

文章编号: 1000-8055(2008)05-0830-04

平板射流中大尺度涡的理论模型

杨 琴, 陆利蓬

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院
航空发动机气动热力重点实验室, 北京 100083)

摘 要: 根据流动稳定性理论, 提出了一种解释平板射流中大尺度涡产生机理的二维不稳定波理论模型, 用这种模型计算所得的流动结构和相干扰动量与实验结果吻合较好. 说明不稳定波模型可以较好地描述湍流平板射流中的大尺度涡结构的主要特征.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 平板射流; 大尺度涡; 相干结构; 稳定性

中图分类号: O357.5

文献标识码: A

Theoretical model of large-scale eddy motion in plane wall jet flow

YANG Qin, LU Lirong

(National Key Laboratory on Aeroengines, School of Jet Propulsion,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083 China)

Abstract: Based on the flow stability theory, a two-dimensional instability wave model was proposed to explain the large-scale eddy generated in wall jet flow. The flow structure patterns and the turbulent quantities obtained by the theoretical model fit well with the experimental results, showing that this theoretical model can describe the major characteristics of large-scale eddy structures in turbulent wall jet flow.

Key words: aerospace propulsion system; wall-jet flow; large scale eddy; coherent structures; instability

平板射流是工程中最常见的一种射流. 虽然它具有简单的边界条件, 但可以作为多种具有重要工程价值的复杂流动的简化模型, 比如涡轮叶片的气膜冷却, 腔室的通风, 翼型表面的分离控制气流, 以及叶轮机械叶尖泄漏流等. 因此研究平板射流的流动情况, 对于冷却技术, 分离控制技术, 以及压气机效率的提高等都有着非常重要的意义.

平板射流也是一种具有典型研究价值的流动. 它具有边界层和自由射流两种流动的特征, 它被认为是一种用来研究复杂近壁湍流的物理性质和促进对边界层与自由射流之间相互作用的理解的原型的流动. 湍流中相干结构的发生发展对湍流的维持, 湍流能量的输运起着关键的作用, 因而对平板

射流中的大尺度涡结构的相关研究对于理解其流动现象和动力学特性有着十分重要的作用.

目前对于平板射流的研究主要集中于实验和数值模拟, 理论研究仅限于低雷诺数的情況^[1]. 本文基于流动稳定性理论提出了二维波不稳定波模型来描述湍流平板射流中的大尺度相干结构, 计算所得结果与实验结果符合较好.

1 理论分析

根据文献[2]的研究结果, 在湍流剪切流中, 任一瞬时流动量可以分解为

$$f = \bar{f} + \tilde{f} + f' \quad (1)$$

其中 $\bar{f}$ 是 f 对做长时间平均后得到的量, $\tilde{f}$ 是对

收稿日期: 2007-04-30; 修订日期: 2007-12-08

作者简介: 杨琴 (1983-), 女, 湖南永州人, 博士生, 主要从事复杂流动计算.

f 做相位平均后再减去长时间平均量 $\bar{f}$ 后得到的量, f' 是小尺度湍流脉动量, 并且认为 $\tilde{f}$ 与 f' 是统计无关的. 将瞬时量代入 Navier-Stokes 方程并分别取长时间平均及相位平均, 用后者减去前者, 从而得到 $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{p}$ 所满足的方程. $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{p}$ 分别表示流向、法向的速度分量及压力项. 另外从文献[3]的实验结果可知, 相干结构的幅值并不大. 因此作为近似, 略去其中的非线性项. 利用连续方程消去 $\tilde{u}$ 即可得到 $\tilde{v}$ 所满足的方程

$$\left[\gamma \Delta^2 - \frac{\partial}{\partial t} - \overline{U} \frac{\partial}{\partial x} \right] \Delta^2 + \overline{U'} \frac{\partial}{\partial x} \tilde{v} - \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \tilde{y}_{12} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial y} (\tilde{y}_{11} - \tilde{y}_{22}) = 0 \quad (2)$$

其中, $\overline{U}$ 为平均流, $\tilde{y}_{ij} = -(\langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle - \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j})$ 表示小尺度脉动对大尺度的雷诺应力, 在本文中称为相干雷诺应力. $\langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle$ 和 $\overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}$ 分别为 $\tilde{u}_i \tilde{u}_j$ 的长时间平均和相位平均. 相干雷诺应力用涡粘模型计算, 有 $\tilde{y}_{ij} = \tilde{y}_T \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right)$, 其中 $\tilde{y}_T$ 为相干涡粘系数.

同时设 $\tilde{u}, \tilde{v}$ 有行进波形式

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= u(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} + c \cdot c \\ \tilde{v} &= v(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} + c \cdot c \end{aligned} \quad (3)$$

用射流的当地最大速度 $U_{\max}$, 当地最大速度所对应的法向位置 $Y_{\max}$ 为特征量进行无量纲化, 并将相干涡粘系数 $\tilde{y}_T$ 与分子运动粘性系数 γ 的比值仍记为 $\tilde{y}_T$.

得到

$$\begin{aligned} \{ (D^2 - \alpha^2)^2 - i\alpha Re[(\overline{U} - c)(D^2 - \alpha^2) - \overline{U}] \} v \\ + [\tilde{y}_T (D^2 - \alpha^2)^2 + 2\tilde{y}_T D(D^2 - \alpha^2) + \tilde{y}_T (D^2 + \alpha^2)] v = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

其中雷诺数 $Re = \frac{U_{\max} Y_{\max}}{\gamma}$, 波速 $c = \frac{\omega}{\alpha}$, $D = \frac{d}{dy}$.
边界条件为 $v = Dv = 0 \quad y = 0, v = Dv = 0 \quad y \rightarrow \infty$.

相干涡粘系数 $\tilde{y}_T$ 从概念上来讲是小尺度湍流对大尺度相干结构的作用产生的. 目前还不能从理论上给出 $\tilde{y}_T$ 随 y 变化的分析结果. 实验上也没有这方面的结论. 对于平板射流来说, 原则地讲在离平板较远处, 小涡的行为是不受平板直接影响的, 因而 $\tilde{y}_T$ 可设为一个不依赖于 y 的常数. 只有到了平板附近, 小涡的行为才受平板的影响, $\tilde{y}_T$

不再是常数, 而且在平板处, $\tilde{y}_T$ 应为零. 由于平板射流内区与边界层外区近壁段具有相似性, 参考文献[2]中的边界层涡粘系数沿 y 的分布规律, 本文用于计算平板射流相干涡粘系数的表达式为

$$\tilde{y}_T = y_T e^{i\Delta\theta} [1 - \sec h(15.21y)]$$

其中 y_T 为 $\tilde{y}_T$ 的幅值, $\Delta\theta$ 为相位差, 反映滞后程度.

平板射流中平均流根据文献[4]的实验结果用脉冲函数(Pulse)拟合得

$$\overline{u} = 1.955(1 - \exp(-2.412y))^2 \exp(-0.4824y)$$

对于平板射流, 由文献[1]的结果可知, 在以射流厚度 $Y_{1/2}$ 无量纲量时, 在流动的充分发展段, 流向扰动波数 α 在 3.14 左右.

2 计算结果

图 1 显示了特征函数即相干速度的幅值 $u(y), v(y)$ 沿法向位置 y 的分布情况. 从图中可以看到相干速度的法向分量 $v(y)$ 在 $y = 2$ 处达到一个峰值, 这同时也决定了大尺度涡结构的法向位置. 本文相干结构速度的理论模型是基于特征函数, 其幅值还需另外给定, 图 1 所示的幅值是参考文献[2], 并经过计算结果验证确定.

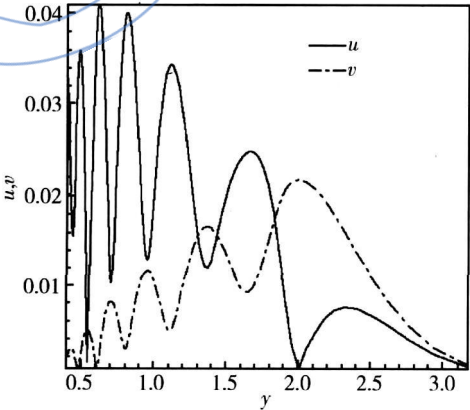


图 1 相干结构流向及法向的速度幅值分布
Fig. 1 Streamwise and normal component of the coherent velocity

图 2 将文献[4]实验得到的特征函数 $v(y)$ 沿法向位置的分布情况与本文的计算结果进行了对比. 可以看到这两个结果在定性上取得了较好的一致: 随着流向位置 y 的增大, 特征函数的值在靠近壁面处波动地增大, 过了一个临界点后平滑地减小. 另外实验结果和计算结果可能会对应于不同的流向位置, 这会造成特征函数幅值上的不一致. 同样的原因也会影响图 3 和图 5 的对比结果. 这些原因在后面的比较中将不再赘述.

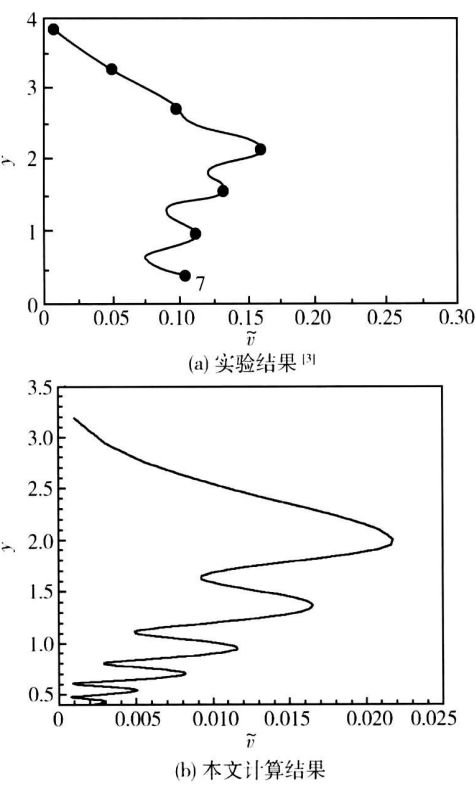


图 2 相干速度法向分量 $\tilde{v}$ 的幅值沿法向的分布
Fig. 2 Amplitude of normal coherent velocity over normal coordinate

图 3 给出了本文计算得出的相干结构流线图, 图中可见涡团运动分成上下两排, 这是由于在平板的作用下, 一部分流体向平板俯冲, 形成与平板平行的下排涡, 而位于外区的流体受中间层较大速度流体的牵引形成逆时针旋转的漩涡运动, 该流动与射流相似. 双排涡结构分列于最大速度位置上下, 上排涡形状饱满, 下排涡靠近壁面, 形状细长, 顺时针转动, 两排涡间存在半个相位差. 这些结果和文献[3]中对实验结果的描述很相似(图 4).

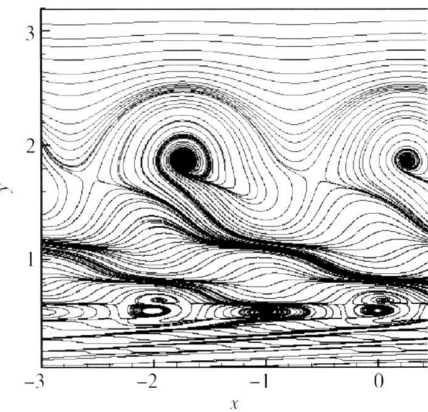


图 3 相干结构流线图
Fig. 3 Coherent streamline

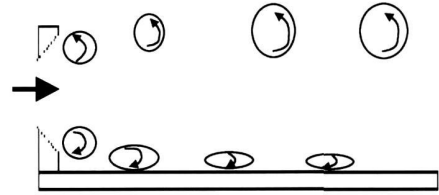


图 4 实验结果示意图^[3]
Fig. 4 Experimental result^[3]

图 5 给出了相干速度流向分量在计算域中的等值线($z/h, z$ 为实验中的法向坐标, h 为初始壁面射流的高度). 其中实线表示相干速度流向分量的正值, 虚线表示负值. 可以看到文献[3]中的实验结果和本文的计算结果是定性一致的: 两个结果的等值线分布都存在若干正峰值, 它们在流向和法向上都是间隔出现. 邻近的正峰值区之间相互连接, 似乎存在一种相互卷吸的作用. 我们的计算结果中在正峰值之间还镶嵌着负峰值, 它们在流向和法向上也呈交替排列, 而且峰值区之间互相连接, 互相卷吸的作用更加强烈. 这种差异可能与涡粘系数的选取有关.

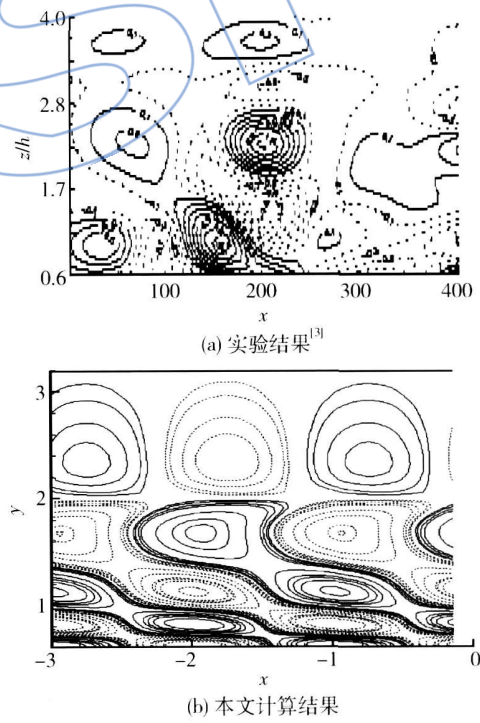
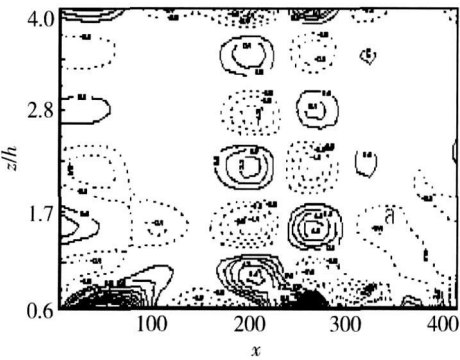
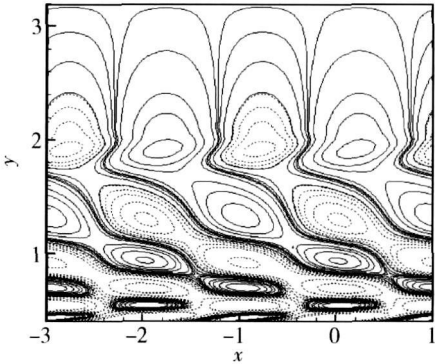


图 5 相干速度流向分量的分布
Fig. 5 Streamwise component of the coherent velocity

图 6 是涡量在计算域中的等值线. 实线表示涡量的正值, 虚线表示负值. 可以看到在实验结果和我们的计算结果中, 正负涡量带在计算域中在法向和流向都是交替排列的, 可以认为我们的计算结果与实验结果取得了定性的一致.



(a) 实验结果^[3]



(b) 本文计算结果

图 6 涡量的分布

Fig. 6 Vorticity distribution

3 结 论

基于流动稳定性理论建立的二维不稳定波模型能够较好地描述平板射流中的大尺度相干结构

的特征: 流场中具有有序的大尺度双排涡结构, 下排涡位于最大速度位置以下, 接近壁面, 顺时针旋转; 上排涡位于最大速度位置以上, 逆时针旋转. 流场中的涡量呈多峰值分布, 且正负峰值在流向和法向上都呈交替分布, 相干速度流向分量也有类似的结果, 即正负峰值在流向和法向上都呈交替分布. 理论模型计算的结果主要依赖于相干涡粘系数的选取, 因而对于相干涡粘系数的研究将有助于该理论方法的改进和完善.

参考文献:

[1] Scibilia M F, Lain J. Study of large coherent structures in a plane wall jet[J]. Phys. Fluid, 1996, 8(11): 3149-3162.

[2] 陆利蓬, 罗纪生. 湍流边界层外区相干结构的三维波模型[J]. 力学学报, 2000, 32(6): 747-749.

LU Lipeng, LUO Jisheng. Three dimensional wave model for the coherent structures in the out layer of a turbulent boundary layer[J]. Acta Mechanica Sinica, 2000, 32(6): 747-749

[3] Sullivan P, Pollard A. Coherent structure identification from the analysis of hot wire data[J]. Meas. Sci. Technol., 1996, 7: 1498-1516.

[4] Schneider M E, Goldstein R J. Laser Doppler measurement of turbulence parameters in a two dimensional plane wall jet[J]. Phys. Fluids, September 1994, 6(9): 3116-3129