

文章编号: 1000-8055(2008)01-0017-04

考虑相关性的同级叶片系统强度可靠度分析方法

陆 山, 高雅娟, 吕文林
(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072)

摘 要: 提出了考虑相关性的同级叶片系统强度可靠度分析方法. 该方法包括同级叶片强度随机变量相关系数的数值模拟方法、同级叶片强度临界状态函数之间相关系数的确定方法. 并给出考虑材料相关性的同级叶片系统可靠度计算二阶窄界限公式. 讨论了考虑失效相关的同级叶片系统强度可靠度不同计算方法. 最后通过算例表明所提出方法的有效性.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 相关系数; 系统可靠度; 叶片; 数值仿真
中图分类号: TB114.3 **文献标识码:** A

Analysis method for same-stage blade system strength reliability concerning the correlation

LU Shan, GAO Yajuan, LÜ Weilin

(School of Power and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: An analytical method for the strength reliability of the same-stage blade system was proposed. The method covers numerical simulation and determination of the correlation coefficients of the same-stage blade material strength and the strength limit state function. Moreover, the narrow limit formula for the same-stage blade system strength reliability was presented. Then, the reliability calculation methods of the same-stage blade system strength were discussed by taking into account failure related factors. Finally, a numerical example of same-stage blade system was given to demonstrate the efficiency of the method.

Key words: aerospace propulsion system; correlation coefficient; system reliability; blades; simulation

在一个复杂机械系统中, 一般来说并不是单一的失效模式, 而是多个零件都可能失效. 而这些失效零件之间或因为载荷相关, 或因为材料相关等存在一定的相关性, 因而系统的可靠度应介于独立理论计算值与最薄弱环节理论计算值之间^[1]. 在进行系统可靠度评估时, 应考虑各零件失效模式之间的相关性, 从而使系统可靠度的结果更接近实际情况.

喻天翔^[2]等人提出了一种考虑相关性的可靠度计算新理论, 分别针对中、高可靠度以及低可靠度问题给出了相关系数在不同取值范围时(即分为强、弱相关)的系统可靠度经验计算公式, 给出了考虑应力、强度相关时零件可靠度的计算^[3]. 李翠玲^[4]等人提出把零件失效概率看作是应力的条件概率, 推导系统相关失效概率的数学表达式. 通过 Monte Carlo 仿真, 得到零件相关失效概

收稿日期: 2006-12-29; 修订日期: 2007-03-09

作者简介: 陆山(1955-), 男, 浙江吴兴人, 教授, 主要从事发动机零部件强度、寿命及可靠性数值分析方法及试验评估技术的研究.

率的分布类型;并从已知的低阶失效数据中提取相关失效信息,建立神经网络得到其分布参数.所以,目前关于失效相关系统可靠度的研究中,或者假定失效相关系数已知,或者给出经验值,或者避开相关系数的计算.

本文提出利用数值模拟的方法得出同级叶片强度随机变量的相关系数,在此基础上进一步确定叶片强度失效模式之间的相关系数,然后将此方法应用于同级叶片系统可靠度计算.进行叶片系统可靠度计算,分别采用了二阶窄界限理论^[5]和 Hohenbichler M^[6]等提出的一阶积分法,并对两种计算方法特点进行了讨论.

1 同级叶片失效函数相关性确定

同级叶片往往使用同一批毛坯、同一组机床、类似的加工方法制成,因此一个叶片强度和另一个叶片强度与母体均值相比,很可能同时较大或较小.同级叶片材料强度的均值和方差与母体的均值、方差相比可能有一定的偏差.其均值可能偏大或偏小;方差小于母体的方差.叶片子样的方差可通过叶片材料的毛坯取样试验后,经数据统计得出.然后采用蒙特卡洛法,在子样中进行抽样,数值模拟同级叶片材料相关系数.同级叶片子样为一正态分布,其均值服从正态分布,标准差为 σ_R . 根据数理统计知识,子样均值分布服从其母体均值分布的性质,即子样均值服从以母体均值为均值,母体方差的 $1/n'$ 倍为方差的正态分布(n' 为级叶片数).在同级叶片材料组中抽取两组子样代表同级叶片任意两个典型叶片,计算子样中任两个叶片强度相关系数.

$$\rho_R = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_R^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu_R)(Y_i - \mu_R)}{n\sigma_R^2} \quad (1)$$

式中 μ_R , σ_R 分别为强度母体分布的均值和标准差.若以子样标准差与母体标准差的比值 $V = \sigma_R' / \sigma_R$ 作为横坐标,具有 28 片叶片的同级叶片强度相关系数为纵坐标的曲线如图 1 所示.当子样的标准差已知,可由图 1 查出任意两个叶片强度随机量的相关系数.

假设同级叶片系统的材料强度为 R , 承受应力为 S , 强度具有相关性,则系统中任意两个叶片的强度临界状态函数为

$$g_1 = R_1 - S, \quad g_2 = R_2 - S$$

上式表示不同叶片强度的随机值是不同的,同时应力相同且服从正态分布.若将每个叶片的失效看作一种失效模式,则任意两个叶片的失效模式因其材料的相关而具有相关性,即临界状态函数 g_1, g_2 相关.

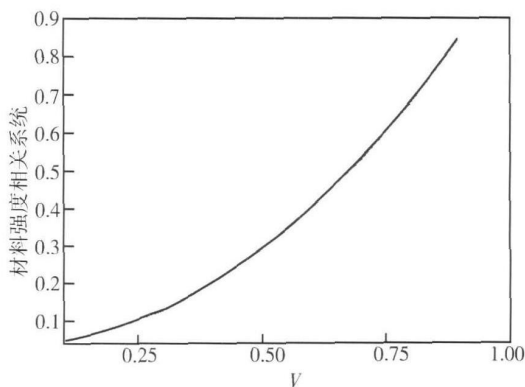


图 1 叶片强度相关系数曲线($n' = 28$)

Fig. 1 Correlation coefficients curve of blades' strength

令相关变量 $[R] = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix}$, 独立变量 $[Y] = \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{Bmatrix}$, $[Y] = [A]^T [R]$; $[A]^T = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{Bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{Bmatrix}$ 为相关变量 R_1, R_2 转换为独立变量 Y_1, Y_2 的转换矩阵.则可用独立变量 Y 改写强度失效函数为

$$g_1 = R_1 - S = \frac{\sqrt{2}}{2}(Y_1 + Y_2) - S$$

$$g_2 = R_2 - S = \frac{\sqrt{2}}{2}(Y_1 - Y_2) - S$$

两叶片临界状态函数相关系数 ρ_g 可表示为

$$\rho_g = \frac{\text{cov}(g_1, g_2)}{\sigma_{g_1} \sigma_{g_2}}$$

由有关公式^[7]可得独立变量方差

$$V[Y_1] = \sigma_R^2(1 + \rho_R);$$

$$V[Y_2] = \sigma_R^2(1 - \rho_R)$$

和两叶片临界状态函数协方差

$$\text{cov}(g_1, g_2) = \frac{1}{2}V[Y_1] - \frac{1}{2}V[Y_2] + V[S]$$

$$\sigma_{g_1}^2 = \sigma_{g_2}^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2$$

故可得两叶片临界状态函数相关系数与随机变量相关系数之间有如下关系

$$\rho_g = \frac{\sigma_R^2 \rho_R + \sigma_S^2}{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (2)$$

2 同级叶片系统可靠度评估方法

系统可靠性一般可通过联合概率密度函数在失效域中积分来求失效概率

$$P_f = \int_{\Omega_f} \dots \int_{\Omega_f} f_X(x_1, x_2, \dots, x_m) dx_1 dx_2 \dots dx_m$$

通常 $f_X(\cdot)$ 在各变量独立时可用各变量密度函数联乘积代替。但是当考虑相关性时, 各变量联合分布密度函数很难求得, 即使在 $f_X(\cdot)$ 已知条件下该积分也必须用数值方法才能得到, 且计算过于复杂。因此工程上提出通过适当途径建立结构系统失效概率的上下界值的方法。简单界限理论认为系统可靠度应处于全独立系统可靠度值与薄弱环节系统可靠度值之间, 但此时上下界之间的范围较大, 由此决定的系统的失效概率误差也较大。因此 Ditlevson 提出了考虑失效模式相关性的二阶窄界限理论, 即

上界为

$$P_{fs} \leq \sum_{i=1}^{n'} P_f(g_i) - \sum_{i=2}^{n'} \max_{j < i} [P_f(g_i \cap g_j)] \quad (3)$$

下界为

$$P_{fs} \geq P_f(g_1) + \sum_{i=2}^{n'} \max \left\{ \left[P_f(g_i) - \sum_{j=1}^{i-1} P_f(g_i \cap g_j) \right], 0 \right\} \quad (4)$$

对同级叶片系统强度可靠度分析, 其二阶窄界限计算公式可表示如下:

上界为

$$P_{fs} \leq n' \Phi(-\beta) - \frac{n'(n'-1)}{2} \Phi \left(-\beta \sqrt{\frac{1-\rho_g}{1+\rho_g}} \right) \quad (5)$$

下界为

$$P_{fs} \geq n' \Phi(-\beta) - \frac{n'(n'-1)}{2} \cdot 2 \Phi \left(-\beta \sqrt{\frac{1-\rho_g}{1+\rho_g}} \right) \quad (6)$$

式中 β 为单个叶片的可靠度指标, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布累积函数。二阶窄界限方法当零件数较多, 且相关系数较大时, 上下界的范围较宽, 从而系统可靠度的估计精度降低。

1982 年, Hohenbichler 提出了系统可靠度计算的一阶概念法。对于 n' 个元件组成的串联系统, 且各元件临界状态函数 g_i, g_j 之间相关系数 ρ_g 相等, 则有

$$P_{rs} = \Phi(\beta, \rho_g) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \prod_{i=1}^{n'} \left[\Phi \left(\frac{\beta - \sqrt{\rho_g} t}{\sqrt{1-\rho_g}} \right) \right] dt \quad (7)$$

式中: $\phi(\cdot)$ 为标准正态分布的密度函数, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布的概率函数。该方法只要知道任

意零件的可靠度以及任意两个零件失效模式之间的相关系数 ρ_g , 就可方便的得出系统可靠度。

3 算 例

某压气机第一级叶片系统, 共有 28 个叶片, 取其失效模式为叶片强度失效, 叶片母体强度的均值、标准差分别为 $\mu_R = 978 \text{ MPa}$, $\sigma_R = 97.8 \text{ MPa}$; 应力的均值和标准差 $\mu_s = 666 \text{ MPa}$, $\sigma_s = 22.2 \text{ MPa}$ 。若通过统计已知该级叶片强度子样的标准差为 $\sigma_R = 0.8\sigma_s$, 分析此叶片系统的强度可靠度。

各叶片强度临界状态函数为: $g = R - S$, 则单个叶片的可靠度指标为

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_s}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_s^2}} = 3.111$$

按照独立理论

$$P_{rs} = \prod_{i=1}^{n'} P_{ri} = 0.974$$

按照薄弱环节理论

$$P_{rs} = \min P_{ri} = 0.999\ 064\ 6$$

子样的标准差 σ_R 已知, 由图 1 可知两叶片强度的相关系数 $\rho_R = 0.678$ 。将 ρ_R 代入公式(2)可知任意两个叶片临界状态函数相关系数为

$$\rho_g = \frac{\sigma_R^2 \rho_R + \sigma_s^2}{\sigma_R^2 + \sigma_s^2} = 0.694$$

将以上数据代入同级叶片系统可靠度二阶窄界限计算公式(5), (6)可得

$$0.002\ 991 \leq P_{fs} \leq 0.023\ 762$$

均值

$$P_{rs, \text{均值}} = 0.986\ 624$$

加权值

$$P_{fs, \text{加权值}} = \rho_g P_{fs, \text{下界}} + (1 - \rho_g) \cdot$$

$$P_{fs, \text{上界}} = 0.009\ 347$$

$$P_{rs, \text{加权值}} = 0.990\ 653$$

Hohenbichler 积分法

$$P_s = 0.988\ 131$$

由上述数据可知, 考虑相关性的叶片系统可靠度 $P_{rs} = 0.988\ 131$ 与不考虑相关性时 $P_{rs} = 0.974$ 相比提高了 1.5%, 并且介于独立理论结果 $P_{rs} = 0.974$ 与薄弱环节理论结果 $P_{rs} = 0.999\ 064\ 6$ 之间。

由不同方法计算所得叶片系统强度失效概率如图 2 所示。积分值曲线为用 Hohenbichler 的积分法计算所得; 上限、下限分别为二阶窄界限理论的结果; 均值、加权值分别为狭界限理论

上下界限值的均值和加权值. 由图 2 可以看出, 叶片相关系数小于 0.5 时, 二阶窄界限理论给出的上下界限的均值与 Hohenbichler 的积分法计算结果很接近; 但当级叶片数 n' 较大, 且相关系数大于 0.5 以后, 二阶理论所得上下界限的范围越来越大, 不利于系统可靠度估计. 而积分法能较精确的得出系统可靠度值, 且计算简便.

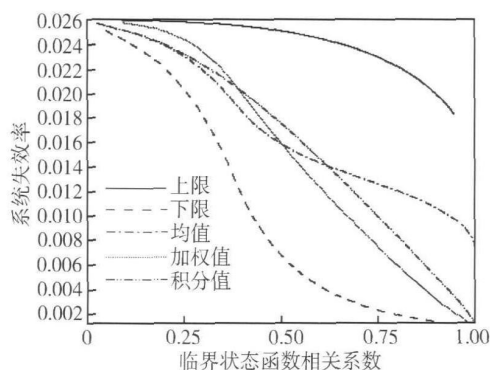


图 2 同级叶片系统强度失效概率

Fig. 2 Strength failure probability of same stage blade system

4 结 论

本文提出考虑相关性的同级叶片系统强度可靠度分析方法. 首先提出同级叶片材料强度相关系数数值模拟方法, 以及叶片强度临界状态函数相关系数确定方法. 进而给出考虑材料相关性的同级叶片系统可靠性的二阶窄界限计算公式. 结合某压气机第一级叶片系统的强度可靠性计算,

对同级相关叶片系统可靠性计算二阶窄界限法和积分法进行了讨论, 说明了本文方法的有效性. 一般复杂系统可靠度受到系统中临界状态函数相关性的影响, 介于独立理论与薄弱环节理论之间.

参考文献:

- [1] 冯元生. 结构系统可靠性基础[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1990.
- [2] 喻天翔, 孙玉秋, 张祖明. 多模式失效的机械零件可靠度计算新理论[J]. 机械工程学报, 2003, 39(3): 134-138.
YU Tianxiang, SUN Yuqiu, ZHANG Zuming. Reliability computing new theory of mechanical elements with multi failure model[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(3): 134-138.
- [3] 喻天翔, 成刚虎, 张选生, 等. 考虑变量相关的机械零件可靠度计算[J]. 西安理工大学学报, 2003, 19(1): 73-75.
YU Tianxiang, CHENG Ganghu, ZHANG Xuansheng, et al. Reliability computation of mechanical parts in considering variable correlations[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2003, 19(1): 73-75.
- [4] 李翠玲, 谢里阳, 李剑锋. 基于 Monte Carlo 神经网络的系统相关失效概率模型[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(2): 427-430.
LI Cuiling, XIE Liyang, LI Jianfeng. System dependent failure probability model based on Monte Carlo neural network[J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(2): 427-430.
- [5] Ditlevsen O. Narrow reliability bounds for structural system[J]. J. Structmeth, 1979, 7(4): 453-472.
- [6] Hohenbichler M, Rackwitz R. First order concept in system reliability[J]. Structural Safety, 1983, 1: 177-178.
- [7] 桑国光, 张圣坤. 结构可靠性原理及其应用[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1986.