

文章编号: 1000-8055(2008)02-0263-07

椭圆轴承-转子系统的稳定性与分岔

王立刚¹, 曹登庆¹, 王晋麟¹, 黄文虎¹, 崔颖²

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工业大学 能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

摘 要: 针对 200 MW 汽轮发电机组轴系, 建立了椭圆轴承-转子系统的动力学模型和椭圆轴承油膜力非线性模型. 利用固定界面模态综合法将 608 个自由度的非线性动力学系统降至 30 个自由度, 然后采用 Rouge-Kutta 法对降维后的模型进行数值求解, 得到随转速变化的频响曲线、分岔图和三维谱图, 并据此分析系统的稳定性. 利用转速变化的频响曲线, 分析了偏心距、润滑剂黏度系数和轴承长径比等参数对系统动力特性的影响. 数值结果表明: 椭圆轴承-转子系统的稳定性区域要大于圆轴承-转子系统的稳定性区域.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 椭圆轴承; 汽轮机; 降维; 非线性振动; 油膜振荡

中图分类号: TH133; O322

文献标识码: A

Stability and bifurcation of elliptic bearing-rotor systems

WANG Li-gang¹, CAO Deng-qing¹, WANG Jin-lin¹,

HUANG Wen-hu¹, CUI Yin²

(1. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology,
Harbin 150001, China;

2. School of Energy Science and Engineering,
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The nonlinear dynamic behavior of elliptic bearing-rotor system was investigated by working on 200 MW steam turbine as an example. The finite element method was employed to establish a dynamical model of the system and a nonlinear model derived from the variational principle was adopted to describe the oil force of elliptic bearings. Then, the nonlinear dynamic system with 608-degree-of-freedom was reduced to a 30-degree-of-freedom model in terms of the fixed interface mode synthesis method. The Rouge-Kutta method was employed to solve the reduced model numerically, and the frequency-response curve, the bifurcation diagram, and the three dimensional spectral plot obtained were used to analyze the stability of the rotor-bearing system. The effects, on the dynamic behavior of the system, of the eccentricity, the oil viscosity and the length-to-diameter ratio of bearing were discussed in terms of the frequency-response curve. The numerical results show that the stability range of the elliptic bearing-rotor model is larger than that of the circular bearing-rotor system.

Key words: aerospace propulsion system; elliptic bearing; steam turbine; reduction; nonlinear vibration; oil whip

收稿日期: 2007-01-29; 修订日期: 2007-06-20

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (10632040)

作者简介: 王立刚, (1977-), 男, 黑龙江哈尔滨人, 博士生, 主要从事非线性转子动力学的研究.

由于滑动轴承中的油膜力具有强烈的非线性特性,使得高效准确的计算非线性油膜力成为研究转子-轴承系统动力学问题的关键^[1-3].油膜力模型的建立方法大致可以分为两类.一是以有限元法和差分法等为基础的数值方法,另一种方法是建立油膜力的近似表达式的解析方法,如长轴承和短轴承理论等.数值方法的计算量相当大,有时甚至是难以计算,而近似模型虽有较高的计算速度,但计算精度却难以保证.对于椭圆轴承等非圆结构轴承,传统的油膜力计算方法更受到了严格的挑战.

为高效准确地计算非线性油膜力,人们曾提出了一些油膜力计算方法^[4-10].王文等^[4]通过对 Reynolds 方程的量纲分析,给出了汽轮发电机组常用轴承性能数据库系统.此数据库能有效精确地计算多种常规和非常规的汽轮机径向轴承的油膜力.孟志强等^[5]运用状态空间的 Poincare 变换,建立了油膜力数据库及相应的插值拟合程序.在此基础上,秦平等^[6-7]采用前馈神经网络对当量数据进行拟合,获得了椭圆轴承非线性油膜力的神经网络计算模型,进一步提高了油膜力的计算效率.陈龙等^[8]和刘大全等^[9]采用变分原理获得了有限长圆轴承油膜力的解析公式和有限长椭圆轴承油膜力的高精度近似公式.吕延军等^[10]建立了具有下游 Reynolds 边界条件的轴承流体润滑椭圆型变分方程,运用八节点等有限元方法,计算了非线性油膜力及其 Jacobi 矩阵.

在分析转子-轴承系统的非线性振动稳定性时,多采用简化的单盘 Jeffcott 转子模型或具有较少自由度的转子-轴承系统模型^[11-12],虽然能对系统的非线性行为进行理论上的定性分析,但难以对复杂的实际机组定量指导.而大型机组复杂的实际结构会导致系统的自由度数量庞大,这使得理论分析难以进行.为了能从工程的角度来分析转子-轴承系统的稳定性,崔颖等^[13-14]采用固定界面模态综合法对 200 MW 汽轮机组的低压

段和轴系参数进行了降维计算,对降维前后的数值计算结果进行比较后,证实了该方法的有效性.

对于 200 MW 汽轮机组,为提高转子系统的稳定性,大多采用椭圆轴承-转子系统.然而在分析转子系统的动力学行为时,现有的理论工作常采用圆轴承非线性油膜力模型,这必然会导致实际现场数据与理论结果之间的偏差.不同结构形式的轴承对整个轴系稳定性的影响有较大差异^[15],为了能更为直接、精确的反映油膜力对实际机组轴系振动的影响,有必要对椭圆轴承支撑下转子的动力学行为进行研究.

本文采用有限元法建立 200 MW 汽轮发电机组轴系椭圆轴承-转子系统的动力学模型.利用固定界面模态综合法系统降维,并采用 Rouge-Kutta 法对降维后的模型进行数值求解.利用转速变化的频响曲线,分析偏心距、润滑剂黏度系数和轴承长径比等参数对系统动力学行为的影响.利用数值计算的结果对椭圆轴承-转子系统和圆轴承-转子系统的稳定性区域进行比较.

1 椭圆轴承-转子系统的数学模型

1.1 汽轮发电机组轴系振动方程

考虑 200 MW 汽轮发电机组,它有 5 跨转子和 9 个滑动轴承,其转子-轴承系统的结构如图 1 所示^[14].采用有限元方法将系统离散为 152 个节点,滑动轴承分别在第 3,34,58,66,86,94,122,135 和 146 号节点处.每个节点有 4 个自由度,整个系统共 608 个自由度.采用 Euler-Bernouli 梁,得到系统的运动微分方程

$$MX'' + C\dot{X} + KX = F(X, \dot{X}) + Q(t) + G \quad (1)$$

其中, M , C 和 K 分别是系统的质量、阻尼和刚度矩阵; $Q(t)$ 是不平衡力; $F(X, \dot{X})$ 是轴承处的非线性油膜力; G 是重力. 位移矢量

$$X = [x_1, y_1, \theta_x, \theta_y, x_2, y_2, \theta_x, \theta_y, \dots]^T$$

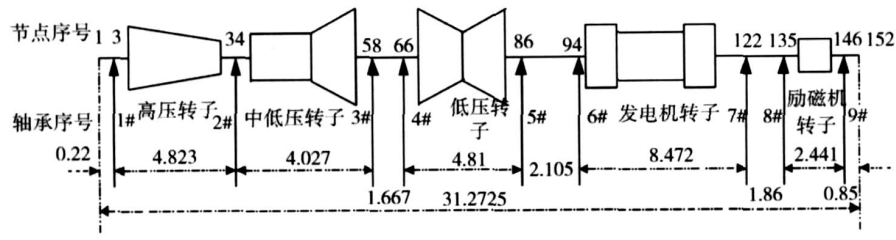


图 1 20 MW 机组轴系的结构简图(单位:m)

Fig 1 Sketch of the multi-bearing rotor system of 200 MW steam turbine

为简单起见,这里采用比例阻尼,即

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2)$$

式中

$$\alpha = \frac{2 \left(\frac{\xi}{\omega} - \frac{\xi}{\omega} \right)}{\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\omega^2}}, \beta = \frac{2(\xi\omega - \xi\omega)}{\omega^2 - \omega^2},$$

其中, ξ, ξ 是阻尼系数, ω, ω 分别为汽轮机转子的第一和第二阶固有频率.

1.2 滑动轴承中的非线性油膜力模型^[8-9]

在滑动轴承的流体动压润滑中,有限长轴承不存在油膜力的解析解. 而轴颈的非线性大扰动和油膜的空穴效应使 Reynolds 方程的边界条件成为非稳态自由边界,这使得寻找有足够精度的 Reynolds 方程近似解析解具有很大的难度. 但在旋转机械的动力分析中,轴承的油膜力是油膜分布压力的积分,当我们不苛求压力分布的逐点精确性,而只要求总体效应有足够精度时,可以采用变分方法来求得油膜力的近似解析解.

满足 Reynolds 边界条件的油膜压力 q 的等价变分原理为

$$J(p) = \min_{q \in K} J(q) \quad (3)$$

式中 p 是使得 J 取最小值的油膜压力,而

$$J(q) = \frac{1}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial q}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\partial q}{\partial z} \right)^2 \right] d\theta dz - \iint \left[\dot{x} + \frac{y}{2} \right] \cos \theta + \left[\dot{y} - \frac{x}{2} \right] \sin \theta q d\theta dz \quad (4)$$

$$K = \{q \in H_0^1(S) \mid q \geq 0\} \quad (5)$$

其中,轴瓦的润滑区域 $S = \theta \cdot z = [0, \gamma] \times [-\lambda, \lambda]$, 轴瓦包角为 γ ; 轴承长径比 $\lambda = L/D$; 油膜厚度为 h ; K 为 Sobolev 空间 $H_0^1(S)$ 的一个凸集,其物理意义是满足零边界条件,具有一阶连续导数的非负函数的全体.

对于有限长轴承,取分离变量的试凑函数

$$q(\theta, z) = g(z) r(\theta) \quad (6)$$

若 $r(\theta)$ 已知,泛函 J 可写为

$$J(q) = \frac{1}{2} d_1 \int_{-\lambda}^{\lambda} g^2(z) dz + \frac{1}{2} d_2 \int_{-\lambda}^{\lambda} g^2(z) dz - d_3 \int_{-\lambda}^{\lambda} g(z) dz \quad (7)$$

其中

$$d_1 = \int_0^\gamma h^3 \cdot r^2(\theta) d\theta, \quad d_2 = \int_0^\gamma h^3 \cdot r^2(\theta) d\theta, \\ d_3 = \int_0^\gamma \left[\dot{x} + \frac{y}{2} \right] \cos \theta + \left[\dot{y} - \frac{x}{2} \right] \sin \theta r(\theta) d\theta$$

由泛函的极值及边界条件 $g(\pm\lambda) = 0$, 可得

$$g(\zeta) = \cosh(k\lambda) - \cosh(k\zeta) \quad (8)$$

式中

$$k = \sqrt{d_1/d_2}, \quad \zeta = z/L$$

则将泛函 J 转化为 $r(\theta)$ 的一维泛函

$$J(q) = \frac{1}{2} \int_0^\gamma h^3(\theta) (c_1 r^2(\theta) + c_2 r^2(\theta)) d\theta - c_3 \int_0^\gamma f(\theta) r(\theta) d\theta \quad (9)$$

式中

$$c_1 = \int_{-\lambda}^{\lambda} g^2(\zeta) d\zeta = 2\lambda + \lambda \cosh(2k\lambda) - \frac{3}{2k} \sinh(2k\lambda)$$

$$c_2 = \int_{-\lambda}^{\lambda} g^2(\zeta) d\zeta = \frac{k}{2} [\sinh(2k\lambda) - 2k\lambda]$$

$$c_3 = \int_{-\lambda}^{\lambda} g(\zeta) d\zeta = \frac{2}{k} [k\lambda \cosh(k\lambda) - \sinh(k\lambda)].$$

对 $r(\theta)$ 作有限元离散,代入上面的一维泛函,可解得 $r(\theta)$. 则油膜力公式为

$$F_x = - \int_0^\gamma \int_{-\lambda}^{\lambda} p \cos \theta dz d\theta \\ F_y = - \int_0^\gamma \int_{-\lambda}^{\lambda} p \sin \theta dz d\theta \quad (10)$$

采用上述的变分方法可获取圆轴承以及椭圆轴承中的非线性油膜力.

2 振动方程的降维计算

200MW 汽轮机组的自由度高达 608 个,直接对方程(1)进行积分,计算时间花费较大. 利用固定界面模态综合法对振动方程进行降维. 设受非线性油膜力作用的转子节点位移为界面自由度 X_s , 转子的其余自由度均为线性,为非界面自由度 X_i . 按照界面自由度和非界面自由度将方程(1)改写为

$$\begin{bmatrix} m_{ii} & m_{is} \\ m_{si} & m_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_i \\ \ddot{X}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{ii} & d_{is} \\ d_{si} & d_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_i \\ \dot{X}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{is} \\ k_{si} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_i \\ X_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F_s(X, \dot{X}) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} Q_i(t) \\ Q_s(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} G_i \\ G_s \end{Bmatrix} \quad (11)$$

首先将方程(11)的界面自由度 X_s 固定,取系统正则化模态集中的低阶模态 ψ_l 构成系统的固定界面主模态集 $\psi_m = [\psi_l, 0]^T$. 约束模态相当于给定某些界面自由度为单位位移,而其他界面自由度为零时所形成的静模态,系统的约束模态方程为

$$k_{ii} X_i + k_{is} X_s = 0 \quad (12)$$

或

$$X_i = -k_{ii}^{-1} k_{is} X_s \quad (13)$$

则约束模态集为 $\psi_c = \begin{bmatrix} -k_{ii}^{-1}k_{is} \\ I \end{bmatrix}$.

由上述固定界面主模态集和约束模态集组合成的模态矩阵 ψ 为

$$\psi = [\psi_m \quad \psi_c] \tag{14}$$

利用模态矩阵可以将物理坐标下的振动方程变换为模态坐标下的振动方程

$$\tilde{M}\ddot{U} + \tilde{C}\dot{U} + \tilde{K}U = \tilde{Q}(t) + \begin{Bmatrix} 0 \\ F_s(U_s, \dot{U}_s) \end{Bmatrix} + \tilde{G} \tag{15}$$

式中

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= \psi^T \begin{bmatrix} m_{ii} & m_{is} \\ m_{si} & m_{ss} \end{bmatrix} \psi, \tilde{K} = \psi^T \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{is} \\ k_{si} & k_{ss} \end{bmatrix} \psi, \\ \tilde{D} &= \psi^T \begin{bmatrix} d_{ii} & d_{is} \\ d_{si} & d_{ss} \end{bmatrix} \psi, \tilde{Q} = \psi^T \begin{bmatrix} Q_i(t) \\ Q_s(t) \end{bmatrix}, \tilde{G} = \psi^T \begin{bmatrix} G_i \\ G_s \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

采用数值方法求得方程(15)在模态坐标下的值 U , 再利用 $x = \psi U$, 返回到物理坐标, 可得转子—轴承系统的振动特性.

3 汽轮机组轴系非线性动力学响应

在 200 MW 汽轮发电机组的运行中, 发电机转子前轴承处(图 1 所示的 6 号轴承, 即第 94 号节点处)的轴颈多次发生非线性油膜失稳现象, 此处的非线性油膜力将影响系统整体的稳定性. 设在轴系的第 73 号节点上有 0.5 mm 的偏心量, 转子的阻尼系数 ξ, ξ 分别取 0.05 和 0.08. 各轴承处的结构参数为: 轴承的间隙比 0.002 2; 润滑油的粘度系数 0.028 Pa · s. 椭圆轴承的椭圆度为 0.5, 瓦块包角为 150°. 利用上述的固定界面模态综合法, 将系统振动方程的自由度数由 608 降为 30, 再用 Runge-Kutta 积分法对降维后的振动方程进行数值求解.

3.1 椭圆轴承支撑下系统的稳定性与分岔分析

图 2~图 4 给出了轴承长径比为 0.58 时, 椭圆轴承-转子系统的频响曲线、三维谱图和分岔图. 当转速较低时, 频响曲线显示转子振动的幅值较小. 在三维谱图中, 可见转子系统的振动频率以基频为主, 分岔图显示系统响应是稳定的周期运动.

当转速升至 5 700 r/min 附近, 转子的振幅开始增长. 在三维谱图中开始出现低频和低频分量, 并伴有“锁频”现象出现, 即转子振动频率不再随着转速增加而变化, 而是保持在转子的一阶固有频率附近. 在分岔图中可见, 系统运动不再是简单

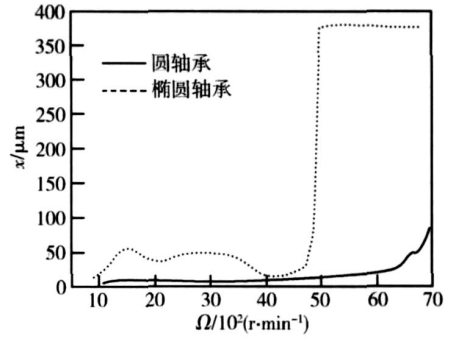


图 2 频响曲线

Fig. 2 Frequency response curve

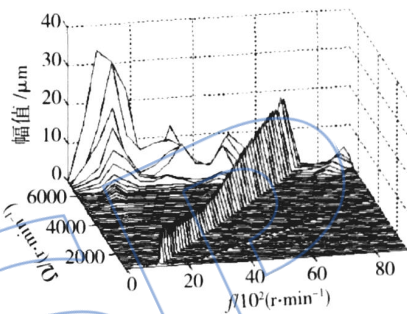


图 3 椭圆轴承轴颈振动三维谱图

Fig. 3 Three dimensional spectral plot of the journal vibration for elliptical bearing

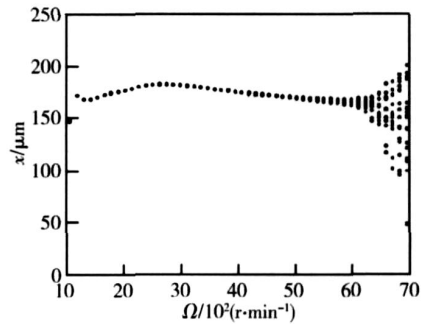


图 4 椭圆轴承轴颈振动分岔图

Fig. 4 Bifurcation diagram of the journal vibration for elliptical bearing

周期性的, 而是逐渐地向倍周期和概周期等复杂非线性模式过渡. 数值结果表明: 当转速进一步提高, 系统非线性因素的影响逐渐增强, 产生油膜振荡.

3.2 与圆轴承支撑下转子系统动力学行为的比较

为比较在不同类型轴承支撑下, 转子系统动力学行为的差异, 图 2、图 5 和图 6 给出了在相同参数条件下, 圆轴承支撑的发电机转子前轴承处轴颈振动的频响曲线图、三维谱图和分岔图. 由图

2、图 5 和图 6 易见,圆轴承支撑下转子系统的失稳转速在 4 880 r/min 附近,此转速远低于椭圆轴承系统的失稳转速.

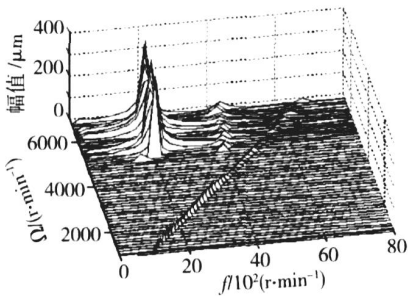


图 5 圆轴承轴颈振动三维谱图

Fig. 5 Three dimensional spectral plot of the journal vibration for circle bearing

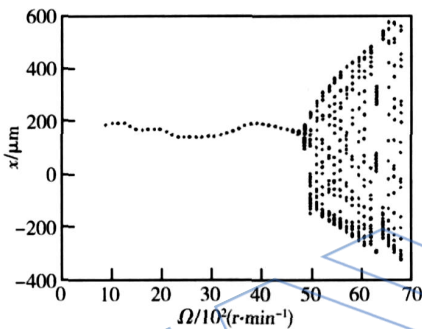


图 6 圆轴承轴颈振动分岔图

Fig. 6 Bifurcation diagram of the journal vibration for circle bearing

图 7 与图 8 分别给出了在工作转速 3 000r/min 时,椭圆轴承和圆轴承轴颈的轴心轨迹.可以看到,在椭圆轴承中,轴颈振动的静平衡位置要高于圆轴承的,并且椭圆轴承中轴心轨迹的向径要小于圆轴承.表明:椭圆轴承-转子系统的稳定性要优于圆轴承-转子系统.

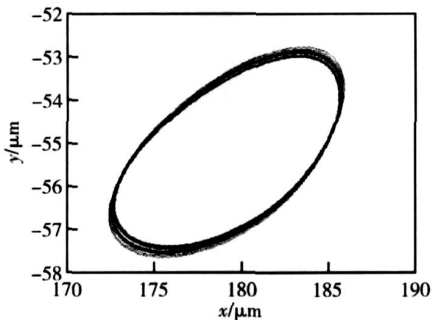


图 7 椭圆轴承轴颈振动轴心轨迹

Fig. 7 Orbit of the journal vibration for elliptic bearing

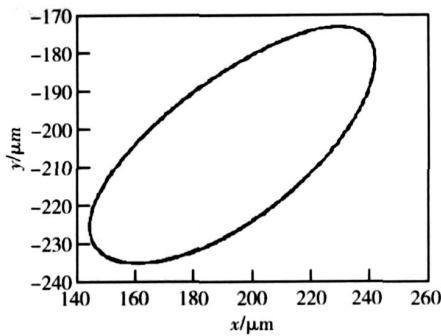


图 8 圆轴承轴颈振动轴心轨迹

Fig. 8 Orbit of the journal vibration for circle bearing

3.3 参数变化对系统稳定性的影响

3.3.1 不同偏心量的影响

在图 9 中,曲线 1~曲线 6 分别是不同偏心量时,系统的频响曲线.当偏心量较大时,系统幅值增长较快,如:当偏心量为 0.4 mm 时(曲线 1),转速在 6 400r/min 附近时,系统幅值超过 50 μm,而当偏心量为 1.4 mm 时(曲线 6),转速在 5 400r/min附近,系统幅值已经达到了 50 μm.由此可知,当偏心量较大时,偏心力在更宽的转速范围内占优,在一定程度上抑制了油膜力的作用,使得非线性油膜力对系统的影响在更高的转速下才能显现.这导致了系统的失稳转速升高,有利于系统的稳定性.但较大的偏心量也使得转子受到的激振力增大,使得转子振动时的幅值提高.特别是,在工作转速 3 000 r/min 附近,偏心量达到一定程度时系统的振幅会急剧增大,见图 9 的曲线 6.这些表明,只有适当的选取转子的偏心量才能有利于系统的稳定运行.

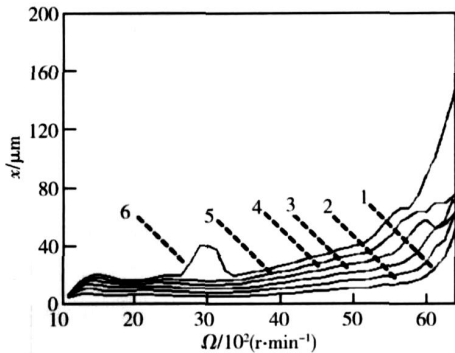


图 9 不同偏心量下系统的频响曲线

Fig. 9 Frequency-response curve with different eccentricities

3.3.2 不同润滑黏度系数的影响

润滑黏度系数的变化会改变轴承内油膜压力

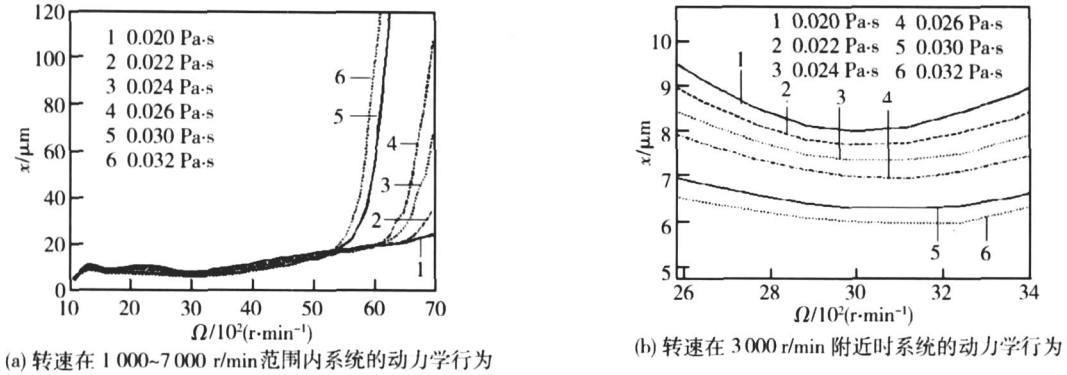


图 10 不同润滑黏度系数下系统的频响曲线

Fig. 10 Frequency-response curve with different oil viscosity coefficients

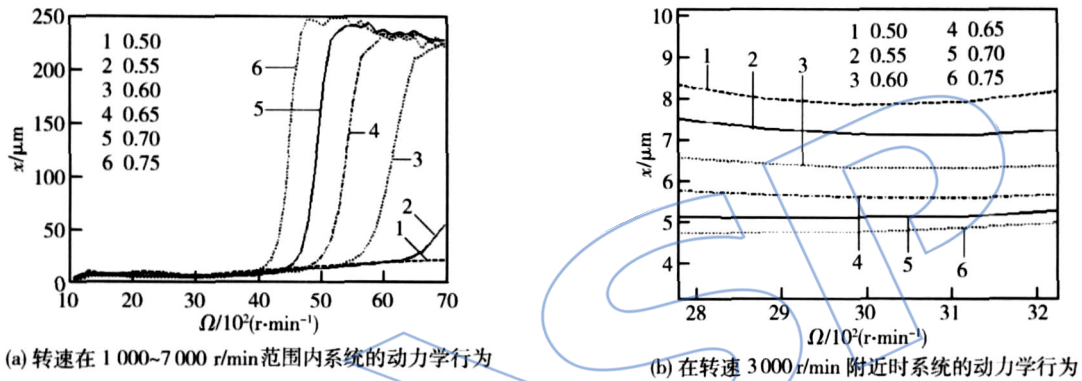


图 11 不同轴承长径比下系统的频响曲线

Fig. 11 Frequency-response curve with different length-to-diameter ratios

的大小,进而影响转子的稳定性.图 10 显示了不同润滑黏度系数下系统的频响曲线.由图 10(a)可见,当转速在 1 000~7 000 r/min 范围内变化时,若系统的润滑剂黏度系数取值较大,系统的失稳转速降低.但是在工作转速 3 000 r/min 附近(图 10(b)所示),当系统的润滑黏度系数取值较大时,系统的振幅较小,这对系统的安全运行有利.这些结果表明,存在润滑黏度系数的最佳值,使得系统不仅具有较宽的稳定裕度,并且在工作转速附近有较小的振幅.

3.3.3 不同轴承长径比的影响

不同的轴承长径比改变轴承结构形状,使轴承内各处的压力发生变化,因而影响了油膜力.图 11 给出了不同长径比时,系统的频响曲线.图 11(a)为在整个转速范围内系统的振幅变化情况,可见,当长径比的值较大时,系统的失稳转速会明显降低.图 11(b)表明,在工作转速 3 000 r/min 附近,较大的长径比的值会使系统的振动幅值更小.

4 结 论

本文以 200 MW 汽轮发电机组轴系为例,研

究了椭圆轴承-转子系统的非线性动力学行为.椭圆轴承的油膜力采用由变分原理导出的非线性模型,应用有限元方法建立了系统的动力学模型,并利用固定界面模态综合法将系统的自由度数量由 608 个降至 30 个.然后采用 Runge-Kutta 法对降维后的方程进行了数值求解.在机组的实际运行中发动机前轴承处转子多次发生油膜失稳现象,因此利用频响曲线、分岔图、三维谱图和轴心轨迹着重分析了该处转子的非线性行为.通过本文的分析,可以得到如下结论:

- 1) 对于 200 MW 汽轮发电机组轴系,椭圆轴承-转子系统在转速 5 700 r/min 附近会发生失稳,产生油膜振荡.
- 2) 椭圆轴承-转子系统的稳定性优于圆轴承-转子系统.
- 3) 当偏心量的值较大时,会抑制油膜振荡的发生,但同时也会使系统的振幅有所增大.
- 4) 当润滑剂的黏度系数较大时,系统失稳的转速较小,但在系统工作转速 3 000 r/min 附近,较大的黏度系数会使系统的振幅减小.
- 5) 当轴承长径比增大时,系统的失稳转速明

显降低,而在工作转速 3 000 r/min 附近,增大长径比会使系统的振动幅值减小。

以上结论表明,在汽轮机组的结构设计中,只有适当选取系统参数范围才能有效提高转子系统的稳定性。

参考文献:

- [1] 闻邦椿,武新华,丁千,等. 故障旋转机械非线性动力学的理论与实验[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [2] 闻邦椿,顾家柳,夏松波,等. 高等转子动力学[M]. 北京:机械工业出版社, 2000.
- [3] Adiletta G, Guido A R, Rossi C. Chaotic motions of a rigid rotor in short journal bearings[J]. Nonlinear Dynamics, 1996, 10 (6) : 251- 269.
- [4] WANG Wen, ZHANG Zhiming. Calculation of journal dynamic locus aided by database of non-stationary oil film force of single bush segment[R]. Kitak Yushu, Japan: Asia-Pacific Vibration Conference '93, 1993.
- [5] 孟志强,徐华,朱均. 基于 Poincare 变换的滑动轴承非线性油膜力数据库方法[J]. 摩擦学学报, 2001, 21 (3) : 223-227.
- MENG Zhiqiang, XU Hua, ZHU Jun. A database method of nonlinear oil film force based on Poincare transformation [J]. Tribology, 2001, 21 (3) : 223-227.
- [6] 秦平,孟志强,朱均. 滑动轴承非线性油膜力的神经网络模型[J]. 摩擦学学报, 2002, 22 (3) : 226-231.
- QIN Ping, MENG Zhiqiang, ZHU Jun. BP network model for nonlinear oil-film force on hydrodynamic bearing[J]. Tribology, 2002, 22 (3) : 226-231.
- [7] 秦平,沈钺,朱均. 椭圆轴承转子系统快速运动状态分析[J]. 西安交通大学学报, 2003, 37 (1) : 29-32.
- QIN Ping, SHEN Yue, ZHU Jun. Fast analysis of motion state for elliptic bearing-rotor system[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2003, 37 (1) : 29-32.
- [8] 陈龙,郑铁生,张文,等. 轴承非线性油膜力的一种变分近似解[J]. 应用力学学报, 2002, 19 (3) : 90-95.
- CHEN Long, ZHENG Tiesheng, ZHANG Wen, et al. A variational approximate solution for nonlinear oil-film forces of sliding bearing[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2002, 19 (3) : 90-95.
- [9] 刘大全,肖忠会,张文,等. 滑动轴承非线性油膜力的一维直接解法[J]. 机械工程学报, 2005, 41 (2) : 51-55.
- LIU Daquan, XIAO Zhonghui, ZHANG Wen, et al. Direct solution method of one-dimensional problem for nonlinear oil-film forces of sliding bearing[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41 (2) : 51-55.
- [10] 吕延军,虞烈,刘恒. 流体动压滑动轴承-转子系统非线性动力特性及稳定性[J]. 摩擦学学报, 2005, 25 (1) : 61-66.
- LU Yanjun, YU Lie, LIU Heng. Stability and nonlinear dynamic behavior of a hydrodynamic journal bearing-rotor system[J]. Tribology, 2005, 25 (1) : 61-66.
- [11] 黄文虎,武新华,焦映厚,等. 非线性转子动力学研究综述[J]. 振动工程学报, 2000, 13 (4) : 497-509.
- HUANG Wenhua, WU Xinhua, JIAO Yinghou, et al. Review of nonlinear rotor dynamics[J]. Journal of Vibration Engineering, 2000, 13 (4) : 497-509.
- [12] 焦映厚,陈照波,夏松波,等. 转子-非圆轴承系统非线性动力学行为的研究[J]. 航空动力学报, 2000, 15 (4) : 413-418.
- JIAO Yinghou, CHEN Zhaobo, XIA Songbo, et al. Study on nonlinear dynamic behavior of rotor-non-circular bearing system[J]. Journal of Aerospace Power, 2000, 15 (4) : 413-418.
- [13] 崔颖,刘占生,黄文虎,等. 高维转子-轴承系统非线性动力稳定性分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 37 (11) : 1465-1468.
- CUI Ying, LIU Zhansheng, HUANG Wenhua, et al. Nonlinear dynamic stability analysis for a large-scale rotor-bearing system[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2005, 37 (11) : 1465-1468.
- [14] 崔颖,刘占生,冷淑香,等. 200 MW 汽轮发电机组转子-轴承系统的非线性稳定性研究[J]. 机械工程学报, 2005, 41 (2) : 170-175.
- CUI Ying, LIU Zhansheng, LENG Shuxiang, et al. Study on nonlinear stability for a 200 MW turbo-generator rotor-bearing system[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41 (2) : 170-175.
- [15] 张直明,张言羊,谢友柏,等. 滑动轴承的流体动力润滑理论[M]. 北京:高等教育出版社, 1987.