

文章编号: 1000-8055(2008)06-1102-04

发动机连杆的保守模糊可靠度设计

王 铁¹, 吴 净¹, 周淑文², 张国忠², 巴德纯²

(1. 沈阳理工大学 汽车与交通学院, 沈阳 110168;

2. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110004)

摘 要: 从强度安全性的角度出发, 综合运用概率密度函数联合积分法与功能密度函数积分法, 整理并推导了发动机连杆的保守模糊可靠度计算公式, 即应力、强度及构件的几何尺寸等参数都为正态分布, 隶属度函数为 k 次抛物线分布时的模糊可靠度计算公式; 通过VB编程实现发动机连杆保守模糊可靠度设计数值解的计算. 本程序可直接应用于设计计算中, 以提高连杆的设计水平.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 连杆; 发动机; 可靠性; 模糊数学

中图分类号: V232; TH122

文献标识码: A

Conservative fuzzy reliability design of engine connecting rod

WANG Tie¹, WU Jing¹, ZHOU Shu wen²,

ZHANG Guo zhong², BA De chun²

(1. School of Vehicle and Traffic,

Shenyang Ligong University, Shenyang 110168, China;

2. School of Mechanical Engineering and Automation,

Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: In consideration of the strength and safety, both distribution's density and function's density were integrated to induce the conservative fuzzy reliability design formulas about engine connecting rod, namely, the stress, strength, geometry dimension of component etc, were normally distributed, and subordinate function was obtained from fuzzy reliability design formula in the case of parabola of exponential k ; the numeric result about the conservative fuzzy reliability design of engine connecting rod was achieved by VB program in the computer. This program can be used in design of connecting rod to improve the level of design.

Key words: aerospace propulsion system; connecting rod; engine; reliability; fuzzy mathematics

机械零件中的模糊可靠度设计是将模糊概率统计的基本原理^[1-3]应用到机械零件可靠性^[4-5]设计中. 其特点是在设计中引用了模糊可靠度的概念, 摆脱了传统的安全系数法, 使设计结果更符合实际; 零件从有效到失效的过程是一个渐变过程,

这个过程与加载历史和加载时间总量有关, 涉及到材料非线性与状态非线性, 在工程实际中很难用有限元方法进行精确描述; 如果用有限元等方法对零件的有效状态进行描述, 找出危险点, 再利用模糊可靠度设计方法进行设计, 将会减少设计

收稿日期: 2007-06-11; 修订日期: 2007-10-23

基金项目: 国家自然科学基金(59835050); 辽宁省博士科研启动项目(20061014); 沈阳理工大学博士启动项目(0612)

作者简介: 王铁(1969-), 男, 辽宁沈阳人, 副教授, 博士后, 主要从事机械设计及理论的研究.

强度, 便于实际应用; 对强度和应力符合正态分布、隶属函数符合 k 次抛物线分布时的发动机连杆模糊可靠度公式进行完善和推导, 并通过 VB 编程实现数值解的计算。

1 机械零件的模糊可靠度描述

通常零件的功能(负荷能力、适用性能、耐久性能等) 在可靠度设计中以极限状态表达, 零件在不能完成规定功能前的一种特殊状态(临界状态) 称为极限状态。以统计的观点来说, 极限状态可以用零件功能函数精确表达。

令 x 为强度的随机变量、 y 为应力的随机变量、功能函数 $z(x, y) = x - y$, 为表述方便下文中将 $z(x, y)$ 一律写为 z 。

常规的可靠度设计, 按功能函数的值分为 3 个不同的状态, 即

$$\begin{cases} z > 0 & \text{零件处于安全状态} \\ z = 0 & \text{零件处于极限状态} \\ z < 0 & \text{零件处于失效状态} \end{cases} \quad (1)$$

在常规可靠度设计中, 是按安全与失效两个状态来进行可靠度设计, 因此, 零件从安全状态到失效状态是一种突变的形式。若采用模糊设计准则, 即考虑零件从安全状态到失效状态的中间过渡区, 零件在两个状态之间存在一个中间状态, 它描述设计中存在模糊性或失效逐渐发生的特性。采用模糊方法来处理模糊状态是符合工程实际情况的, 将零件从安全状态到失效状态之间的中间过渡区称为模糊极限状态, 并以极限状态作为模糊可靠度设计的依据。

考虑零件从安全状态到失效状态的中间过渡状态, 则常规可靠度设计变为模糊可靠度设计, 按功能函数的值分为 3 个不同的状态, 即

$$\begin{cases} z > \delta & \text{零件处于安全状态} \\ -\delta \leq z \leq \delta & \text{零件处于极限状态} \\ z < -\delta & \text{零件处于失效状态} \end{cases}$$

式中 δ 为一趋于 0 的正数, 用于表述功能函数 z 的模糊极限状态区间。可以进一步解释为 $-\delta \leq z < 0$, 零件不能算完全失效; $0 < z \leq \delta$ 零件不能算完全完好。

零件所处的安全状态是一个模糊事件 $\bar{A}$, 可用功能函数 z 对 $\bar{A}$ 的隶属变量 $\mu_{\bar{A}}(z)$ 来描述模糊事件 $\bar{A}$, 即

$$\mu_{\bar{A}}(z) = \begin{cases} 1 & \text{零件处于安全状态} \\ 0 \sim 1 & \text{零件处于极限状态} \\ 0 & \text{零件处于失效状态} \end{cases} \quad (2)$$

通常, 将零件可靠度条件按 $z \geq 0$ 所进行的设计称为常规可靠度设计; 将零件可靠度条件按 $z \geq 0$ ($\geq$ 为模糊大于等于) 进行的设计称为模糊可靠度设计。因此, 零件的可靠度 R 指模糊事件 $\bar{A}$ 的概率, 即 $z \geq 0$ 的概率, 可将表达式写成

$$R = P(z \geq 0) = R_1 \pm R_e \quad (3)$$

式中 R_1 为零件的常规可靠度; $+R_e$ 为加上零件不能算完全失效时的过渡可靠度, 适于非保守可靠度设计; $-R_e$ 为减去零件不能算完全完好时的过渡可靠度, 适于保守可靠度设计。

2 机械零件的保守模糊可靠度计算

机械零件的保守模糊可靠度定义为应力、强度均为正态分布时的模糊可靠度。

设应力 y 、强度 x 均为正态随机变量, 概率密度函数各为

$$\begin{aligned} g(y) &= \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y - \mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right] \\ &(-\infty < y < \infty) \\ f(x) &= \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] \\ &(-\infty < x < \infty) \end{aligned}$$

式中 $\mu_y, \mu_x, \sigma_y, \sigma_x$ 分别为 y, x 的均值和标准差。

令 $z = x - y$, 由概率论知, z 的概率密度函数为

$$\begin{aligned} h(z) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}} \exp\left[-\frac{[z - (\mu_x - \mu_y)]^2}{2(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)}\right] \\ &(-\infty < z < \infty) \end{aligned} \quad (4)$$

由(4)式可知, $h(z)$ 亦为正态分布, 其均值 $\mu_z = \mu_x - \mu_y$, 标准差 $\sigma_z = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ 。

故

$$\begin{aligned} R_1 &= P(z \geq 0) = \int_0^{\infty} h(z) dz = \\ &\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^2}} \exp\left[-\frac{(z - \mu_z)^2}{2\sigma_z^2}\right] dz \end{aligned} \quad (5)$$

令标准正态变量 $u = (z - \mu_z)/\sigma_z$, 则 $dz = \sigma_z du$; 当 $z = 0$ 时, $u = u_p = -\mu_z/\sigma_z$; 当 $z = +\infty$ 时, $u = +\infty$, 代入式(5)可得

$$R_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_p}^{\infty} \exp\left[-\frac{u^2}{2}\right] du = \Phi(u_p) \quad (6)$$

式(6)中的积分上限

$$u_p = -\frac{\mu_z}{\sigma_z} = -\frac{\mu_x - \mu_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \quad (7)$$

取密度函数为

$$h(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

若应力、强度为相关随机变量且相关系数为 ρ 时, 则式(7)中的 $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$ 应以 $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\rho\sigma_x\sigma_y}$ 代之.

根据文献[6], 隶属函数可以用 k 次抛物线来描述, 则

$$\vartheta(z) = \begin{cases} 1 & z \geq u_p \\ \left(\frac{1 \cdot 1u_p - z}{0 \cdot 1u_p}\right)^k & 1 \cdot 1u_p < z < u_p \end{cases} \quad (8)$$

保守模糊可靠度为

$$R = R_1 - R_\varepsilon = R_1 - \int_{1 \cdot 1u_p}^{u_p} \left(\frac{1 \cdot 1u_p - z}{0 \cdot 1u_p}\right)^k \cdot h(u) du \quad (9)$$

3 发动机连杆的保守模糊可靠度设计

3.1 发动机连杆的应力计算

经对连杆进行失效分析后, 确定连杆的失效模式多为杆部拉伸断裂. 工字形截面较为常用(图1), 连杆的拉伸应力分别为

$$\sigma = \frac{P1}{a1 \cdot (h1 - 2 \cdot t1) + 2 \cdot b1 \cdot t1} \quad (10)$$

式中 $P1$ 为拉力的最大值, 工字形截面尺寸如图1所示.

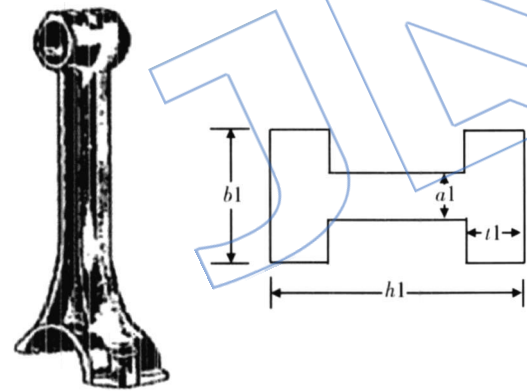


图1 连杆结构
Fig.1 Structure of connecting rod

一般情况下, 在工程实际中构件的几何尺寸是符合正态分布的. 我们令 $P1$ 的均值和标准差为 (μ_{P1}, σ_{P1}) , $a1$ 的均值和标准差为 (μ_{a1}, σ_{a1}) , $h1$ 的均值和标准差为 (μ_{h1}, σ_{h1}) , $b1$ 的均值和标准差为 (μ_{b1}, σ_{b1}) , $t1$ 的均值和标准差为 (μ_{t1}, σ_{t1}) . 引入中间变量 $c1, d1, e1, f1$, 并令 $c1 = h1 - 2 \cdot t1$, $d1 = 2 \cdot b1 \cdot t1$, $e1 = a1 \cdot c1$, $f1 = e1 + d1$, 则中间变量的均值和方差为

$$\begin{aligned} \mu_{c1} &= \mu_{h1} - 2\mu_{t1}; & \sigma_{c1} &= \sqrt{\sigma_{h1}^2 + (2\sigma_{t1})^2} \\ \mu_{d1} &= 2\mu_{b1} \cdot \mu_{t1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{d1} &= 2\mu_{b1} \cdot \mu_{t1} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{b1}}{\mu_{b1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{t1}}{\mu_{t1}}\right)^2} \\ \mu_{e1} &= \mu_{a1} \cdot \mu_{c1}; \\ \sigma_{e1} &= 2\mu_{a1} \cdot \mu_{c1} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{a1}}{\mu_{a1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{c1}}{\mu_{c1}}\right)^2} \\ \mu_{f1} &= \mu_{e1} + \mu_{d1}; & \sigma_{f1} &= \sqrt{\sigma_{e1}^2 + \sigma_{d1}^2} \\ \mu_{\sigma} &= \frac{\mu_{P1}}{\mu_{f1}}; & \sigma_{\sigma} &= \frac{\mu_{P1}}{\mu_{f1}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{P1}}{\mu_{P1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{f1}}{\mu_{f1}}\right)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

3.2 发动机连杆的保守模糊可靠度设计

在发动机连杆的保守模糊可靠度设计中, 一种情况是给定保守模糊可靠度 R 、强度 $x(\mu, \sigma_x)$, 及相应的分布参数 $P1(\mu_{P1}, \sigma_{P1})$, $h1(\mu_{h1}, \sigma_{h1})$, $b1(\mu_{b1}, \sigma_{b1})$, $t1(\mu_{t1}, \sigma_{t1})$, 隶属函数指数 k 来求 $a1(\mu_{a1}, \sigma_{a1})$; 根据加工公差和 3σ 法则, 可得 $\sigma_{a1} = 0.005\mu_{a1}$.

这里我们通过摄动法(见参考文献4), 令 $R = R1$ 来求出 μ_{a1} 的估值 μ_{a1} , 将 $(0.7 \cdot \mu_{a1}, 1.3 \cdot \mu_{a1})$ 作为 μ_{a1} 的估值区间, 利用二分法(见参考文献[7])来求出 μ_{a1} 的数值解, 进而求出 σ_{a1} .

给定保守模糊可靠度, 求其它参数的方法同上(可在程序的编译状态下进行).

通过二分法计算, 我们可知程序的关键是求模糊可靠度.

3.3 程序与算例

以上述数学模型为基础编写的软件计算界面如图2, 采用参考文献[8]的基本数据进行算例描述: 某种连杆危险截面几何尺寸的均值和标准差为 $t1 = 27.5, 0.28$ mm; $h1 = 140, 0.53$ mm; $b1 = 96, 0.47$ mm; $P1 = 5.79 \times 10^6, 3.32 \times 10^5$ N; $x = 1235, 67.89$ MPa; 保守模糊可靠度 $R = 0.9999$ 、指数 $k = 2$. 经计算 $a1 = 14.24, 0.071$ mm, 较传统计

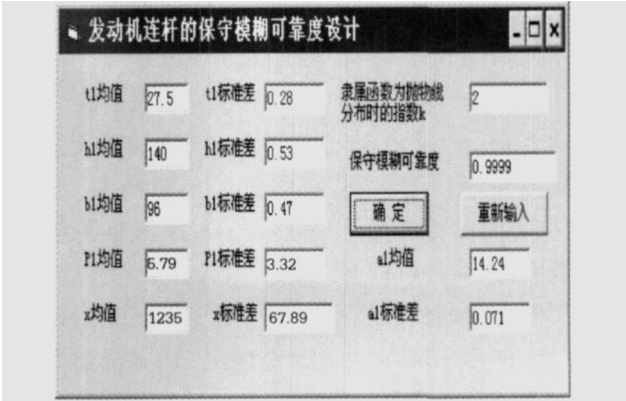


图2 发动机连杆保守模糊可靠度设计计算界面
Fig.2 Conservative fuzzy reliability design of engine connecting rod

算值(14, 0.07)略有增加, 如果根据实际情况适当调整隶属函数的变化范围, 数值会进一步改变.

4 程序关键点分析

程序计算中, 二分法的核心是求模糊可靠度, 在求模糊可靠度时, 因为指数 k 的取值不同, 输入的原始数据不同, 需根据原函数与积分区间的特点进行积分变换, 然后利用数值分析中的中点公式积分法与龙贝格求积法进行积分计算. 难点与关键点是积分变换, 本程序共设置两种变换方式:

1) 若 $ab > 0$ 则当 $a > 0, b \rightarrow +\infty$ (一般出现在应力大于强度) 时有恒等式

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{1/b}^{1/a} \frac{1}{t^2} f\left(\frac{1}{t}\right) dt$$

2) 若 $x = a$ 为 $f(x)$ 的瑕点(一般出现在应力与强度的标准差均很小及应力大于强度的情况下), 且 $f(x)$ 在 $x = a$ 处与 $(x - a)^{-r}$ ($0 \leq r < 1$) 同阶, 则用恒等式

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{1-r} \int_0^{(b-a)^{1-r}} t^{\frac{r}{1-r}} f\left(a + t^{\frac{1}{1-r}}\right) dt$$

($b > a$)

若 $f(x)$ 在 $x = b$ 处与 $(b - x)^{-r}$ ($0 \leq r < 1$) 同阶, 则应用恒等式

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{1-r} \int_0^{(b-a)^{1-r}} t^{\frac{r}{1-r}} f\left(b - t^{\frac{1}{1-r}}\right) dt$$

($b > a$)

特别对 $r = 0.5$ 有

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{1-r} \int_0^{\sqrt{b-a}} 2tf\left(a + t^2\right) dt$$

($b > a$)

5 结论

零件从有效到失效是一个渐变的过程, 这个过程与加载历史和加载时间总量有关, 涉及到材料非线性与状态非线性, 在工程实际中很难用有限元等方法进行精确描述, 而本方法却可以进行有效地描述与设计. 本文的结论如下:

1) 如果用有限元等方法对零件的有效状态进行描述, 找出危险点, 再利用模糊可靠度设计方法进行设计, 将会减少设计者的劳动强度, 便于实际应用;

2) 随机性和模糊性是当前机械零件设计中两种不可避免的不确定性, 因此, 将包含这两种不确定性的模糊可靠性设计引入发动机连杆设计中, 可以提高连杆的设计水平;

3) k 次抛物线可以很好地拟合隶属函数, 且可以很容易算出极限可靠度, 不至于给算法带来过重的负担;

4) 给定保守模糊可靠度求其它参数, 可在程序的编译状态下进行;

5) 所编程序具有很好的移植性、安全性、兼容性, 适于工程实际的需要;

6) 本程序可直接应用于发动机连杆的设计计算中.

参考文献:

- [1] 李洪兴, 汪培庄. 模糊数学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
LI Hongxing, WANG Peizhuang. Fussy mathematics [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002.
- [2] Impelluso T. Physically based virtual reality in a distributed environment[J]. Computer Graphics, 1996, 30(4): 60-61.
- [3] Knezevic J, Odoom E R. Reliability modeling of repairable systems using petri nets and fuzzy lambda tau methodology[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2001, 3(73): 1-8.
- [4] 张义民. 汽车零部件可靠性设计[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2000.
ZHANG Yimin. Reliable design of vehicle spare parts [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2000.
- [5] Eriksson P. Optimizations of a bus body structure[J]. Heavy Vehicle System, 2001, 8(1): 1-16.
- [6] 谢庆生, 罗延科, 李屹. 机械工程模糊优化方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2002: 65-71.
XIE Qingsheng, LUO Yanke, LI Qi. Fussy reliability optimization design of machine engineering [M]. Beijing: China machine Press, 2002: 65-71.
- [7] 孙庆新. 数值分析[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2003: 295-298.
SUN Qingxin. Number analysis [M]. Shenyang: North east University Press, 2003: 295-298.
- [8] 张义民, 王龙山. 发动机连杆的可靠性灵敏度设计[J]. 航空动力学报, 2004, 19(5): 587-592.
ZHANG Yimin, WANG Longshan. Reliability sensitivity design of engine connecting rod[J]. Journal of Aerospace Power 2004, 19(5): 587-592.