

文章编号: 1000-8055(2008)04-0754-05

斜齿面齿轮齿宽的设计

沈云波, 方宗德, 赵 宁, 郭 辉

(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 研究了斜齿面齿轮小端不根切和大端不变尖的问题, 给出了任意轴交角条件下小端不产生根切的内半径和大端不变尖的外半径的表达式, 提出了在产形齿轮上求解关键点的方法, 定义了内半径系数、外半径系数和齿宽系数三个无量纲量, 分析表明产形轮齿面螺旋角和小齿轮齿数的大小决定了三个系数的变化趋势。

关 键 词: 机械传动; 斜齿轮; 面齿轮; 齿轮齿宽

中图分类号: TH132.41

文献标识码: A

The design of tooth face width of the face-gear drives with helical pinion

SHEN Yun-bo, FANG Zong-de, ZHAO Ning, GUO Hui

(School of Mechanical and Electronic Engineering,
Northwest Polytechnical University; Xi'an 710072)

Abstract: Avoidance of undercutting or pointing in the toe and heel of the face-gear drives with helical pinion was mainly discussed in the paper. The expressions of inner radius and outer radius able to prevent undercutting or pointing under arbitrary shaft angle that formed by shaper and face-gear were also presented. A new method was developed for solution of critical point of undercutting on the shaper tooth surface. Three unitless coefficients of inner radius, outside radius and tooth width were defined. The results show that these three coefficients depend on the magnitude of helix angle of the shaper and the number of teeth of spur helical pinion.

Key words: mechanical transmission; helical gear; face-gear; tooth face width

面齿轮副是圆柱齿轮与面齿轮相啮合的传动, 常用来在两相交轴之间传递运动和力。由于面齿轮副在分流-汇流传动中的独特性, 使其在航空领域的应用表现出了潜在的优势^[1-3]。Litvin 对面齿轮传动的啮合理论作了研究, 从几何学原理的角度获得了避免直齿面齿轮根切和齿顶变尖的条件, 从而解决了直齿面齿轮齿宽设计的问题^[4]。朱如鹏则由产形齿轮展成面齿轮过程中啮合角变化出发, 对直齿面齿轮齿宽的设计做了进一步的

探讨^[5]。本文由斜齿条齿面方程, 根据啮合原理, 逐步导出了斜齿面齿轮的齿面方程, 对斜齿面齿轮的最小内半径和最大外半径进行了设计, 并对产形齿轮螺旋角和小齿轮齿数对面齿轮齿宽系数的影响进行了深入分析。

1 斜齿面齿轮方程的推导

1.1 斜齿条齿廓方程

斜齿条法向齿廓为直线, 如图 1 所示。坐标系

收稿日期: 2007-04-16; 修订日期: 2007-06-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(50675176)

作者简介: 沈云波(1970-), 男, 山东滨州人, 博士生, 主要从事机械传动、误差测量与补偿等方面的研究。

S_a, S_b 分别位于齿条的法截面内, u_s 是沿齿廓方向的参数, $s_0 = \frac{\pi m_n}{2}$ 为法向齿厚, u_0 是顶点参数, α_n 是法面压力角.

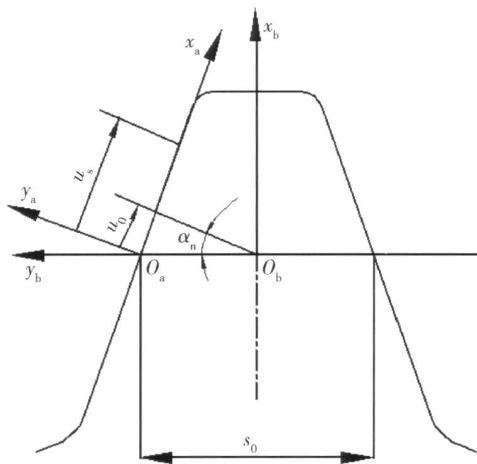


图 1 斜齿条齿廓
Fig. 1 Profile of screw rack

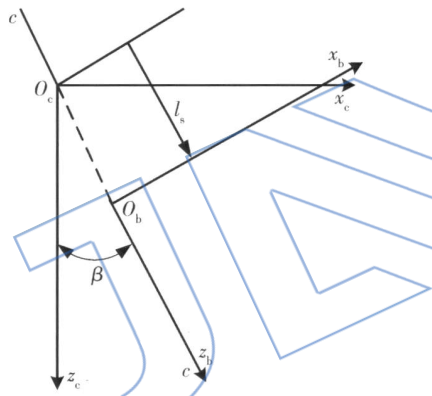


图 2 生成斜齿条坐标系
Fig. 2 Coordinate system for screw rack
齿廓方程在 S_a, S_b 中分别表示为

$$r_a = [u_s \quad 0 \quad 0]^T \tag{1}$$

$$r_b(u_s) = M_{ba} r_a \tag{2}$$

其中 M_{ba} 为坐标系 S_a 到 S_b 的变换矩阵.

1.2 斜齿条齿面方程

如图 2, 法向齿廓沿 $c-c$ 由坐标系 S_b 平移 l_s 到坐标系 S_c , 并旋转 β 角, 则斜齿条齿面 $\sum_c$ 在坐标系 S_c 中的方程为

$$r_c(u_s, l_s) = M_{cb}(l_s) r_b(u_s) \tag{3}$$

单位法矢为

$$n_c(u_s) = \frac{\frac{\partial r_c}{\partial u_s} \times \frac{\partial r_c}{\partial l_s}}{\left| \frac{\partial r_c}{\partial u_s} \times \frac{\partial r_c}{\partial l_s} \right|} \tag{4}$$

式中, $M_{cb}(l_s)$ 是坐标系 S_b 到坐标系 S_c 的变换矩

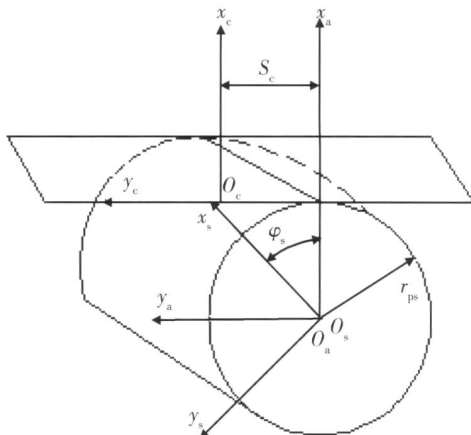


图 3 产形齿轮展成原理
Fig. 3 Generated principle of generating gear

1.3 产形齿轮齿面方程

产形齿轮齿面 $\sum_s$ 是由齿条齿面 $\sum_c$ 包络而成, 如图 3 所示. 图中 S_c, S_s 分别是与齿条和产形齿轮固联的动坐标系, S_a 是与机床相联的固定坐标系, ϕ_s 是产形齿轮的转角, $S_c = r_{ps} \phi_s$ 是齿条沿 y_c 方向的位移. r_{ps} 是产形轮的分度圆半径. 啮合方程 $f_{cs}(u_s, l_s, \phi_s) = 0$, 则 ϕ_s 可由 u_s, l_s 表示.

$$\phi_s(u_s, l_s) = \frac{u_s \cos \beta + l_s \sin \alpha_n \sin \beta}{\sin \alpha_n r_{ps}} \tag{5}$$

齿条齿面 $\sum_c$ 在 S_s 坐标系下可表示为

$$r_s(u_s, l_s, \phi_s) = M_{sc}(\phi_s) r_c(u_s, l_s) \tag{6}$$

式中, $M_{sc}(\phi_s)$ 是坐标系 S_c 到 S_s 的坐标变换矩阵. 则产形齿轮齿面 $\sum_s$ 的方程可由式 (5) 和 (6) 表示.

$$R(u_s, l_s) = r_s(u_s, l_s, \phi_s(u_s, l_s)) \tag{7}$$

其法矢为

$$n_s(u_s, l_s) = L_{sc}(\phi_s(u_s, l_s)) n_c(u_s) \tag{8}$$

式中, $L_{sc}(\phi_s(u_s, l_s))$ 是 $M_{sc}(\phi_s)$ 删除最后一行和最后一列后的三阶矩阵.

同理, 与斜齿面齿轮相啮合的小齿轮齿面 $\sum_1$ 表示为

$$R(u_1, l_1) = r_1(u_1, l_1, \phi_1(u_1, l_1)) \tag{9}$$

式中, u_1, l_1 分别是小斜齿轮的齿面参数.

1.4 斜齿面齿轮齿面方程

利用图 4 坐标变换可导出斜齿面齿轮齿面 $\sum_2$ 的方程. 图中 S_a, S_m 是固定坐标系, S_s, S_2 是分别与产形齿轮和面齿轮相固联的移动坐标系. l_0 是 O_a 到 O_m 之间的距离. γ_m 是在展成过程中面齿轮与产形轮的轴交角. ϕ_s, ϕ_2 分别是产形轮和面

齿轮的转角,并且有 $\frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{N_2}{N_1}$, N_1, N_2 分别是产形轮与面齿轮的齿数.

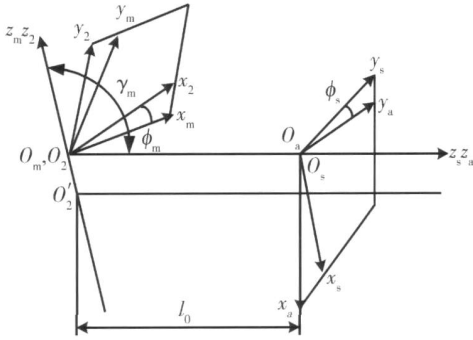


图4 产形齿轮到斜齿面齿轮的变换坐标系

Fig. 4 Coordinate system for helical face gear

根据啮合理论,面齿轮齿面可由如下方程表出.

$$r_2(u_s, l_s, \phi_s) = M_{2s}(\phi_s) r_s(u_s, l_s) \quad (10)$$

$$f_{2s}(u_s, l_s, \phi_s) = n_s \cdot v_s^{(s2)} = 0 \quad (11)$$

式中, n_s 是齿面 $\sum_s$ 的法矢在 S_s 中的表示, $v_s^{(s2)}$ 是在 S_s 中表示的两齿面的相对运动速度.

2 斜齿面齿轮最小内半径的设计

范成过程中,齿面 $\sum_2$ 不发生根切的条件为

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial x_s}{\partial u_s} & \frac{\partial x_s}{\partial l_s} & v_{x_s}^{(s2)} \\ \frac{\partial z_s}{\partial u_s} & \frac{\partial z_s}{\partial l_s} & v_{z_s}^{(s2)} \\ f_{u_s} & f_{l_s} & f_{\phi_s} \frac{d\phi}{dt} \end{vmatrix} \quad (12)$$

展开得到下列关系式

$$\begin{aligned} F(u_s, l_s, \phi_s) &= \frac{\partial x_s}{\partial u_s} \left[\frac{\partial z_s}{\partial l_s} f_{\phi_s} - v_{z_s}^{(s2)} f_{l_s} \right] - \\ &\frac{\partial x_s}{\partial l_s} \left[\frac{\partial z_s}{\partial u_s} f_{\phi_s} - v_{z_s}^{(s2)} f_{u_s} \right] + \\ &v_{x_s}^{(s2)} \left[\frac{\partial z_s}{\partial u_s} f_{l_s} - \frac{\partial z_s}{\partial l_s} f_{u_s} \right] = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

式中, x_s, y_s 和 z_s 是产形轮齿 $\sum_s$ 上的一点在 S_s 坐标系中的三个分量. f_{u_s}, f_{l_s} 和 f_{ϕ_s} 是啮合方程(11)分别对 u_s, l_s 和 ϕ_s 的偏导数. $(v_{x_s}^{(s2)}, v_{y_s}^{(s2)}, v_{z_s}^{(s2)})$ 是两齿面在同一坐标系下的相对速度分量.

同时考虑式(7), (11)和(13),可求得产形齿轮齿面 $\sum_s$ 上一条根切界限线 L , L 与齿顶圆柱母线的交点 A 是面齿轮齿面不产生根切的关键点,如图5所示.在本设计中,为了方便根切界限线的求解,可将式(7)用式(14)代替.

$$F(u_s, l_s) = \sqrt{x_s^2 + y_s^2} - r_{x_s} = 0 \quad (14)$$

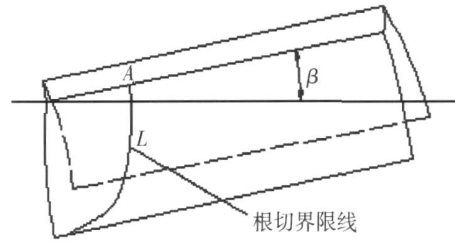


图5 产形齿轮上的根切界限线

Fig. 5 Limiting line on the generating gear

所以,表示根切界限线上各点位置的三个参变量 (u_s, l_s, ϕ_s) 可由式(11), (13)和(14)联立求得,此时 $r_{x_s} \in [r_{bs}, r_{as}]$, r_{bs}, r_{as} 分别是产形轮基圆半径和齿顶圆半径. x_s, y_s 分别是产形轮齿面 $\sum_s$ 上的一点在 S_s 坐标系中的二个分量.当 $r_{x_s} = r_{as}$ 时,解得 A 点位置参数 (u_s^*, l_s^*, ϕ_s^*) ,代入式(7)得到关键点 A 的位置坐标 (x_s^*, y_s^*, z_s^*) .则加工过程中面齿轮不产生根切的最小内半径 L_1 表示为

$$L_1 = z_s^* - \frac{r_{ds}}{|\tan \gamma_m|} \quad (15)$$

式中, $r_{ds} = r_{ps} - m_n$ 是产形轮的齿根圆半径, γ_m 是产形轮与面齿轮的交角, m_n 为法面模数.

3 最大外半径的设计

由于刀具齿轮的齿廓为渐开线,而面齿轮大端的齿廓在一定区域内近似为直廓.在近似直廓的一定区域内, Litvin 对直齿面齿轮的齿顶变尖问题进行了几何研究,得出了非常接近真实值的近似解^[4].但值得注意的是,对于斜齿面齿轮,齿顶变尖应在轮齿大端的端面内进行讨论,如图6,图7所示.在齿轮加工过程中,产形齿轮与面齿轮的回转轴分别是 z_a 和 z_2 . $IP_{s2}, O'P^*$ 分别为两齿轮瞬时回转轴和节线. P 和 I 分别是节点和两齿面的当前啮合点. Π 和 Π_k 是垂直于 z_a 的两横截面.设平面 Π 与 IP_{s2} 交于节点 P ,平面 Π_k 与 IP_{s2} 交于 I 点.则 $\sum_s$ 和 $\sum_2$ 的公法线在截面 Π 一定通过 P 点,在截面 Π_k 内一定通过 I 点.不妨设面齿轮大端的尖顶出现在截面 Π_k 内,如图7所示, M 为公法线与两齿廓的交点, N 为公法线和产形齿轮基圆的交点, K 为面齿轮轮齿的尖顶与 IO_s 的交点. IO_s 与 NO_s 的夹角为 α ,单位为弧度,则矢量方程有

$$\overrightarrow{O_s N} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{O_s K} \quad (16)$$

由图6和图7及文献[4]可导出斜齿面齿轮不变

由线图不难看出,在传动比 i_{12} 一定的条件下, c_1 、 c_2 和 c 都随螺旋角 β 和小齿轮齿数 N_1 的增大而变大,也就是斜齿面齿轮的实际齿宽加大;在 β 取定值时,各系数随着小齿轮的齿数 N_1 的变化呈线性关系。因此,适当的增加螺旋角 β 和小齿轮齿数 N_1 的大小,可使面齿轮的齿宽因数增大,有效啮合长度加长,传动更趋于平稳,振动和噪声将会明显减小。所以,在实际斜齿面齿轮的齿坯设

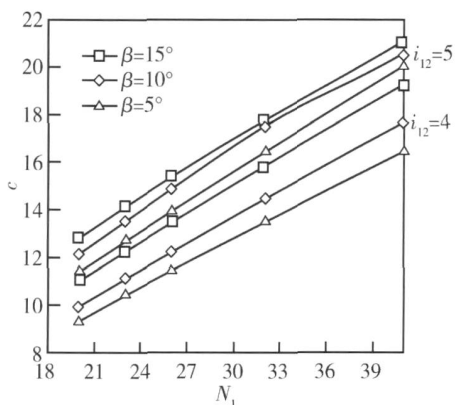


图10 齿宽系数线图

Fig. 10 Factor diagram of tooth face width

计中,在 N_1 , β 和法面模数 m_n 取定的情况下,可以根据该曲线图查得斜齿面齿轮的内半径和外半径的大小,或者是在规定 L_1 , L_2 的条件下,为选择小齿轮的齿数 N_1 和螺旋角 β 的大小提供参考。

5 结 论

通过以上分析可得出如下结论:

(1) 斜齿面齿轮的齿宽与小齿轮的齿数 N_1 呈线性关系且随着螺旋角 β 的变化而同方向变化。在一定的模数下,通过定量的改变产形齿轮螺旋角的大小和小齿轮齿数的多少,可得到斜齿面齿轮不同的齿宽因数。在使用该图时,只要用 c 乘以齿轮的法面模数就得到斜齿面齿轮的齿宽,为斜齿面齿轮齿坯设计提供了依据。

(2) 对面齿轮最小内半径和最大外半径的限制,保证了在加工过程中面齿轮小端不产生根切和大端齿顶不变尖,提供了进一步研究斜齿面齿轮副啮合特性的基础。

(3) 文中提出的在产形齿轮齿面上根切界限线的求解方法,通过设计实例验证,简便可行,较大地减少了计算工作量。在轴夹角 γ_m 为其它角度时,可得到相似的齿宽因数线图。特别是在 $\beta = 0^\circ$ 时,所得结论与文献[4]中完全一致。

参考文献:

- [1] Lewicki D G, Handschuh R F, Heath G F, et al. Evaluation of carburized and ground face gears[R]. NASA/TM-1999-209188, ARL-TR-1998.
- [2] Heath G F, Bossler R B. Advanced rotorcraft transmission (ART) program-final report[R]. NASA CR-191057, Army Research Laboratory ARL-CR-14, January 1993.
- [3] Filler R R, Heath G F, Slaughter S C, et al. Torque splitting by a concentric face gear transmission[R]. The American Helicopter Society 58th Annual Forum, Montreal, Canada: June 11-22, 2002.
- [4] Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, Inc., 1994.
- [5] 朱如鹏,高德平. 在面齿轮设计中避免根切和齿顶变尖的设计方法的研究[J]. 中国机械工程, 1999, 10(11): 1274-1276.
ZHU Rupeng, GAO Deping. Study on the method of avoiding dedendum undercut and addendum pointing in face gear design[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(11): 1274-1276.