

文章编号: 1000-8055(2008)08-1438-05

基于接触有限元的面齿轮传动弯曲强度研究

郭 辉, 赵 宁, 方宗德, 沈云波
(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 为了获得真实的面齿轮过渡曲面, 推导了当插齿刀顶部为圆角时的过渡曲面方程. 针对面齿轮齿面结构的特殊性, 提出了有限元模型的“网格筛选法”, 纠正了单元形状的扭曲现象. 以轮齿接触分析 (TCA) 为基础, 采用三维接触有限元方法计算了面齿轮副的啮合过程中及其它参数变化时弯曲应力的变化. 计算发现名义压力角参数和面齿轮轴向调整对弯曲强度都有重要影响.

关 键 词: 面齿轮; 弯曲强度; 三维接触; 有限元

中图分类号: TH132.4

文献标识码: A

Research on bending strength of face-gear transmission based on contact finite element method

GUO Hui, ZHAO Ning, FANG Zong-de, SHEN Yun-bo

(School of Mechantronc Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The fillet surface equation of face gears was presented when the top of the shaper tooth was rounded. A 'mesh filter method' was proposed in view of the particularity of face-gear's structure, and the distortion of the element shape was corrected. Based on tooth contact analysis (TCA), the variation of bending stresses during the cycle of meshing was computed with 3-D contact-finite element method when some parameters changed. The results indicate that both of the nominal pressure angle and shaft adjustments of face-gear have significant influence on the bending strength.

Key words: face-gear; bending strength; 3-D contact method; finite element method

面齿轮在分流 - 汇流传动方面的独特性^[1], 使其在航空领域尤其是新型战斗直升机中的应用表现出了潜在的优势.

目前国内外对面齿轮传动的研究^[1-7]多集中于面齿轮的几何分析、轮齿接触分析 (TCA) 及加工方法等, 而对强度性能研究则不多. Litvin 在文献^[2]中推导了面齿轮的齿面方程以及当插齿刀顶部为尖角时产生的过渡曲面方程, 作为他的补充, 本文给出了插齿刀顶部为圆角时范成加工得到的面齿轮过渡曲面. 另外文中以啮合理论和

TCA 方法为基础, 建立了一种面齿轮有限元接触模型自动生成和计算的方法, 并提出了改善单元质量的措施. 考查了面齿轮副啮合过程中的弯曲应力特性, 研究了名义接触点的移动和压力角参数对弯曲强度的影响.

1 面齿轮的齿面与过渡曲面

如图 1 所示, 设定坐标系 S_s, S_2 分别与插齿刀和面齿轮刚性联结, S_m 与刀架刚性联结, S_p 为辅助坐标系并与 S_m 刚性联接. 插齿刀轴线 z_s 与面

收稿日期: 2007-08-06; 修订日期: 2008-01-17

基金项目: 国家自然科学基金 (50675176)

作者简介: 郭辉 (1978 -), 男, 山东潍坊人, 博士生, 主要从事齿轮几何及结构力学等方面的研究.

齿轮轴线 z_2 夹角为 γ_m , 它等于小轮与大轮的轴线夹角. 插齿刀与面齿轮轮坯以传动比 m_{2s} 做范成运动^[8] 从而形成面齿轮的齿面. ϕ_1 和 ϕ_2 分别为插齿刀和面齿轮的转角, 并有关系式 $\phi_2 = m_{2s} \phi_1$. 面齿轮传动为线接触形式, 但是如果插齿刀齿数比小齿轮大 ΔN 便可获得点接触^[2], 这样可以避免由于安装误差引起的边缘接触, 通常 $\Delta N = 1 \sim 3$.

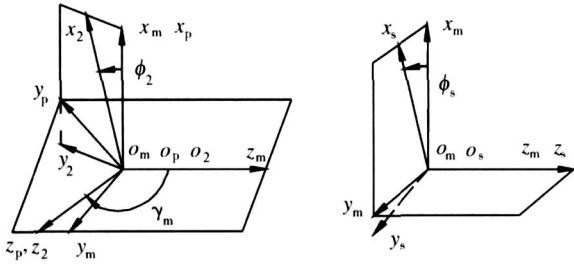


图 1 面齿轮加工的坐标系

Fig. 1 Coordinate systems applied for generation of face-gear tooth surface

面齿轮的过渡曲面是由插齿刀(产形齿轮)齿顶圆角产形面包络得到的, 其方程可以表示为

$$\begin{cases} r_2(u, \delta, \phi_s) = M_{2s}(\phi_s) r_s(u, \delta) \\ f(u, \delta, \phi_s) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中 $M_{2s}(\phi_s)$ 为从插齿刀动坐标系 S_s 到面齿轮动坐标系 S_2 的坐标转换矩阵

$$M_{2s}(\phi_s) = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 \cos \phi_s + \cos \gamma_m \sin \phi_2 \sin \phi_s & -\sin \phi_2 \cos \phi_s + \cos \gamma_m \cos \phi_2 \sin \phi_s & \sin \gamma_m \sin \phi_s \\ -\cos \phi_2 \sin \phi_s + \cos \gamma_m \sin \phi_2 \cos \phi_s & -\sin \gamma_m \sin \phi_2 & \sin \phi_2 \sin \phi_s + \cos \gamma_m \cos \phi_2 \cos \phi_s & -\sin \gamma_m \cos \phi_2 \\ \sin \gamma_m \cos \phi_s & \cos \gamma_m \end{bmatrix}$$

$f(u, \delta, \phi_s)$ 为啮合方程.

在刀具固定坐标系下, 插齿刀齿顶圆角形成的产形面公式为

$$r_s(u, \delta) = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = r_c + \begin{bmatrix} \rho \sin \delta \\ -\rho \cos \delta \\ u \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $r_c = (x_c, y_c, 0)^T$ 为产形面刀尖圆弧中心点 C (见图 2) 的径矢, u 为产形面轴向齿面参数, ρ 为圆弧半径, δ 为圆弧的角度参数. 根据圆弧与齿顶圆和渐开线齿廓同时相切的条件可建立非线性方程组 (3), 从而求得圆心坐标和圆弧的角度参数 δ 取值范围.

$$\begin{cases} |r_c| = r_a - \rho \\ r_c = r_M(\theta_M) - \rho \cdot n_M \end{cases} \quad (3)$$

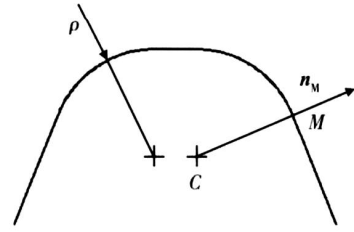


图 2 插齿刀产形面齿顶局部放大图

Fig. 2 Rounded top of the shaper surface

其中 r_a 为产形面齿顶圆半径, r_M 为圆弧与渐开线齿廓相切点 M 的径矢, n_M 为 M 点的法矢.

$$r_M = \begin{bmatrix} r_{bs} [\sin(\theta_{bs} + \theta_s) - \theta_s \cos(\theta_{bs} + \theta_s)] \\ -r_{bs} [\cos(\theta_{bs} + \theta_s) - \theta_s \sin(\theta_{bs} + \theta_s)] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$n_M = - \begin{bmatrix} \cos(\theta_{bs} + \theta_s) \\ \sin(\theta_{bs} + \theta_s) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中 r_{bs} 为产形齿轮的基圆半径, 常数 θ_{bs} 决定了渐开线在基圆上的位置, 如图 3 所示.

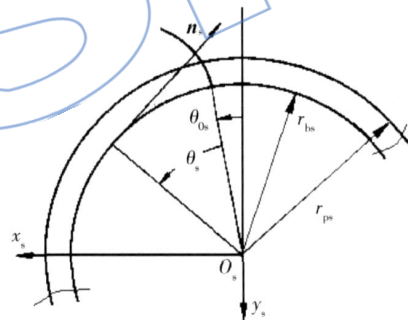


图 3 产形齿轮的渐开线齿廓

Fig. 3 Involute profile of the shaper

根据产形面公式 (2) 可以得到任意点的单位法向量为

$$n_s = \frac{\frac{\partial r_s}{\partial \delta} \times \frac{\partial r_s}{\partial u}}{\left| \frac{\partial r_s}{\partial \delta} \times \frac{\partial r_s}{\partial u} \right|} = \begin{bmatrix} \sin \delta \\ -\cos \delta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

根据图 1 所示的坐标系关系可以推导得到插齿刀坐标系中两构件间的相对速度矢为

$$v_s^{(s2)} = v_s^{(s)} - v_s^{(2)} = (\omega_s^{(s)} - \omega_s^{(2)}) \times r_s = \omega_s^{(s)} \cdot \begin{bmatrix} -y_s(1 - m_{2s} \cos \gamma_m) - z_s m_{2s} \sin \gamma_m \cos \phi_s \\ x_s(1 - m_{2s} \cos \gamma_m) + z_s m_{2s} \sin \gamma_m \cos \phi_s \\ m_{2s} \sin \gamma_m (x_s \cos \phi_s - y_s \sin \phi_s) \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $\omega_s^{(s)}$ 为插齿刀的角速度标量, m_{2s} 为传动比. 将公式 (2) 代入上式, 消去系数 $\omega_s^{(s)}$ 后, 得到啮合

方程

$$\begin{aligned} f(u, \delta, \phi_s) &= n_s \cdot v_s^{(s2)} = \\ (1 - m_{2s} \cos \gamma_m) (y_c \sin \delta - x_c \cos \delta) + \\ u \cdot m_{2s} \sin \gamma_m \sin (\delta + \phi_s) &= 0 \end{aligned} \tag{8}$$

将公式(1)与(8)式联立可解得面齿轮过渡曲面方程.

2 面齿轮副有限元模型

2.1 面齿轮网格筛选法

如图 4 所示,面齿轮齿面结构具有特殊性,受齿顶变尖和根切两个条件的限制工作齿面和过渡齿面在齿宽方向上的高度比例差异很大,这增加了建模的难度.如果直接划分网格将得到类似图 5(a)的结构,单元质量较差.文献[5-6]利用 CAD 造型技术生成面齿轮的曲面继而利用 CAE 软件划分网格,这样虽可避免网格偏斜的问题,但这种拟合的方法不仅丢失了节点坐标精度而且在各个阶段都需要人为的干预,不能实现建模的自动化,效率太低.

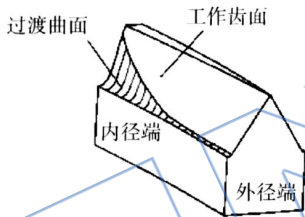


图 4 面齿轮齿面结构
Fig. 4 Structure of face-gear tooth surface

针对以上问题,本文提出一种沿齿廓弧长采点的网格筛选法,即先分别在工作齿廓和过渡齿面的齿高方向上计算出较密的节点,然后用离散积分法求出这条曲线的长度,再根据齿廓方向的划分密度得到单元长度,最后以这个长度从这些节点中筛选出一系列均匀间隔的节点.由此得到筛选网格后的有限元模型见图 5(b).可以明显看出,利用筛选法使得扭曲的单元形状得以校正,提高了等参单元的质量.另外还可以进行分段不等间隔筛选,就可以得到局部加密的网格,比如齿根处.因为这种方法不经过曲面拟合,所以保证了节点坐标的精度.

2.2 接触计算的自动化

本文的有限元计算是利用了 ANSYS 软件中面到面的接触算法.首先通过 TCA 分析得到两齿轮啮合的精确角度位置,再按照装配关系将两齿轮的节点坐标转化到固定坐标系中,从而建立接触模型见图 6.而安装误差的引入则可以类似于 TCA 的方法,体现在从大小轮各自坐标系到

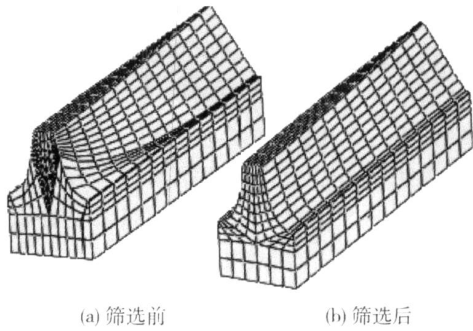


图 5 筛选前后网格

Fig. 5 Non-filtrated, filtrated mesh

固定坐标系的转化矩阵中.由 FORTRAN 生成 ANSYS 的输入文件,其中包括材料定义,节点和单元生成,约束和载荷的施加,以及求解和后处理等命令.对于多个啮合位置的连续计算,则通过调用 ANSYS 的批处理命令来实现,只需在 FORTRAN 程序中添加命令:CA = SYSTEMQQ ('dir\ANSYS.exe-b-p ane3fl-i file1-o file2').其中 CA 被定义为逻辑变量,dir 为 ANSYS 核心程序的目录,file1 为命令流输入文件,file2 为计算信息输出文件.这样的计算过程从建模、计算到后处理都不需要人为干预,因此比利用 CAD 软件辅助设计的方法具有高的多的效率.

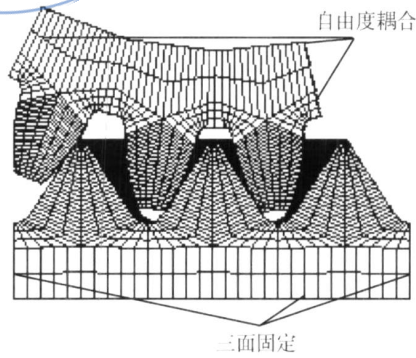


图 6 面齿轮副接触模型

Fig. 6 Finite element model of face-gear drive

使用 3 对齿模型,定义两对接触面,任意啮合时刻至少有一对齿接触保证了非线性迭代的收敛.将小轮的 3 个边界面内所有节点自由度耦合到一起使之可绕其轴线转动并施加扭矩.总模型节点数为 76 194,实体单元数为 61 200,接触单元和目标单元均为 2 958 个.

3 计算讨论

3.1 啮合周期内齿根应力变化

取齿轮参数为:小齿轮齿数为 28,插齿刀齿

数为 31,面齿轮齿数为 140,模数 3.175 mm,压力角 25°,轴交角为 90°,齿顶高系数 1.0,顶隙系数 0.25.加工面齿轮和小齿轮的刀顶圆角半径系数分别为 0.21 和 0.31,设小轮采用齿条刀具加工.面齿轮内径和外径分别取为 204 mm 和 243 mm,相应齿宽为 39 mm,小齿轮齿宽取为 40 mm.材料参数:弹性模量 2.1×10^8 kPa,波松比 0.3.小轮扭矩为 500 N·m.

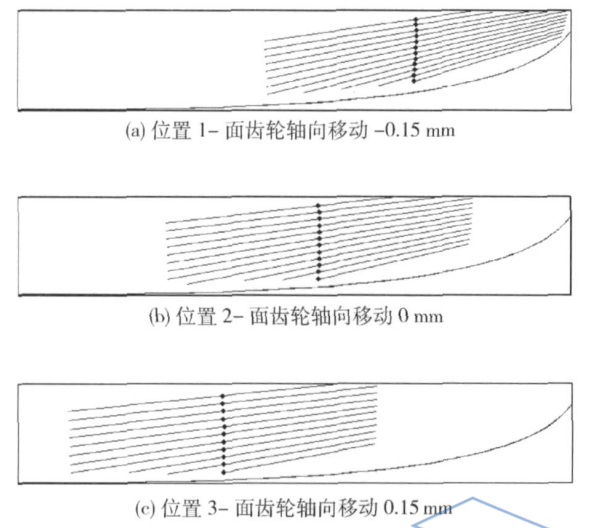


图 7 面齿轮轴向移动时的啮合迹

Fig. 7 Paths of contact in three cases when the face-gear moves in axis direction

根据 TCA 分析可知,面齿轮副的安装误差均可使啮合点沿齿宽方向移动^[4].因此这里分别取面齿轮的轴向移动量为 - 0.15 mm,0 mm 和 0.15 mm 来考察啮合过程中的应力变化,标记为位置 1,2,3,啮合迹如图 7 所示.

通过计算发现面齿轮受载侧齿根的 3 个主应力均为正应力,表明材料受三向拉伸,所以应依据第一强度准则.啮合周期内的面齿轮最大第一主应力变化见图 8.将一个啮合周期分为 9 步,从面齿轮齿根啮合点 A 至单齿啮合下限点 B,再到单齿啮合的上限点 C.由应力曲线看出,双齿啮合区 (AB 段)内具有较低的弯曲应力,这是由于载荷在轮齿间有分配.对于 3 个安装位置,面齿轮和小齿轮在整个啮合过程中最大弯曲应力都发生在单齿啮合最高点(对于小轮为 B 点),且变化趋势一致.所以对于精度较高的航空面齿轮副,可将单齿啮合上限点处的弯曲应力为参考值.安装误差所引起的接触点的偏移对小齿轮弯曲应力影响不大,而对面齿轮的影响却很明显,另外小轮的弯曲应力明显高于面齿轮.

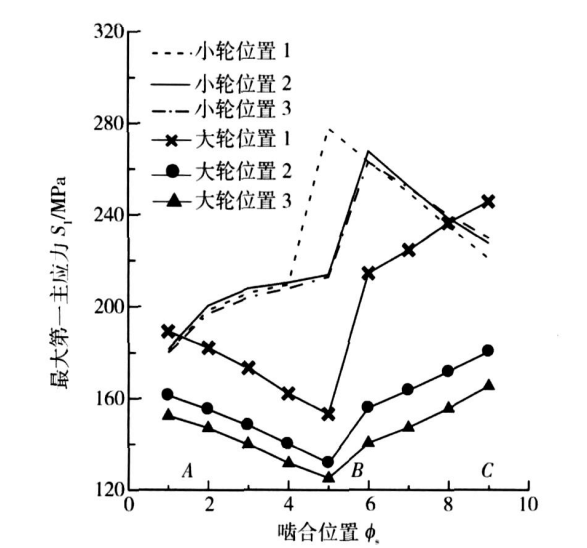


图 8 不同安装位置的啮合过程弯曲应力

Fig. 8 Variation of bending stresses during the cycle of meshing

3.2 名义压力角以及初始接触点位置的影响

压力角影响重合度和面齿轮的内外径,也影响初始啮合点在齿宽上的相对位置,从而影响着弯曲强度.另外不同压力角的插齿刀齿顶的最大圆角半径也不同,也是影响齿根强度的因素.本文设计了不同压力角的面齿轮副,其部分参数见表 1,其它参数与 3.1 相同.

表 1 面齿轮副部分参数				
Table 1 Parameters for the face gears				
压力角/(°)	面齿轮插齿刀圆角半径系数	小轮刀具圆角半径系数	内径/mm	外径/mm
18	0.44	0.36	213	252
20	0.39	0.38	211	250
23	0.29	0.38	207	246
25	0.21	0.31	204	243
27	0.12	0.24	203	242

根据 3.1 的分析,面齿轮的轴向安装位置影响面齿轮强度,因此这里控制初始接触点在齿宽方向移动,且使接触印痕不超过齿面界限(考虑到接触强度),从内端向外端分别取 9 个位置计算,每个计算位置均取为面齿轮单齿啮合上限点.

由图 9 可见,接触点向外端移动时弯曲应力单调减小,这是因为面齿轮齿根厚度在不断增大.相同位置处,较小压力角的面齿轮由于可以采用较大圆角刀顶的插齿刀而获得较小的弯曲应力.

同为外端接触(9号接触位置),当压力角从 18 增大至 27 时,面齿轮最大弯曲应力从 142 MPa 升高至 170 MPa,约增大 16.5%,但小齿轮弯曲应力(图 10)却从 444.5 MPa 降低至 267.4 MPa,约降低 39.8%。这说明压力角对小轮弯曲应力具有更大的影响。又因小轮弯曲应力较大轮的高,所以从面齿轮副的整体寿命考虑,应当选用较大的压力角。

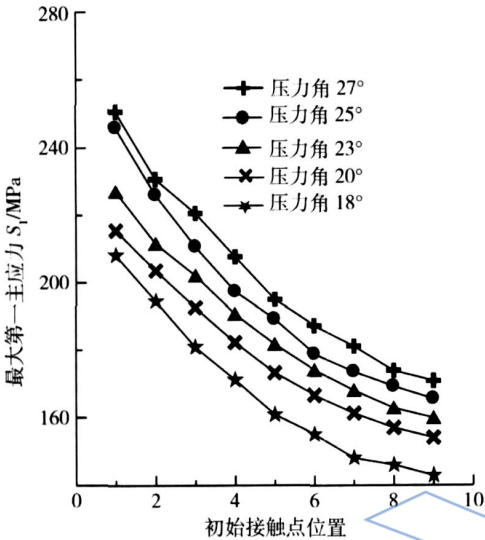


图 9 啮合点向外端移动时面齿轮弯曲应力变化

Fig. 9 Variation of the bending stresses of the face-gear at different points along the tooth width

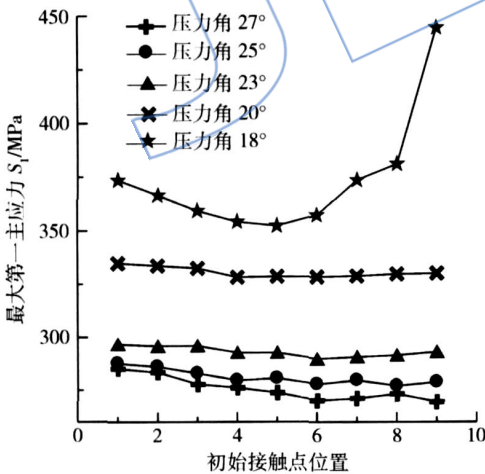


图 10 啮合点向外端移动时小齿轮弯曲应力变化

Fig. 10 Variation of the bending stresses of the pinion at different points along the tooth width

4 结 论

- 1) 面齿轮副啮合过程中弯曲应力最大值对应于两齿轮各自的单齿啮合上限点。
- 2) 在接触印痕不超出齿面界限范围内,适当调整名义接触点向面齿轮的外端移动,将明显提高面齿轮强度。
- 3) 压力角的影响比刀尖圆角半径更大,因此在面齿轮副设计中应当选取较大的名义压力角,以提高弯曲疲劳寿命。

参考文献:

[1] Robert Dr, Bill C. Summary highlights of the advanced rotorcraft transmission (ART) program[R]. AIAA Paper 92-3362, July 1992.

[2] Litvin F L, Egelja A, Tan J, et al. Handbook of face gear drives with a spur involute pinion[R]. NASA Final Contractor Report CR-209909, 2000.

[3] Litvin F L, Fuentes A, Howkins M. Design, generation and TCA of new type of asymmetric face-gear drive with modified geometry[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2001,190: 5837-5865.

[4] Litvin F L, Fuentes A, Zanzi C, et al. Face-gear drive with spur involute pinion: Geometry, generation by a worm, stress analysis [J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2002,191: 2785-2813.

[5] Guingand M, de Vaujany J P, Jacquin C Y. Quasi-static analysis of a face gear under torque[J]. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 2005,194:4301-4318.

[6] 杨连顺,朱如鹏,曾英. 正交面齿轮弯曲应力的分析[J]. 机械科学与技术, 1999, 20(5):708-709.

YANG Lianshun, ZHU Rupeng, ZENG Ying. Analysis of bending stress in perpendicular face gear[J]. Mechanical Science and Technology, 1999, 20(5):708-709. (in Chinese)

[7] 朱如鹏,高德平. 在面齿轮设计中避免根切和齿顶变尖的设计方法的研究[J]. 中国机械工程, 1999, 10(11):1274-1276.

ZHU Rupeng, GAO Deping. Study on the method of avoiding dedendum undercutting and addendum pointing in face gear design[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(11):1274-1276. (in Chinese)

[8] 傅则绍. 微分几何与齿轮啮合原理[M]. 东营: 石油大学出版社, 1999.