

文章编号: 1000-8055(2008)12-2242-07

改善航空发动机特性计算收敛性的方法

陈玉春¹, 徐思远¹, 杨云铠¹, 屠秋野¹, 商旭升²

(1. 西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072;

2. 海军装备研究院 北京 100073)

摘 要: 详细分析了航空涡轮发动机部件共同工作的非线性方程组的求解收敛性问题, 统计出不收敛的类型并分析了不收敛的机理. 针对常见的不收敛问题, 以牛顿迭代法为基础, 分别提出了以发动机部件特性图为基础的独立变量值限制法、独立变量初值拟合法、变步长牛顿法以及部件特性扩展法等解决措施. 特性计算程序中采取这些改进的方法后, 对某型定几何单轴涡喷发动机和某型尾喷管喉部面积可调的变几何双轴涡扇发动机特性计算结果表明, 发动机特性计算的收敛性和收敛速度得到大幅度提高.

关 键 词: 收敛性; 航空涡轮发动机; 特性计算; 非线性方程组; 变步长牛顿法

中图分类号: V231

文献标识码: A

Research on the method to solve convergence problem in aero turbo-engine performance computation

CHEN Yur-chun¹, XU Si-yuan¹, YANG Yun-kai¹,
TU Qiu-ye¹, SHANG Xu-sheng²

(1. School of Power and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Navy Academy of Armament, Beijing 100073, China)

Abstract: The convergence problems of solving the nonlinear equations of aero turbo-engines were studied in detail, while the non-convergence cases were counted and the mechanism was analyzed. For solving the common non-convergence problems, some improved methods based on Newton method were presented, such as: limitation of initial variables of the nonlinear equations based on components maps, polynomial fit of initial values of variables of the nonlinear equations, variable step Newton method and expansion of components' maps. These improved methods were employed in performance computing program. The performance calculation results of some fix geometry turbojet and variable geometry turbofan show that the convergence and convergence rate have been improved greatly.

Key words: convergence problem; aero turbo-engine; characteristics computation; nonlinear equations; variable steps Newton method

航空燃气涡轮发动机的特性计算的核心技术之一是求解描述发动机部件共同工作的非线性方程组, 当该非线性方程组迭代收敛后, 经过从发动机进口到出口的气动热力计算, 就可以获得发动

机特性以及相关的重要参数. 常用的发动机部件共同工作非线性方程组采用文献[1-5]中提出的形式, 求解该非线性方程组的方法通常有: 牛顿法^[1]、改进的牛顿法^[2-5]、基于 Broyden 原理的拟

收稿日期: 2008-04-16; 修订日期: 2008-06-19

作者简介: 陈玉春(1967-), 男, 布依族, 贵州惠水人, 副教授, 博士, 研究领域为航空宇航推进理论与工程.

牛顿法^[6]、 $n+1$ 点残量法^[7] 等, 这些求解方法通常会在许多情况下遇到不收敛的问题. 为了解决收敛性问题, 文献[8-11] 分别研究了有限域搜索方法和遗传算法来求解发动机非线性方程组, 采用这些方法后, 发动机特性计算的收敛性得到了不同程度的改善, 但却大大地牺牲了收敛速度, 例如多岛遗传算法在计算一个非设计点性能时, 可能需要迭代次数高达 1000 次, 并且数学方法复杂, 不利于为飞/ 发一体化提供发动机特性计算程序, 也并不适合于应用于动态特性计算. 因此, 有必要系统而深入地研究涡喷、涡扇发动机特性计算中不收敛问题的实质, 并采取更为有效的方法来加以解决之. 本文分析了常用的单轴涡喷发动机和双轴涡扇发动机特性计算中的不收敛问题的机理, 以传统的牛顿迭代法为基础, 提出了相应的解决措施.

1 涡喷、涡扇发动机共同工作方程

根据涡喷、涡扇发动机部件共同工作的流量连续和功率平衡定律, 获得一个描述发动机部件共同工作的多元非线性方程组

$$E = E(X) \tag{1}$$

式(1) 对于单轴涡喷发动机为三元非线性方程组, 对于双转子混排加力涡扇发动机则为六元非线性方程组. 误差方程 E 由功率平衡类、静压平衡类和流量平衡类方程描述, 独立变量 X 根据控制规律来确定(从略).

在常用的零维变比热法计算模型中, 方程组(1) 并没有具体的方程形式, 而是由一个以部件特性为基础的变比热气动热力计算程序来描述. 给定发动机控制规律和独立变量 X , 利用该计算程序从发动机进口到出口进行气动热力计算, 即可获得 E 的值. 气动热力计算中, 还要依赖部件特性图的插值计算. 方程组(1) 是否有意义, 一般情况下取决于能否实现风扇(或压气机) 和涡轮特性图插值.

风扇(或压气机) 特性图通常描述为换算流量 $W_{a, \text{cor}}$ 和效率 η_c 与压比比 Z_c (与压比 prc 一一对应) 和相对换算转速 $n_{c, \text{cor}}$ 的函数

$$\begin{cases} W_{a, \text{cor}} = W_{a, \text{cor}}(Z_c, n_{c, \text{cor}}) \\ \eta_c = \eta_c(Z_c, n_{c, \text{cor}}) \end{cases} \tag{2}$$

涡轮特性图一般描述为涡轮效率 η_t 和换算功 ΔH 与换算流量 $W_{g, \text{cor}}$ 和相对换算转速 $n_{t, \text{cor}}$ 的函数

$$\begin{cases} \Delta H = \Delta H(W_{g, \text{cor}}, n_{t, \text{cor}}) \\ \eta_t = \eta_t(W_{g, \text{cor}}, n_{t, \text{cor}}) \end{cases} \tag{3}$$

式(2) 和(3) 一般不便采用具体的函数形式来描述, 而是使用特性图的方式来描述, 且一般的特性图的相对换算转速范围从慢车状态附近到最大状态附近, 故在特性计算中一般采用二元插值来计算, 常用的二元插值不能够实现外插值. 而由于式(2) 和(3) 直接与独立变量和误差方程有关, 因此它们的插值会对方程组(1) 计算收敛性有影响. 其它部件特性如进气道特性、主燃烧室特性、加力燃烧室特性、混合器特性、尾喷管特性等, 在绝大多数情况下, 不会对方程组(1) 计算收敛性有影响.

2 不收敛问题分类与机理分析

2.1 独立变量初值不合理类

以常用的牛顿法为例(其它迭代算法也不例外), 迭代求解方程组(1) 的必要条件是对于给定的独立变量 X , 式(1) 有意义. 研究表明, 导致式(1) 没有意义的因素主要有: 式(2) 和(3) 没有意义(给定的 X 使得工作点位于特性图以外, 故不能够实现外插值)、燃烧室出口总温小于进口总温以及混合器进口马赫数大于 1.0(对于混排涡扇发动机), 而这往往又是 X 的初值不合理造成.

在许多情况下, 即便初值“合理”, 式(1) 能够完成第一步计算, 但第二步仍然会出现式(1) 没有意义的现象, 原因和上面的分析相同.

初值不合理的不收敛问题是发动机特性计算中最容易遇到的问题, 它一般出现在牛顿迭代法的第一至第三步, 在特性计算中, 如果第二个工况远离第一个工况(该工况已经迭代计算收敛) 时, 第二个工况迭代计算往往出现这个问题.

2.2 部件特性奇异类

在极少数情况下, 某些工况的特性计算中, 既没有独立变量的初值不合理问题, 又没有收敛精度不合理问题, 但是迭代计算总是不能够达到给定的收敛精度. 导致这一类问题出现的原因是发动机某个部件特性在该工况对应的工作点附近出现“奇异”: 一般表现为部件特性在该点出现突然的转折或跳跃(函数不可导).

2.3 无物理意义工作点类

无物理意义工作点的不收敛主要发生在如下情况: ①发动机工作点位于包括式(2) 和(3) 描述的任何部件特性图以外; ②主燃烧室出口总温小于进口总温; ③主(加力) 燃烧室出口总温大于相

同进口条件下当量油气比完全燃烧的燃气总温。导致工作点无物理意义的原因一般是由于控制规律设计不合理和独立变量初始值不合理造成。

2.4 收敛精度不合理类

给定的收敛精度要求太高时 ($E_i \leq 1.0 \times 10^{-6}$), 无论采用何种方法, 发动机特性计算都不会收敛, 这是由于计算机的精度不够所引起。研究表明, 对于稳态特性计算来说, 设定收敛误差为 $E_i \leq 1.0 \times 10^{-4}$ 时, 对特性计算结果的准确性来说已经没有实际意义。

3 改善收敛性的方法

3.1 独立变量初值的限制

限制独立变量 X 的初值, 是以保证独立变量的初值不会导致部件特性插值出现外插值的情况为目的, 以涡扇发动机为例, 具体的做法是:

对于风扇和压气机, 根据特性图中 $n_{c, \text{cor}}$ 和 prc 的范围, 可以对独立变量进行限制: 例如根据风扇和压气机进口总温以及独立变量 n_c (物理转速), 可以计算 $n_{c, \text{cor}}$, 如果 $n_{c, \text{cor}}$ 超过范围, 则限制 n_c ; 压比比限制: $0.0 \leq Z_c \leq 1.0$ 。

对于高、低压涡轮, 根据特性图中 $W_{g, \text{cor}}$ 和 $n_{t, \text{cor}}$ 的范围, 可以对独立变量进行限制: $W_{g, \text{cor}}$ 如果超限, 则对其进行限制; 根据涡轮进口总温和 n_c 可以计算得到 $n_{t, \text{cor}}$, 如果 $n_{t, \text{cor}}$ 超过范围, 则限制 n_c 。

在采取以上两个措施的基础上, 如果混合器 (混排涡扇) 外涵进口马赫数大于 1.0 则可根据情况适当降低风扇相对换算转速 (X_i) 或压比比 (X_i), 或者, 适当减小尾喷管喉部面积 (对于尾喷管可调的涡扇发动机)。

其它部件的计算中, 根据具体情况采取参数限制措施。独立变量初值的限制, 保证牛顿法计算的第一步能够完成。

3.2 独立变量初值拟合法

使得式 (1) 达到收敛的独立变量 X 随飞行条件 (高度 H 和马赫数 Ma)、油门杆位置 (PL) 和气候条件 (大气温度与国际标准大气温度之差 ΔT_{11}) 的变化而变化, 通过逐渐改变 H , Ma , PL 和 ΔT_{11} 的方法, 一般可以实现全工作包线内的发动机高度、速度、节流和大气特性的计算收敛, 进而获得如下的函数关系

$$X = X(H, Ma, PL, \Delta T_{11}) \quad (4)$$

但是, 式 (4) 一般很难通过数值拟合的方法获

得。一种可行的方法是, 先将压气机相对换算转速 $n_{c, \text{cor}}$ (单轴发动机) 或高压压气机相对换算转速 $n_{hc, \text{cor}}$ (双轴发动机) 拟合为 PL 和 (或) 发动机进口总温 T_{11} 的函数

$$n_{c, \text{cor}} = n_{c, \text{cor}}(PL, T_{11})$$

或

$$n_{hc, \text{cor}} = n_{hc, \text{cor}}(PL, T_{11}) \quad (5)$$

再将 X 拟合为 $n_{c, \text{cor}}$ 或 $n_{hc, \text{cor}}$ 的函数

$$X = X(n_{c, \text{cor}}) \text{ 或 } X = X(n_{hc, \text{cor}}) \quad (6)$$

由于 T_{11} 部分地反映了 H , Ma 和 ΔT_{11} 对 X 的影响, 故式 (5) 实际上是 PL 和 T_{11} 对压气机或高压压气机工作点的影响, 由于函数是一维的, 故只需进行气候特性和节流特性计算, 即可获得式 (5) 的拟合函数关系。虽然 T_{11} 不能够完全反映 Ma 对工作点的影响, 但对于绝大多数涡喷、涡扇发动机来说, 式 (6) 的拟合能够保证牛顿法计算的第一步完成。

3.3 变步长牛顿法

设 $X^{(k)}$ 为方程组 (1) 的近似值, $E(X)$ 在 $X = X^{(k)}$ 邻域内二阶可微, 构造迭代公式

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - [DE(X^{(k)})]^{-1} F(X^{(k)}) \quad (7)$$

式中 $DE(X^{(k)})$ 称为在 $X = X^{(k)}$ 处的雅可比 (Jacobi) 矩阵。这种迭代方法即称为牛顿迭代法。迭代计算中, 当 $E(X^{(k)}) \leq \delta$ 时, 即认为迭代收敛。

牛顿法在求解发动机非线性方程组时, 常常会出现第二步无法计算的情况, 原因是虽然 $X^{(0)}$ 使得式 (1) 有意义, 但经过式 (7) 第一次迭代后获得的 $X^{(1)}$ 却使得式 (1) 有没有意义, 一般是 $X^{(1)}$ 导致特性图插值超界, 这表明从 $X^{(0)}$ 到 $X^{(1)}$ 的变化太快了。解决的方法是构造如下变步长牛顿迭代法

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - AB^k [DE(X^{(k)})]^{-1} E(X^{(k)}) \quad (8)$$

式中 A 和 B 为常数对角阵, 且 $a_i < 1.0$, $b_i > 1.0$, 迭代计算中还要限制 $a_i b_i^k \leq 1.0$, a_i 和 b_i 的值可以根据具体的发动机特性计算情况而定。 a_i 的意义可以理解为在变步长牛顿法迭代计算的前几步中, X 的收敛速度比牛顿法慢, 具有“阻尼”作用。而 b_i 的意义则可以理解为, 随着迭代次数的增加, 变步长牛顿法迭代计算的 X 的收敛速度逐渐逼近或等于牛顿法的收敛速度, 具有“加速”作用。变步长牛顿法在解决方程组 (1) 的求解收敛性中非常有效。

3.4 部件修正与部件特性扩展法

将部件特性中“奇异”的点进行适当调整, 例如利用特性线的多元拟合公式进行“奇异”点的修

正,可以保证工作点计算收敛在修正后的特性线上,且满足收敛精度.利用某些函数拟合形式,将部件特性图进行扩展,以实现 对发动机部件特性图的外插值,可解决牛顿法在前几步迭代过程中使得工作点位于特性图以外的问题,也可解决平衡工作点位于特性图以外的问题,不过如果平衡工作点位于特性图以外,是没有实际意义的,只不过是为了能够完成式(1)的求解,以帮助研究人员分析发动机工作线(点)的合理性.

4 算例与结果分析

4.1 发动机工况剧烈变化的特性计算

在国际标准大气条件下,设定收敛精度为 0.0001,先计算某型涡喷发动机的设计点最大状态($n_c=100\%$)性能,分别紧接着计算如下工况剧烈变化的发动机特性:① $H=0\text{ km}$,慢车状态($n_c=40\%$)特性,然后紧接着计算 $H=0\text{ km}$,最大状态特性;② $H=0\text{ km}$, $Ma=2.0$ 的最大状态特性,然后紧接着计算 $H=11\text{ km}$, $Ma=0$ 的慢车特性;③ $Ma=0.5$, $H=0\text{ km}$ 的最大状态特性,然后紧接着计算 $Ma=0.5$, $H=11\text{ km}$ 的最大状态特

性;④ $Ma=0$, $H=0\text{ km}$, $T_{11}=+318.15\text{ K}$ 的最大状态特性,然后紧接着计算 $Ma=0$, $H=0\text{ km}$, $T_{11}=-228.15\text{ K}$ 的最大状态特性.采用传统牛顿法的计算程序和本文改进的计算程序(变步长牛顿法中, $A=\text{diag}(0.3,0.3,0.3)$, $B=\text{diag}(2.0,2.0,2.0)$)进行的特性计算结果对比见表 1~表 4 所示(表中 Z_c 为压气机压比比, T_{14} 为涡轮进口总温, $W_{g,\text{cor}}$ 的单位为 $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{K}^{0.5}\cdot\text{Pa}^{-1}$,表中独立变量有具体数据的最后一行为迭代计算收敛值).

由表 1 中的数据可见:经过牛顿法第一次迭代后,迭代计算还能够进行,但是经过第二次迭代后, T_{14} 和 $W_{g,\text{cor}}$ 的变化太剧烈,使得涡轮特性插值超界,故计算过程不能够继续;变步长牛顿法则能够有效降低 T_{14} 和 $W_{g,\text{cor}}$ 的变化速度,保证能够实现正常的部件特性插值,迭代计算可以继续;变量初值限制有效地限制了 $W_{g,\text{cor}}$,使得涡轮特性插值不会超界,迭代计算可以继续;变量初值拟合则能够实现通过拟合公式计算出来的独立变量初值非常接近收敛值,故其收敛速度最快(2 步迭代即收敛).还能够看出,变步长牛顿法并没有降低收敛速度.

表 1 发动机工况剧烈变化的特性计算比较- 情况 1

Table 1 Comparison of computing results in different methods with engine rate sudden variation- case 1

迭代方法	牛顿法			变步长牛顿法			变量初值限制			变量初值拟合*		
迭代步数	Z_c	T_{14}/K	$W_{g,\text{cor}}$	Z_c	T_{14}/K	$W_{g,\text{cor}}$	Z_c	T_{14}/K	$W_{g,\text{cor}}$	Z_c	T_{14}/K	$W_{g,\text{cor}}$
0	0.711	777	134.4	0.711	777	134.4	0.711	777	134.4	0.711	777	134.4
1	0.827	1011	162.4	0.746	848	142.8	0.827	1011	151.4	0.939	1184	150.0
2	$W_{g,\text{cor}}$ 和 $n_{t,\text{cor}}$ 超界,计算终止.			...	...	...	...	...	...	0.940	1185	150.0
3~5				...	...	...	...	...	...	-	-	-
6				0.940	1185	150.0	0.940	1185	150.0	-	-	-

表 2 发动机工况剧烈变化的特性计算比较- 情况 2

Table 2 Comparison of computing results in different methods with engine rate sudden variation- case 2

迭代方法	牛顿法			变步长牛顿法			变量初值限制			变量初值拟合*		
迭代步数	Z_c	T_{14}/K	$W_{g,\text{cor}}$	Z_c	T_{14}/K	$W_{g,\text{cor}}$	Z_c	T_{14}/K	$W_{g,\text{cor}}$	Z_c	T_{14}/K	$W_{g,\text{cor}}$
0	0.690	1160	149.8	0.690	1160	149.8	0.805	1117	149.5	0.690	1160	149.8
1	$T_{14}<T_{13}$, 计算终止.			0.649	816	150.1	0.554	300	150.7	0.686	655	142.2
2~3				...	...	...	...	...	...	...	...	...
4				...	...	...	...	...	...	0.714	616	143.4
5				0.714	616	143.4	...	...	...	-	-	-
6				-	-	-	0.714	616	143.4	-	-	-

表 3 发动机工况剧烈变化的特性计算比较- 情况 3

Table 3 Comparison of computing results in different methods with engine rate sudden variation- case 3

迭代方法	牛顿法			变步长牛顿法			变量初值限制			变量初值拟合*		
迭代步数	Z_C	T_{14}/K	$W_{g,cor}$	Z_C	T_{14}/K	$W_{g,cor}$	Z_C	T_{14}/K	$W_{g,cor}$	Z_C	T_{14}/K	$W_{g,cor}$
0	0.910	1 145	149.7	0.910	1 145	149.7	0.910	1 145	149.7	0.910	1 145	149.7
1							0.888	755	150.5	0.939	935	150.1
2		$n_{c,cor}$ 超界,			$n_{c,cor}$ 超界,		...	...	...	0.938	939	150.1
3~ 4		计算终止.			计算终止.		...	...	...	-	-	-
5							0.938	939	150.1	-	-	-

表 4 发动机工况剧烈变化的特性计算比较- 情况 4

Table 4 Comparison of computing results in different methods with engine rate sudden variation- case 4

迭代方法	牛顿法			变步长牛顿法			变量初值限制			变量初值拟合*		
迭代步数	Z_C	T_{14}/K	$W_{g,cor}$	Z_C	T_{14}/K	$W_{g,cor}$	Z_C	T_{14}/K	$W_{g,cor}$	Z_C	T_{14}/K	$W_{g,cor}$
0	0.886	1 126	149.6	0.886	1 126	149.6	0.886	1 126	149.6	0.886	1 126	149.6
1							0.876	720	150.6	0.939	937	150.1
2~ 3		$n_{c,cor}$ 超界,			$n_{c,cor}$ 超界,		...	...	...	...	...	...
4		计算终止.			计算终止.		...	...	...	0.933	927	150.0
5~ 7							...	...	...	-	-	-
8							0.933	927	150.0	-	-	-

* 某型涡喷发动机的独立变量初值拟合公式为

$$\begin{aligned} Z_C &= -0.2034 + 3.857n_{c,cor} - 5.441n_{c,cor}^2 + 2.726n_{c,cor}^3; \\ T_{14} &= 11542 - 59027n_{c,cor} + 116838n_{c,cor}^2 - 95349n_{c,cor}^3 + 20005n_{c,cor}^4 + 7174.9n_{c,cor}^5; \\ W_{g,cor} &= 483.4 - 2403n_{c,cor} + 6468n_{c,cor}^2 - 8334n_{c,cor}^3 + 5195n_{c,cor}^4 - 1259n_{c,cor}^5. \end{aligned}$$

表 2 中的情况与表 1 类似,只不过经过牛顿法第一次迭代后,燃烧室计算就没有物理意义了,计算过程不能够继续.表 3 和表 4 对应的发动机工况变化更为剧烈,采用第一个工况计算平衡得到的独立变量的值作为第二个工况计算的初值,压气机特性插值就会超界(这种问题在发动机特性计算中最为常见),必须采取独立变量初值限制或独立变量初值拟合的方法,才能够保证特性计算收敛.

可见,对于所研究的涡喷发动机来说,采用初值拟合是最为有效的-收敛性好,收敛速度快.初值限制也能够保证特性计算收敛.而迭代计算中,对任何使得第一步计算成功的初值,变步长牛顿法均能够计算收敛,且收敛速度没有明显的降低.联合采取改进措施后,涡喷发动机特性计算能够实现全飞行包线内、全大气条件下任意工况的特性计算收敛(更多的算例略).

因此,如果要在特性计算程序中利用本文提出的改进方法,在对部件特性进行合理修正消除

部件特性奇异点后,应该首选独立变量初值拟合法,其次变步长牛顿法,再次独立变量初值限制法.

4.2 变几何涡扇发动机独立变量初值拟合

对于定几何发动机来说,按照本文提出方法来拟合 X 的初值是比较容易的,但是,对于尾喷管喉部面积可调的变几何涡扇发动机说,则有一定的难度,下面以某型尾喷管喉部面积可调的涡扇发动机的 X 初值拟合来说明拟合方法及其对收敛性的影响.

在 $H = 11\text{km}$, $Ma = 0.4 \sim 1.8$, 国际标准大气条件,小步长改变 Ma 和油门杆位置 PL (从慢车状态到最大状态: $PL = 0.1 \sim 1.0$),利用变步长牛顿法计算获得 7 个不同的马赫数下发动机从最大状态到慢车状态的节流特性,获得的 $n_{hc,cor}$ (相对值)随 PL 的变化以及各独立变量随 $n_{hc,cor}$ 的变化如图 1~ 图 6.图 1 中的 $n_{hc,cor}$ 将覆盖发动机从慢车到最大状态的所有稳态工作范围.

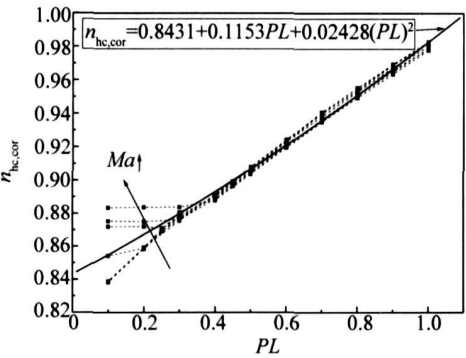


图 1 $n_{hc,cor}$ 随油门杆位置 PL 的变化

Fig. 1 $n_{hc,cor}$ vs Power lever

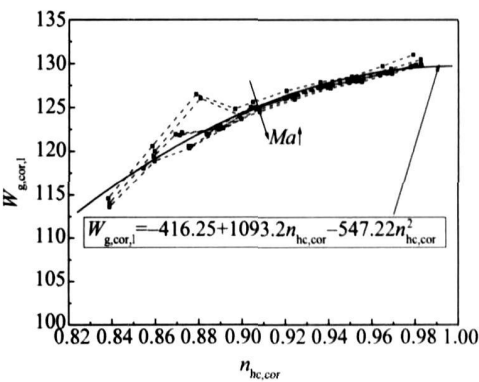


图 5 低压涡轮换算流量 $W_{g,cor,l}$ 随 $n_{hc,cor}$ 的变化

Fig. 5 $W_{g,cor,l}$ vs $n_{hc,cor}$

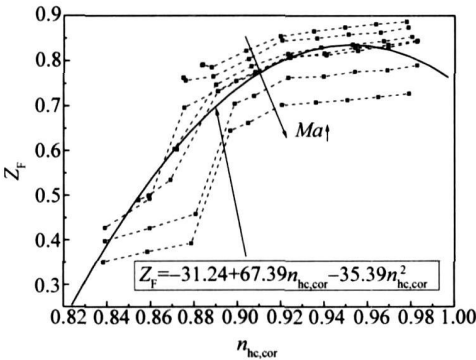


图 2 风扇压比 Z_F 随 $n_{hc,cor}$ 的变化

Fig. 2 Z_F vs $n_{hc,cor}$

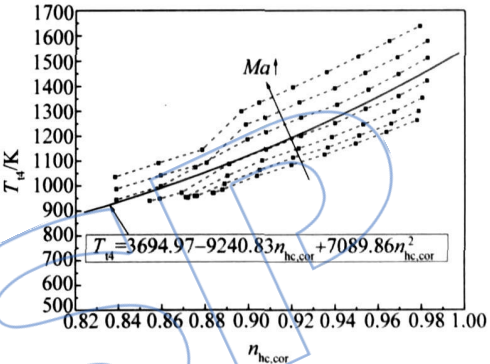


图 6 T_{t4} 随 $n_{hc,cor}$ 的变化

Fig. 6 T_{t4} vs $n_{hc,cor}$

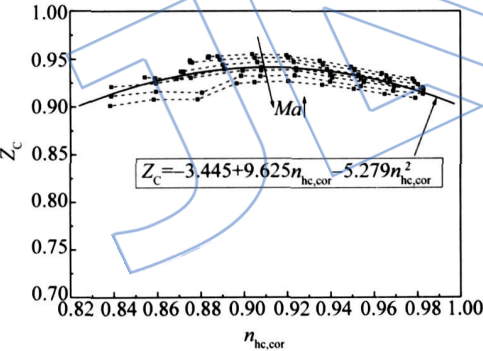


图 3 压气机压比 Z_C 随 $n_{hc,cor}$ 的变化

Fig. 3 Z_C vs $n_{hc,cor}$

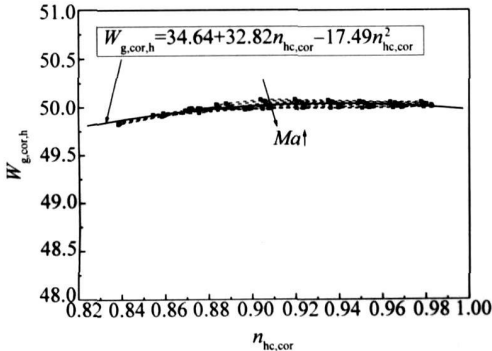


图 4 高压涡轮换算流量 $W_{g,cor,h}$ 随 $n_{hc,cor}$ 的变化

Fig. 4 $W_{g,cor,h}$ vs $n_{hc,cor}$

由图 1~ 图 6 可见, 这些参数的变化规律是比较好的, 图中示出了拟合公式以及按照拟合公式绘制出的曲线. 拟合公式是这样获得的: 以二次多项式为基础, 将每个独立变量所有的点进行最小二乘法拟合. 这样拟合出来的函数关系比较简单, 但是 Z_F 和 T_{t4} 的拟合误差却比较大, 因为 Z_F 和 T_{t4} 受 Ma 的影响较为严重. 当然还可以通过合理构建某种函数类型, 使得 Z_F 和 T_{t4} 的拟合误差减小, 可以进一步提高发动机特性计算收敛速度, 这里不再深入研究.

由于所研究的发动机在不同的飞行条件下, 尾喷管喉部面积 A_8 的随 $n_{hc,cor}$ 变化不规律(略), 故不对 A_8 进行拟合, 而直接采用设计点的 A_8 值为初始值, 联合表 1~ 表 6 的独立变量初始值拟合公式, 可以使在该型涡扇发动机工作包线内任意状态的特性计算收敛. 其原因简单分析如下:

假如特性计算时, 先计算地面静止条件下发动机最大状态的特性, 紧接着计算发动机慢车状态特性, 下表 5 中列出了不同独立变量实际收敛值、以设计点值为初值和利用拟合的方法得到的初值, 并计算不同初值与收敛值之间的“距离”(2 范数).

表 5 不同独立变量初值和收敛值之间的“距离”(相对值)

Table 5 ‘Distance’ between convergent variable values and different initial variable values(relatives)

独立变量	收敛值 $X_{0,i}$	以设计点值为初值 $X_{1,i}$	拟合得到的初值 $X_{2,i}$
Z_F	1. 0000	2. 3264	1. 1337
Z_C	1. 0000	0. 9895	0. 9811
T_{14}	1. 0000	1. 6803	1. 0529
$W_{g, cor, h}$	1. 0000	1. 0060	1. 0020
$W_{g, cor, l}$	1. 0000	1. 2524	1. 0846
A_8^*	1. 0000	0. 4443	0. 4443
2 范数	-	$\ X_1 - X_0\ = \left\{ \sum_{i=1}^6 (X_{1,i} - X_{0,i})^2 \right\}^{0.5} = 1. 6108$	$\ X_2 - X_0\ = \left\{ \sum_{i=1}^6 (X_{2,i} - X_{0,i})^2 \right\}^{0.5} = 0. 5805$

★- 用于没有拟合, 直接采用设计点的值为初值.

从表 5 中数据不难看出, 按照 2 范数定义的距离来说, 采用简单的拟合的方法得到的独立变量的初始值与收敛值之间的距离远小于设计点与收敛值之间的距离. 因此, 以拟合方法获得的独立变量值为初值, 采用牛顿法求解发动机非线性方程组即可保证计算收敛.

5 结 论

本文对常用的单轴涡喷发动和双轴涡扇发动机特性计算中的不收敛问题进行了系统的研究后, 以传统的牛顿迭代法为基础, 提出了独立变量初值限制法、独立变量初值预测法、变步长牛顿法、部件特性扩展法等来解决发动机非线性方程组计算不收敛问题, 取得了非常好的效果, 解决了牛顿法迭代收敛性的问题, 认为可以不必采用其它计算量大的迭代算法. 这些改进方法可以为其它类型的航空燃气涡轮发动机的特性计算提供有价值的参考.

参考文献:

[1] McKinney J S. Simulation of turbofan engine: Part F Description of method and balancing technique[R]. AD 825197, 1967.

[2] Koenig R W, Fishbach L H. GENENG-A program for calculating design and off design performance for turbojet and turbofan engines[R]. NASA TND-6552, 1972.

[3] Fishbach L H, Koenig R W. GENENG II-A program for calculating design and off design performance of two and three spool turbofans with as many as three nozzle [R]. NASA TND-6553, 1972.

[4] Sellers J F, Daniel C J. DYNGEN-A program for calculating steady state and transient performance of turbojet and

turbofan engines [R]. NASA-TND-7901, 1975.

[5] Daniel C J, Krozel S M, Szuch J R. Digital computer program for generating dynamic turbofan engine models (DIGTEM) [R]. NASA TM-83446, 1983.

[6] 叶 伟, 陈玉春, 崔高锋, 等. 拟牛顿法在航空发动机特性仿真中的应用 [J]. 计算机仿真, 2007, 24(10): 78-81.

YE Wei, CHEN Yuchun, CUI Gaofeng, et al. The application of Quasi Newton method to aerø engine performance simulation [J]. Computer Simulation, 2007, 24(10): 78-81. (in Chinese)

[7] 李松林, 孙健国. 求解涡扇发动机数学模型的有限域搜索方法 [J]. 航空动力学报, 1997, 12(3): 276-278.

LI Songlin, SU N Jianguo. A limited domain searching method for solution of nonlinear mathematical model for turbofan engine [J]. Journal of Aerospace Power, 1997, 12(3): 276-278. (in Chinese)

[8] 骆广琦, 桑增产, 王如根, 等. 航空燃气涡轮发动机数值仿真 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2007: 6-8.

LU O Guangqi, SANG Zengchan, WANG Rugen, et al. Numerical methods for aviation gas turbine engine simulation [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007: 6-8. (in Chinese)

[9] LI Songlin, SU N Jianguo. Application of genetic algorithm to solving nonlinear model of aerø engines [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2003, 16(2): 69-72.

[10] 苏三买, 廉小纯. 遗传算法在航空发动机非线性数学模型中的应用 [J]. 推进技术, 2004, 25(3): 237-240.

SU Sanmai, LIAN Xiaochun. Application of genetic algorithm in aerø engine nonlinear mathematical models [J]. Journal of Propulsion Technology, 2005, 26(2): 151-154. (in Chinese)

[11] 陈永琴, 苏三买. 自适应变搜索域遗传算法及其在发动机模型中的应用 [J]. 推进技术, 2007, 28(4): 428-432.

CHEN Yongqin, SU Sanmai. Adaptive variable search scope genetic algorithm and its application in aerø engine mathematical models [J]. Journal of Propulsion Technology, 2007, 28(4): 428-432. (in Chinese)