

文章编号: 1000 8055(2008)01-0100-06

一种适用于压气机非定常流动的相位滞后算法

严 明, 孙 立, 刘相凤

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院 航空发动机气动热力重点实验室, 北京 100083)

摘 要: 应用相位滞后边界条件, 以 1:1 的转、静叶计算域, 在不改变转子尾迹及静子势干扰的频率的条件下, 计算叶轮机非定常流场. 以 NASA stage 67 为算例, 计算结果与实验数据相吻合, 表明采用的方法具有较大的工程实用性.

关 键 词: 航空、航天推进系统; 压气机; 非定常; Navier Stokes 方程; 相位滞后; 并行

中图分类号: V231.3

文献标识码: A

Study of phase-lag algorithm for unsteady flow of compressor

YAN Ming, SUN Li, LIU Xiang-feng

(National Key Laboratory on Aero-Engines, School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Phase-lag boundary conditions were applied in unsteady flow calculation of turbomachinery by not changing the real frequency of rotor wake and potential disturbance of stator, with a 1:1 ratio of rotor/stator. Based on the computations over NASA Stage67, the results were found to match the experimental data, showing that the method is suitable for engineering applications.

Key words: aerospace propulsion system; compressor; unsteady; Navier-Stokes equations; phase-lag; parallel

在单级或多级轴流压气机中, 叶片排相互干涉产生的非定常流场可以引起空气动力噪声以及一些严重的振动问题, 直接影响压气机的性能. 由于产生这种非定常的起因有两个: 叶片排尾迹的影响和上下游压力场的传播的影响, 使得很多研究为了更好理解非定常现象从实验和计算方面都做了很大努力^[1]. 如 Verdon 和 Casper 等运用微扰理论研究非定常流, CFD 方面很多人集中对欧拉或 Navier-Stokes 方程的求解. 各种方法都有其优缺点, 以往处理非定常流场的微扰理论都是线性的, 实用性不强, 而且很少考虑粘性的影响; 求解非定常 Navier-Stokes 方程的方法包含了对流项的非线性因素和粘性的影响, 但对计算资源

的要求都很苛刻, 而且大部分 CFD 模型在进出口都用了线性边界条件, 所以不是完全的非定常求解. 此后发现, 边界条件的处理对提高算法的速度和精确度方面有很大帮助. 随着计算机技术的进步, 综合两种模拟策略发展了一些算法. 最早的之一是混合界面技术, 它是利用叶片界面上的平均量做另一叶片排的边界条件, 事实证明此方法没有真正抓住非定常的本质机理, 非定常的细节被平均化了. 随后 Adamczyk 又引入了从时空上平均另一叶片排上的量作为边界条件, 从而使非定常问题转化为定常问题, 有助于计算的收敛. 此后各种更高效的算法都是基于此方法上的^[2]. 理论最为充分的方法就是在没有任何前提假设的条件

收稿日期: 2006-12-06; 修订日期: 2007-01-12

作者简介: 严 明(1960-), 男, 江苏南京人, 副教授, 博士, 主要从事流体机械及工程方面研究.

下求解整排转静子流场, 但这对计算资源提出很高的要求. 为了避免计算整排叶片和节省计算资源, 出现了将动、静叶片数进行简约化处理的方法. 然而 Cloaking 效应的研究表明转、静叶之间非定常作用的频率对流动有较大的影响, 简约处理的方法在多级情况下可能会带来计算结果与真实流动情况相差较大的后果. 本文的工作是在轴向和周向界面都应用相位滞后的边界条件下, 通过一级的转、静子各一个叶片通道实现求解转、静子三维非定常流场^[3]. 在理论上, 这种方法也可以扩展到多级非定常计算和存在进口畸变等非定常流场的计算. 本文的算例是 NASA stage67(转子和静子的叶片数分别为 22 和 34), 为加快计算速度, 在 MPI 环境下转、静子叶片通道各用一个节点并行计算^[4].

1 流场的控制方程组

在以 x 轴为旋转轴、以等角速度 Ω 旋转的 Cartesian 坐标系中, 有限体积形式表示的三维雷诺平均 N-S 方程为

$$M \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} q dV + \int_{\partial\Omega} F_i \cdot n dA - \int_{\partial\Omega} F_v \cdot n dA = \int_{\Omega} S dV \quad (1)$$

方程(1)中 $M = \partial Q / \partial q$ 是把守恒变量 $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e)^T$ 变化到原始变量 $q = (\rho, u, v, w, p)^T$ 的转换矩阵, 其中 u, v, w 分别是 x, y, z 方向的速度分量, ρ 是密度, p 是静压力, e 是总能量, $n = (n_x, n_y, n_z)^T$ 是垂直于控制体表面指向外侧的单位向量. 各个变量可表示为

$$F_i \cdot n = \begin{bmatrix} \rho \Theta \\ \rho u \Theta + n_x p \\ \rho v \Theta + n_y p \\ \rho w \Theta + n_z p \\ p h_i \Theta - n_i p \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F_v \cdot n = \begin{bmatrix} 0 \\ T_x \\ T_y \\ T_z \\ u T_x + v T_y + w T_z + Q'_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u & \rho & 0 & 0 & 0 \\ v & 0 & \rho & 0 & 0 \\ w & 0 & 0 & \rho & 0 \\ \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) & \rho u & \rho v & \rho w & \frac{1}{\gamma - 1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho \Omega w \\ \rho \Omega v \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} T_x &= n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ T_y &= n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ T_z &= n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\Theta = V \cdot n = \Omega \times r \cdot n = u n_x + v n_y + w n_z + n^2$, 方程(1)的微分形式可表示为

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial f_i}{\partial x} + \frac{\partial g_i}{\partial y} + \frac{\partial h_i}{\partial z} = \frac{\partial f_v}{\partial x} + \frac{\partial g_v}{\partial y} + \frac{\partial h_v}{\partial z} + S \quad (7)$$

2 方程的数值求解过程

2.1 方程的空间和时间离散

在曲线坐标系下, 用连续的单位长度单元体分割计算域($\Delta \xi = \Delta \eta = \Delta \zeta = 1$), 一阶后差时间离散后, 方程(7)有限体积的隐式空间离散形式为

$$\Delta Q^n = -\Delta t (R^{n+1}) \quad (8)$$

$$R^{n+1} = \delta(f)^{n+1} + \delta(g)^{n+1} + \delta(h)^{n+1} - \delta(g_v)^n - \delta(h_v)^n - S_{i,j,k}^n \quad (9)$$

其中 $\delta(\cdot) = (\cdot)_{i+\frac{1}{2}} - (\cdot)_{i-\frac{1}{2}}$, $\Delta Q^n = Q^{n+1} - Q^n$ 上标“~”代表曲线坐标系下的量. 在此引入双时间步推进法, 即在方程中引入一个虚拟时间项

$$\frac{\partial Q_f}{\partial \tau} + \frac{\partial Q_p}{\partial t} = R^{n+1} \quad (10)$$

其中下标 f 代表虚拟时间, p 代表真实时间.

$$\Delta Q_f = -\Delta \tau \left(\frac{\partial Q_p}{\partial t} + R^{n+1} \right) \quad (11)$$

$$\Delta Q_p = \frac{3Q_p^{n+1} - 4Q_p^n + Q_p^{n-1}}{2} \quad (12)$$

2.2 牛顿隐式迭代

本文采用牛顿迭代法来求解 Q^{n+1} , 令

$$N(Q^{n+1}) = M^{-1} M'(Q^{n+1} - Q^n) + \Delta \tau (R^{n+1}) = 0 \quad (13)$$

则牛顿迭代方程为

$$N'(Q^{n+1,k-1})(Q^{n+1,k} - Q^{n+1,k-1}) = -N(Q^{n+1,k-1}) \quad (14)$$

代入后, 即为

$$\left[\frac{1}{\Delta \tau} I + \frac{2}{3 \Delta t} I + P^{n+1,k} \right] \Delta q^k = \frac{1}{\Delta \tau} (q^k - q^{k-1}) +$$

$$\frac{1}{\Delta t} \frac{3q^{k+1} - 4q^k + q^{k-1}}{2} + R^{n+1,k} \quad (15)$$

其中每一次虚拟时间推进采用 Gauss-Seidel 迭代。

2.3 数值通量求解

无粘通量采用 Roe 格式并用高阶 TVD 格式修正,保证了空间离散的三阶精度。

3 湍流模型

本文采用 Baldwin-Lomax 模型,此代数紊流模型计算过程简单,计算速度快,无需求解偏微分方程组,具有一定的可靠性。

4 边界条件和计算网格

本文转子进口和静子出口边界应用了特征边界条件,固壁面采用无滑移边界条件。通道进口至叶片前缘段和叶片后缘至通道出口段以及转子出口和静子进口采用了相位滞后边界条件。

相位滞后边界条件假设非定常流动只是由上游转子的尾迹和下游静子的位势作用引起的,与转、静叶片相互通过的频率和相互位置有关。(如图 1(a))转子和静子都按 m 排序, m 随转动方向增加。本文所计算单通道是 $m=k$ 的转子通道和 $m=0$ 的静子通道。计算 $m=k$ 转子通道的周向边界条件由 $m=k \pm 1$ 通道给出,而此时 $m=k \pm 1$ 转子通道中的流场参数则是采用所计算的转子通道在上一次与静子的相对位置与现在转子 $m=k \pm 1$ 转子通道与静子通道相对位置相同时的参数值;转子出口边界条件由静子进口边界上的变量值插值得到,由于转静排叶片数目不同,所以 $m=k$ 的转子通道的出口边界需要 $m=0, \pm 1, \pm 2$ 静子通道进口边界的值,而 $m=0, \pm 1, \pm 2$ 静子通道参数值都采用所计算的静子通道上一次与转子通道的相对位置与现在转子 $m=0, \pm 1, \pm 2$ 静子通道与转子通道相对位置相同时的参数值。 $m=0$ 的静子通道的周向边界涉及 $m=\pm 1$ 静子通道,进口边界涉及 $m=k, k \pm 1$ 转子通道,所用到的方法与上述转子通道的类似。具体过程如下:

图 1 中 $P_r = 2\pi/N_r$ 为转子通道角,时间周期为 $t_p = P_r/|\Omega|$,在任一时刻 t ,一个特定的转子通道 $m=k$,移动了 P_r 到达 t' 时刻 $m=k+1$ 转子所在位置, (如图 1(c))。因为时间滞后边界条件认为非定常流动只与转、静叶的相互位置变化有关,非定常流动的频率是转、静叶叶片的相互通过频率。对于静子叶片通道的计算域,守恒量 q 可表示为

$$q_{q0}^{\text{stator}}(t') = q_{q0}^{\text{stator}} \left[t' + \frac{N_{\text{adv}} P_r}{|\Omega|} \right] \quad (16)$$

同样,对于转子叶片通道计算域,相当于静子以转速 $-\Omega$ 转动,时间周期是 $P_s/|\Omega|$,其中 $P_s = 2\pi/N_s$,守恒量 q 可表示为

$$q_{q0}^{\text{rotor}}(t') = q_{q0}^{\text{rotor}} \left[t' + \frac{N_{\text{adv}} P_s}{|\Omega|} \right] \quad (17)$$

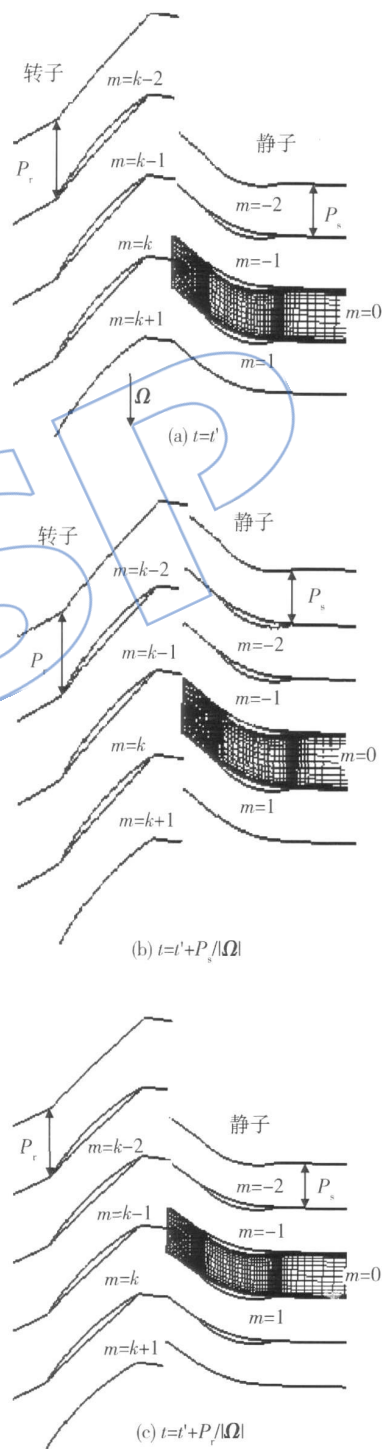


图 1 相位滞后边界条件算法示意图

Fig. 1 Sketch of the algorithm using phase lag boundary condition

N_{adv} 为所计算的叶片此时的位置相对于 t' 时刻位置转动过的相邻叶片排的通道个数. 非定常的频率取决于两相邻排的叶片数. 而且, 同一排的相邻两个通道的变量也是相关的, 比较图 1(a), (b), 可以看出 $t = t'$ 时刻 $m = 0$ 静子通道与转子的相互位置关系与 $t = t' + \frac{P_s}{|\Omega|}$ 时刻 $m = 1$ 静子通道与转子的位置关系相同. 因此, 相位滞后算法近似地将

$$q_{0m}^{stator}(t') = q_{00}^{stator}\left(t' - \frac{mP_s}{|\Omega|}\right) \quad (18)$$

同样对于转子, 相当于静子以转速 $-\Omega$ 转动, 因此

$$q_{0m}^{rotor}(t') = q_{00}^{rotor}\left(t' + \frac{mP_r}{|\Omega|}\right) \quad (19)$$

以上四式联立, 得出. 对于任意时刻 t' , 有

$$q_{0m}^{stator}(t') = q_{00}^{stator}\left(t' - \frac{mP_s}{|\Omega|} + \frac{N_{adv}P_r}{|\Omega|}\right) \quad (20)$$

$$q_{0m}^{rotor}(t') = q_{00}^{rotor}\left(t' + \frac{mP_r}{|\Omega|} + \frac{N_{adv}P_s}{|\Omega|}\right) \quad (21)$$

故有 $t^* = t' \pm \frac{mP_o}{|\Omega|} + \frac{N_{adv}P_n}{|\Omega|}$, 其中 P_o 为其本身的通道角, P_n 相邻叶片排的通道角. 因此轴向和周向边界需要用到的不同 m 的叶片通道的流场变量值都从已储存的 $m = k$ 转子叶片通道和 $m = 0$ 静子叶片通道的流场变量值中寻找, 此时关键是寻找 t^* , 再由 $q_{0m}(t') = q_{00}(t^*)$ 即可实现

相位滞后边界条件储存的数据都是一周期全场更新一次(静子转过一个转子通道为一个周期). 一个稳定的方法就是加权平均流场点的新值和该点的储存值. 即

$$q_{stored}(t) = (1 - \gamma)q_{stored}\left(t - \frac{P}{|\Omega|}\right) + \gamma q_{new}(t)$$

其中 $0 < \gamma < 1$, 这样提高稳定性且加速收敛, γ 接近 0.5 时收敛结果较好.

本文转子数目 $N_r = 22$, 静子数目 $N_s = 34$, 采用 H 型网格, 转子加静子流向、周向以及展向的点数为 $(88 + 69) \times 28 \times 35$. 转子无叶尖间隙, 转子轮毂同转子一起旋转. 本方法计算的初场给定很关键, 本文以粘性定常解作为非定常计算的初场. 在转子转过 220 个通道后(相当于转子转了 10 圈)静子前缘中心监测点轴向速度呈现周期性, 级进出口流量基本不变并且相对误差小于 0.01, 认为计算收敛, 如图 2 和图 3 所示.

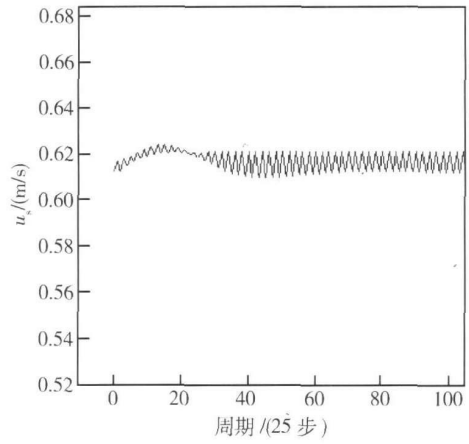


图 2 静子进口截面监测点轴向速度

Fig. 2 Axial velocity vs. iteration

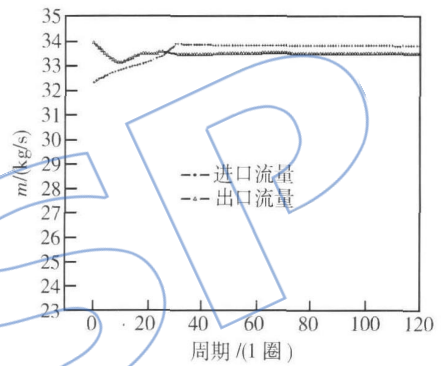


图 3 流场收敛过程中进出口的流量图

Fig. 3 Flow rate vs. iteration

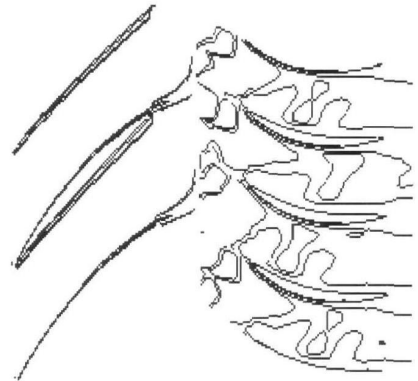


图 4 熵等值线

Fig. 4 Entropy contour

5 计算结果分析

5.1 NASA 转子 67 计算结果

表 1 为 NASA 转子 67 的设计参数与计算参数.

5.2 计算结果对比

图 2 为静子进口截面中心监测点的轴向速度变化曲线, 收敛过程中呈现周期性; 图 4 为熵等值

线图,在转、静结合面上也有较好的连续性;图 3 为进出口流量收敛曲线.

表 1 NASA 转子 67 的基本设计参数与计算参数对比
Table 1 Comparison of design data and calculated data

	设计值	计算值
转子转速/(r/ min)	16 043	16 043
流量/(kg/ s)	33. 25	33. 65
压比	1. 629	1. 627
效率	接近 0. 9	0. 88

图 5~ 图 10 为 Ma 数值. 图 5~ 图 10 表明,在叶根位置处,槽道内已经没有激波的存在,整个槽道内的流场均为亚声,这与实验结果相符合. 计算的进口处最大马赫数约为 1. 05, 与实验值 1. 05 也一致. 在叶中位置处,计算得到的波前的最大马赫数为 1. 35, 与实验值接近, 而且激波位置与实验结果也接近. 在叶尖位置,波前最大马赫数和激波位置均与实验值也基本接近,但在叶片尾部略出现分离,为所用程序的固有缺陷,在定常计算中也有类似情况出现.

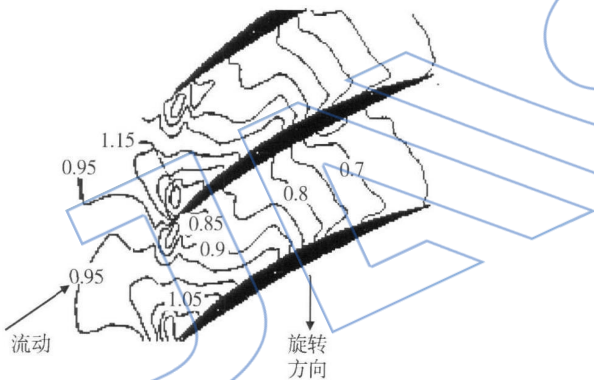


图 5 叶根相对 Ma 数实验值
Fig. 5 Test data of relative Mach number at blade hub

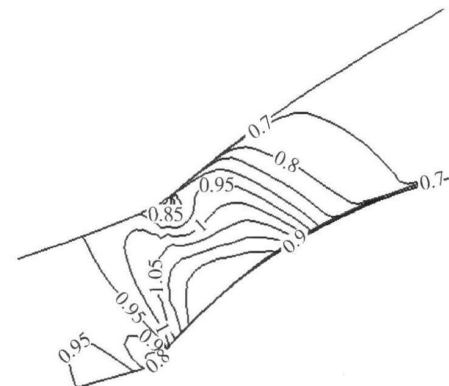


图 6 叶根相对 Ma 数计算值
Fig. 6 Computational data of relative Mach number at blade hub

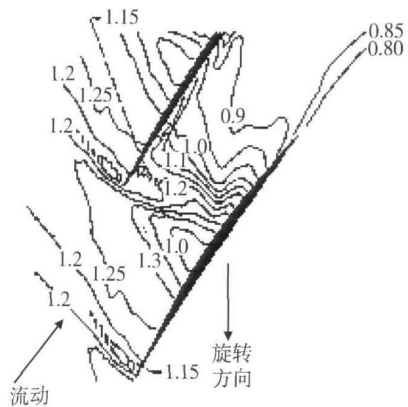


图 7 叶中相对 Ma 数实验值
Fig. 7 Test data of relative Mach number at blade middle

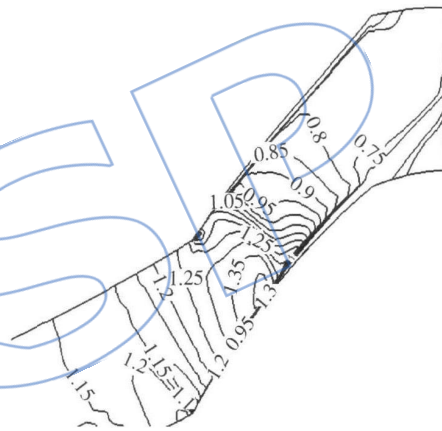


图 8 叶中相对 Ma 数计算值
Fig. 8 Computational data of relative Mach number at blade middle

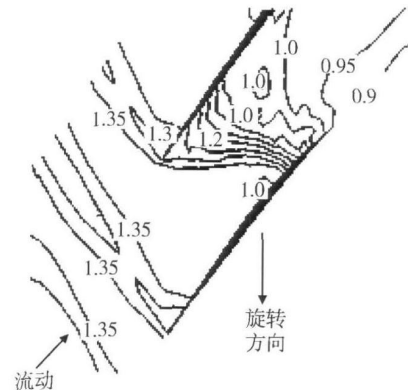


图 9 叶尖相对 Ma 数实验值
Fig. 9 Test data of relative Mach number at blade tip

