归一化。从图 5 可以看出系统能量主要集中在低频部分，约为系统基频的一半的位置处，说明此时，系统的涡动频率约为系统基频的一半，即气膜发生半频涡动现象。

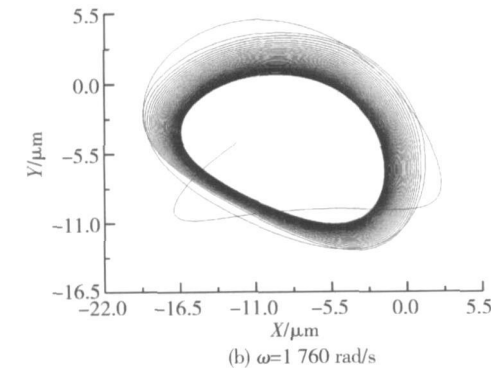
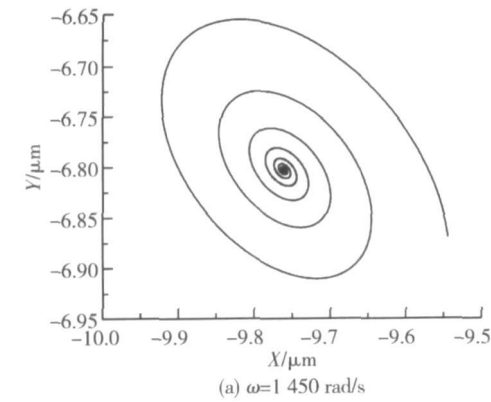


图 3 轴颈中心的轨迹图
Fig.3 Orbit of the journal center

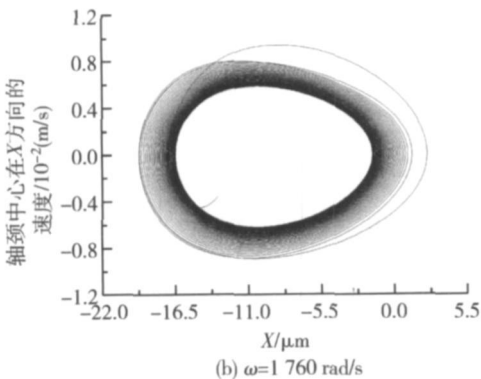
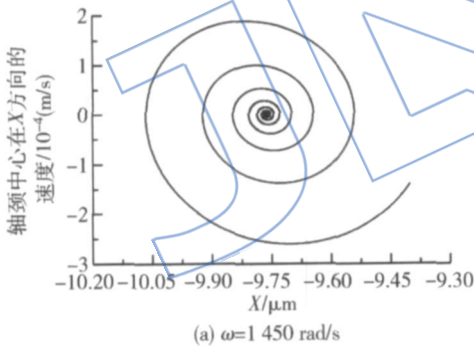


图 4 轴颈中心在 X 方向上的相平面图
Fig.4 Phase portrait of the journal center in X direction

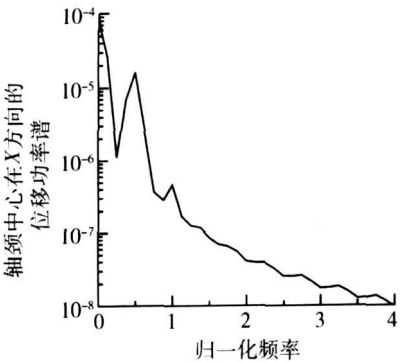


图 5 $\omega=1760\text{ rad/s}$ 时轴颈中心在 X 方向的功率谱图
Fig.5 Power spectrum of displacement of journal center in X direction at $\omega=1760\text{ rad/s}$

3.1.3 分岔图

以转速为分岔参数进行分析. 从图 6 中, 可以看出当转速提高至约 1620 rad/s 时, 系统发生 Hopf 分岔, 从平衡点的稳态运动, 变为极限环运动. 当转速进一步提高时, 系统的周期解将失稳.

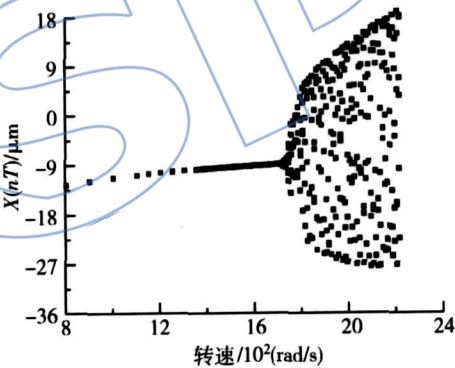


图 6 无偏心质量时系统在 X 方向的分岔图
Fig.6 Bifurcation diagram of the system without mass eccentricity in X direction

3.2 有偏心质量的转子动力系统

假设转子的偏心距为 $1.0\times 10^{-6}\text{ m}$.

3.2.1 轨迹图和相平面

在转速 $\omega=900\text{ rad/s}$ 的情况下, 从图 7(a) 和图 8(a) 可以看出, 在经历了一段瞬态过程之后, 系统有稳定的周期响应; 当转速提高到约 1720 rad/s 时, 系统的稳定周期运动失稳, 发生倍周期运动, 如图 7(b) 和图 8(b) 所示. 当转速 $\omega=1750\text{ rad/s}$ 时, 系统的周期变得更大(图 7(c) 和图 8(c) 中所示系统的运动表现为 4 倍周期), 且从相平面图中可以看到, 其运动规律变得复杂; 在转速到达 2080 rad/s 时, 系统已经变为准周期运动, 这种准周期运动在转子系统中表现为非谐波涡动. 这时的轨迹图和相平面如图 7(d) 和图 8(d) 所示. 当

再进一步提高转速时, 系统的运动将可能进入混沌状态.

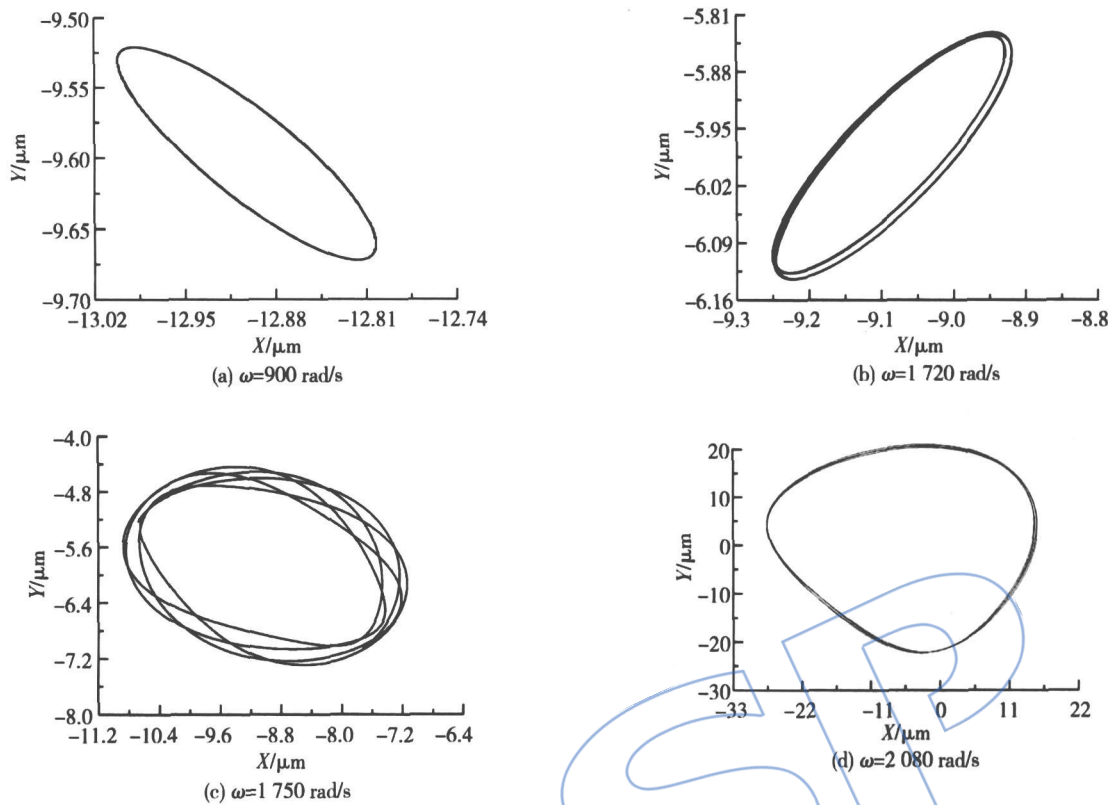


图 7 轴颈中心的轨迹图
Fig. 7 Orbit of the journal center

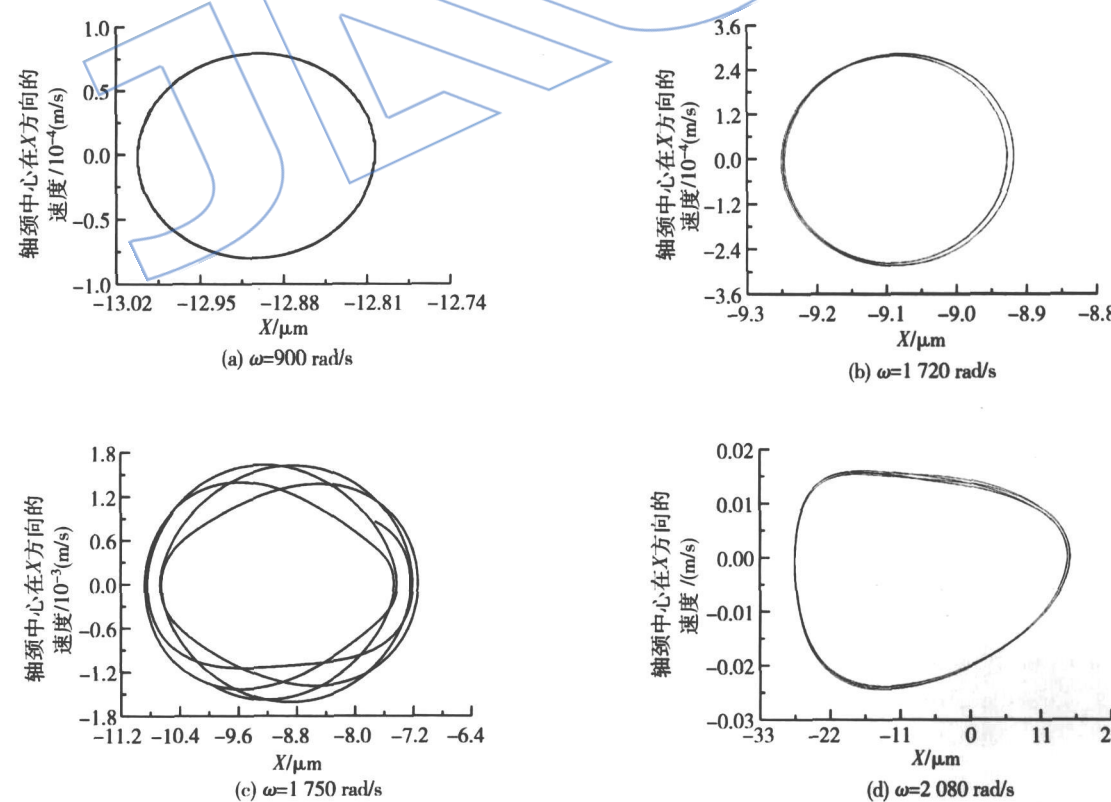


图 8 轴颈中心在 X 方向上的相平面图
Fig. 8 Phase portrait of the journal center in X direction

3.2.2 功率谱

从功率谱图 9(a) 可以看出系统能量主要集中在低频部分, 约为系统基频的位置处, 即同频涡动现象. 在转速为 1 720 rad/s 时, 系统的能量主要集中在基频和基频的一半位置处, 如图 9(b) 所示. 进一步增加转速至 2 080 rad/s 时, 可以看到系统的能量在各阶频率上都有分布, 并且其分布不再规则, 见图 9(c).

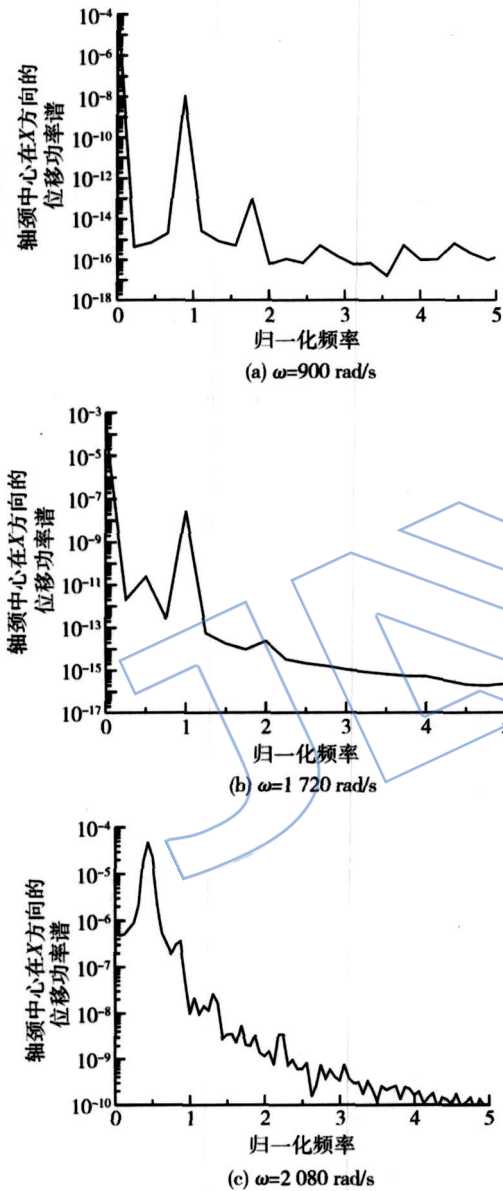


图 9 轴颈中心在 X 方向的位移功率谱图
Fig. 9 Power spectrum of displacement of journal center in X direction

对比图 9(a) ~ (c), 可以看出随着转速的增加, 系统能量在各阶频率上的分布变得复杂.

3.2.3 分岔图

同 3.1.3 节一样, 以转速为分岔参数进行分

析. 从分岔图 10 中, 可以看出当转速提高至约 1 710 rad/s 时, 系统发生周期运动失稳, 变为倍周期运动, 这时发生从周期运动变成倍周期运动的 Flip 分岔.

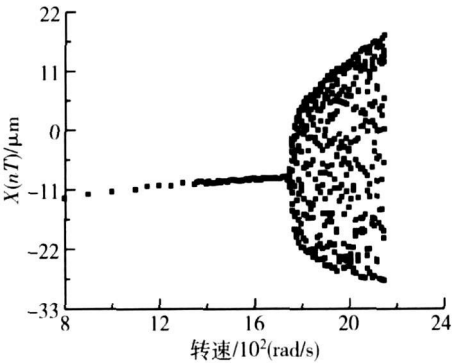


图 10 有偏心质量时系统在 X 方向的分岔图
Fig. 10 Bifurcation diagram of the system with mass eccentricity in X direction

当转速进一步提高时, 系统会再次失稳, 变为复杂的准周期运动, 这时发生从倍周期运动变成准周期运动的 Sacker Naimark 分岔.

4 结 论

从非线性动力学角度对气体动压轴承支承的 Jeffcott 转子系统的运动稳定性及分岔进行了分析. 利用数值模拟并结合轨迹图、相图、功率谱、分岔图等对气体轴承-转子系统的平衡位置的稳定性及系统的不平衡响应的稳定性进行了分析, 并得出了转子系统存在由于 Hopf 分岔导致的半频涡动, Flip 分岔导致的倍周期运动及 Sacker Naimark 分岔导致的准周期运动的结论. 这与实际气体轴承中存在的问题相符, 从而验证了本文对所研究问题的建模及所提出的分析方法的有效性.

同时研究表明: 气膜力的强非线性对转子系统的稳定性有着重要的影响, 它决定了气体轴承-转子动力系统具有多种非线性特性. 在此基础上, 对多自由度转子动力系统的稳定性分析并给出相应的稳定性判据将是下一步研究的方向.

附 录

根据一般轴承瓦块的几何特征, 本文采用双线性的基函数, 单元采用 4 节点的矩阵单元.

为了研究问题方便, 引入局部坐标系, 如图 11 所示. 通过下列的坐标变换, 可将整体坐标转化为局部坐标

$$\xi = \frac{2}{l_1}(\theta - \theta_0) \quad \eta = \frac{2}{l_2}(\bar{z} - \bar{z}_0)$$

其中 l_1, l_2 分别是单元在整体坐标下的长度和宽度.

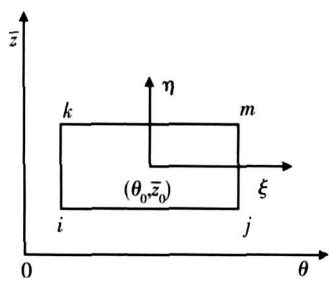


图 11 局部坐标系
Fig. 11 Local coordinates

在局部坐标系下, 使用的基函数为

$$N_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

则单元内的压力分布为

$$\begin{cases} p(\theta, \bar{z}) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) p_i \\ p^2(\theta, \bar{z}) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) p_i^2 \end{cases}$$

参考文献:

[1] 王元勋, 陈尔昌, 师汉民, 等. 气体润滑轴承的研究与发展 [J]. 湖北工学院学报, 1994, 9(3): 155-159.
WANG Yuanxun, CHEN Erchang, SHI Hanmin, et al. Research and development of gas lubricated bearing[J]. Journal of Hubei Polytechnic University, 1994, 9(3): 155-159.

[2] Ausman J S. Linearized ph stability theory for translatory half speed whirl of long, self acting gas lubricated journal bearings[J]. ASME, Journal of Basic Engineering, 1963, 85(4): 611-619.

[3] Sternlicht B. Elastic and damping properties of cylindrical journal bearings[J]. ASME Trans., Journal of Basic Engineering, 1959, 81: 101-108.

[4] Heshmat H, Walowit J A, Pinkus O. Analysis of gas lubricated foil journal bearings[J]. ASME Trans., Journal of Lubrication Technology, 1983, 105: 647-655.

[5] Lund J W. Calculation of stiffness and damping properties of gas bearings[J]. ASME, Journal of Lubrication Technology, 1968, 90, Series F: 793-803.

[6] Czolczynski K, Kapitaniak T. Hopf bifurcation in rotors supported in gas bearings[J]. Chaos Solitons & Fractals, 1997, 8(4): 499-515.

[7] Wang C C, Chen C K. Bifurcation analysis of self acting gas journal bearings[J]. ASME, Journal of Tribology, 2001, 123(44): 755-767.